

CHEMICAL ENGINEERING SCIENCE

GENIE CHIMIQUE

Vol. 15

1961

Nos. 1 and 2

Rheologische Eigenschaften von gasdurchströmten Fließbettssystemen

K. SCHÜGERL,* M. MERZ† und F. FETTING

Institut für Technische Chemie, Technische Hochschule Hannover.

(Received 31 July 1960)

Zusammenfassung—Mit einem Rotationsviskosimeter wurden Fließkurven für die Mischphase von gasdurchströmten Fließbettssystemen bestimmt. Für stabile Systeme, die während der rheologischen Messungen ihre ursprüngliche Struktur beibehielten, konnten die Fließkurven durch Sinushyperbolicus-Funktionen dargestellt werden. Das aus diesem berechnete Reibungsgesetz liess sich wiederum durch Sinushyperbolicus-Funktionen ausdrücken. Die Konstanten des Reibungsgesetzes konnten in quantitativen Zusammenhang mit der Korngrösse und der Gasgeschwindigkeit gebracht und durch die Eyringsche Geschwindigkeitstheorie gedeutet werden. Durch Röntgenstrahlabsorption während der rheologischen Messungen wurde die Abhängigkeit der Fliesseigenschaften von der Feststoffkonzentration ermittelt.

Abstract—The flow curves of gaseous fluidized beds were determined by a concentric cylinder viscometer. For stable systems in which the structure did not change during the measurements the flow curves could be described by Sinushyperbolicus-functions. The function of the rate of shear vs. shearing stress was calculated from these and gave also sinushyperbolicus-functions. The constants of these functions could quantitatively be related to the diameter of the particles and the gas velocity, and be explained by Eyring's rate theory. The dependence of the flow properties of fluidized beds of the particle concentration was determined by X-ray absorption.

Résumé—Les courbes d'écoulement de lits gazeux fluidisés ont été déterminées par un viscosimètre à cylindres concentriques. Pour les systèmes stables dans lesquels la structure ne change pas durant les mesures, les courbes d'écoulement peuvent être représentées par des fonctions sinus-hyperboliques. La fonction de vitesse de la déformation par rapport à la force déformante est calculée à partir de celles-ci et donne également une fonction sinus-hyperbolique. Les constantes de ces fonctions peuvent être reliées quantitativement au diamètre des particules et à la vitesse gazeuse, et être exprimées par la théorie de la vitesse de Eyring. L'influence de la concentration des particules sur les propriétés d'écoulement des lits fluidisés a été déterminée par absorption aux rayons X.

1. EINLEITUNG

DA DIE Untersuchungen über rheologische Eigenschaften von Fließbettssystemen bisher noch recht unvollständig sind, wurde in der vorliegenden Arbeit versucht, durch kritische Anwendung der Methode mit rotierendem Zylinder zuverlässige Angaben über die Fließfähigkeit von

Fließbettssystemen unter den verschiedensten Bedingungen zu erhalten.

MATHESON *et al.* [1], sowie FURUKAWA und OHAMAE [2] haben Messungen mit einem Stormer-Viskosimeter ausgeführt. Mit diesem Gerät sind an sich keine absoluten Viskositätswerte zu erhalten. Auch war die angewandte Umdrehungs-

*Z.Zt.: Department of Chemical Engineering, New York University, U.S.A.

†Z.Zt.: Department of Chemical Engineering, Imperial College, London, England.

zahl von 200 U.p.m. viel zu gross, und wegen der Form des Drehkörpers traten eine starke Rührwirkung und Fliesskräfte auf, die die Struktur des Fliessbettes zerstörten. KRAMERS [3] führte seine Messungen bei wesentlich niedrigerer Umdrehungszahl von 30 U.p.m. aus. Aber auch diese Messungen konnten keine absoluten Werte liefern, weil das Strömungsfeld, das bei der Drehung von zwei Kugeln am Ende einer Stange auftritt, mathematisch noch nicht erfasst worden ist. Die Messanordnung von KRAMERS ist überhaupt zur Ermittlung von Zähigkeiten eines Fliessbettes grundsätzlich ebenso ungeeignet wie das Stormer-Viskosimeter, weil hinter den Kugeln, die sich im Fliessbett bewegen, Kavitation auftritt und eine quantitative Auswertung unmöglich macht. DIEKMAN und FORSYTHE [4] benutzten dagegen eine geeignete Messanordnung nämlich ein Brookfield-Viskosimeter mit einem Hohlzylinder aus Drahtnetz, sie gaben allerdings keine Umdrehungszahl an und beschränkten sich nur auf die Feststellung von Vergleichswerten. PETERS und SCHMIDT [5] haben einige Messungen mit der Kugelfallmethode ausgeführt. Die Kavitation über den Kugeln und das starke Gleiten an der glatten Wand führen zu so erheblichen Störeffekten, dass eine quantitative Auswertung der Messungen unmöglich wird. Auch TRAWINSKI [6] benutzte die Kugelfallmethode. Da hierbei aber die Kugel- und die Körnerdurchmesser von gleicher Grössenordnung waren, sind seine Messergebnisse mit zusätzlichen Fehlern behaftet.

Um die von der jeweiligen Versuchsanordnung unabhängige Fliessfähigkeit zu bestimmen, muss man das Reibungsgesetz aufstellen. Dieses kann aus der Fliesskurve abgeleitet werden. Es wurde daher zunächst geprüft, welche Methoden zur Ermittlung des Reibungsgesetzes geeignet sind.

Zur Ermittlung der absoluten Fliessfähigkeit sind an sich 3 Methoden bekannt [7], nämlich die Kapillar-, die Rotations- und die Kugelfallmethode. Die erstere kann für das Fliessbett wegen des relativ grossen Wandinflusses nicht in Frage kommen. Die Kugelfallmethode ist ausser den obigen Einwänden auch deshalb nicht geeignet, weil das Reibungsgesetz aus den Fliesskurven, die mit ihr aufgenommen wurden, bisher noch nicht ermittelt werden konnte. Es gibt zwar Teillösungen [8], aber eine vollständige Lösung gelang bisher noch nicht wegen der Schwierigkeiten, die bei der mathematischen Erfassung eines Strömungsfeldes um eine Kugel mit schleichender Bewegung auftreten.

Es kam also nur die Rotationsmethode in Frage. Aber auch bei ihrer Anwendung müssen zur Aufnahme einer echten Fliesskurve wichtige Forderungen erfüllt werden. Diese werden im einzelnen unter 4.1. besprochen. Nachdem die Fliesskurve unter Beachtung dieser Vorbedingungen aufgenommen worden war, wurde das Reibungsgesetz aus ihr ermittelt. Hierfür sind bisher fünf mathematische Methoden bekannt.

Die erste stammt von MOONEY [9] und löst die Fliesskurve durch fortlaufende Differentiation. KRIEGER und MAHON [10] gaben eine Methode an, die das Reibungsgesetz aus Messungen mit verschiedenen Spaltbreiten bestimmen lässt. Die von ihnen zuletzt empfohlene Methode beruht auf einer mehrmals differenzierten Fliesskurve. Bei engen Spaltbreiten konvergiert die unendliche Reihe so schnell, dass man nur die ersten zwei Glieder zu betrachten braucht. PAWLOWSKI [1] fand eine Lösung, bei der nur eine Fliesskurve, also auch nur eine Spaltbreite, und deren erste Ableitung zur Ermittlung des Reibungsgesetzes benötigt werden. Schliesslich entwickelten SCHULZ-GRUNOW und WEYMAN [12] eine langwierige Iterationsmethode, die für Bingham-Flüssigkeiten besonders geeignet ist. In letzter Zeit wurden die Pawlowski'sche und die Weyman'sche Methode kombiniert, womit man auch für Bingham-Flüssigkeiten das Reibungsgesetz verhältnismässig leicht bestimmen kann [13].

In der vorliegenden Arbeit wurde das Reibungsgesetz nach der Methode von Pawlowski berechnet.

2. VERSUCHSAPPARATUR UND MESSMETHODIK

2.1. Versuchsanordnung

Die Messungen wurden in einem Fliessbettapparat mit eingebautem Rotationsviskosimeter durchgeführt. Die Versuchsanordnung ist in Abb. 1 schematisch dargestellt.

Die in das Fliessbett geschickte Gasmenge wurde über die Normblende A_2 mit der Ringwaage A_1 gemessen und registriert. In dem Fliessbettapparat C war der Messkopf M eines Rotovisko-Gerätes der Fa. Haake eingebaut, und die verschiedenen Umdrehungszahlen wurden auf dem Schaltpult D_1 eingestellt. Hier wurde auch das Drehmoment gemessen und mit dem Schreiber D_2 bei einem Vorschub von 1200, 2400 oder 7200 mm/h registriert. Die 10 verschiedenen Umdrehungszahlen konnten mit einem Zwischengetriebe verdoppelt werden. Dadurch konnte mit folgenden 20 Umdrehungszahlen gearbeitet werden: 0,3, 0,6, 0,9, 1,8, 2,7, 3,0, 5,4, 6,0, 8,1, 9,0, 16,2, 18,0, 24,3, 27,0, 48,6, 54,0, 81, 162, 243, 486 U.p.m. Es wurde also ein Geschwindigkeitsbereich von 1:1620 erfasst. Die drei angewandten Messköpfe, die sich durch die eingebaute Torsionsfeder unterschieden, hatten folgende Messbereiche der Drehmomente: M 50 für 1–50 cm g; M 125 für 2,5–125 cm g; M 500 für 10–500 cm g. Damit umfassten die Messungen einen Bereich nutzbarer Drehmomente im Verhältnis von etwa 1:500. Um eine genaue koaxiale Lage des inneren rotierenden Zylinders

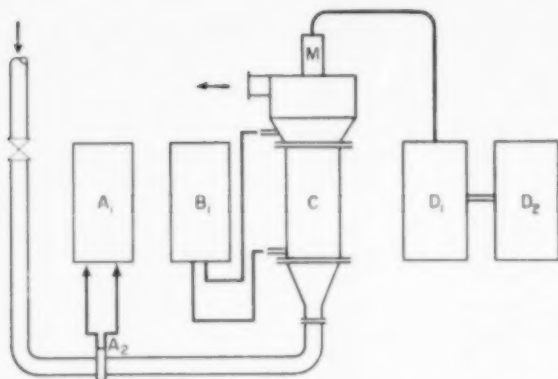


Abb. 1. Versuchsanordnung für die rheologischen Messungen.

- A₁ Ringwaage f. Mengemessung
- A₂ Normblende
- B Ringwaage f. Druckmessung
- C Fließbett
- M Viskosimetermesskopf
- D₁ Viskosimeter - Schalter
- D₂ Viskosimeter - Schreiber

und des Aussenzylinders zu sichern, wurde ein Fließbettapparat gemäß Abb. 2 entwickelt. Es wurden mehrere Innen- und Aussenzylinder entsprechend Tabelle 1 angewandt. Die benutzten Spalte sind in Tabelle 2 angegeben. Die Oberfläche der Zylinder wurde mit Lack und einer Schicht von Quarzsand von $d_p = 500 \mu$ überzogen und dadurch aufgeraut.

Als Anströmboden wurde eine Sintermetallplatte Sika 4 mit Porendurchmessern von 5 bis $10 \mu^*$ verwendet. Trockene Luft von 20°C diente als Strömungsmedium. Als Festkörper wurden Glaskugeln, Quarz, Siliciumcarbid, Aluminium, Polystyrol und Korkmehl[†] benutzt. Deren Eigenschaften zeigt Tabelle 3.

Um auch die Abhängigkeit des Reibungsgesetzes von der Feststoffkonzentration zu ermitteln, wurde in einem Teil der Versuche gleichzeitig mit den rheologischen Messungen die scheinbare Dichte des Fließbettes mittels Absorption von Röntgenstrahlen bestimmt, um jene nicht zu stören. In der sonst unveränderten Apparatur bestanden in diesem Falle die Apparatewand und der Rotationszylinder aus Plexiglass. Die Messanordnung hierfür wurde an anderer Stelle [14-16] beschrieben. Wie aus Tabelle 8 zu sehen ist, wurde Spalt 4⁺ d.h. eine Spaltlänge von 10 cm, zu diesen Messungen benutzt. Diese Dichtemessungen beschränkten sich nur auf eine horizontale Schicht in der mittleren Höhe des Rotationszylinders. Die Dichteschwankungen wurden mit einem

*Sintermetallwerke Krebsöge /Rhld.

†Deutsche Linoleum Werke A.G.

Schnellschreiber registriert; die mittlere Dichte, die Intensität der Dichteschwankungen und der Charakter der Dichteschwankungen wurden daraus mit einer statistischen Methode ermittelt [14-16].

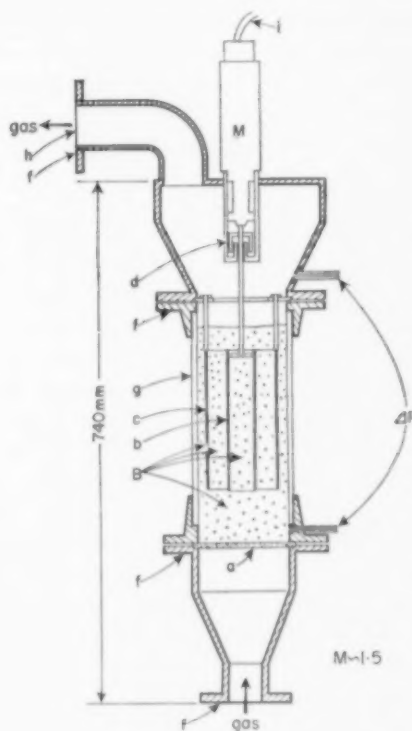


Abb. 2. Fließbettapparat für die rheologischen Messungen.

- B Fließbett
- a Anströmboden
- b rotierender Innenzylinder
- c Aussenzylinder
- d Wassersperre
- ΔP Druckabfall - Messung
- f Flansch g Glaswand
- h Drahtnetz
- i biegsame Welle zum Viskosimeter
- M Messkopf

2.8. Eichung

Der Messapparat wurde mit Shell-Vacuumöl geeicht. Da das Öl sich bei den geprüften Verhältnissen als Newton'sche Flüssigkeit verhielt, konnte seine Viskosität aus folgenden bekannten Zusammenhängen ermittelt werden

Tabelle 1. Daten der angewandten Hohlzylinder

Bezeichnung	Art	Durchmesser (mm)	Länge (mm)	Material	Oberflächen
Z.1	Innenzylinder	30,0/26,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.2	Innenzylinder	42,5/40,5	200	Kupfer	aufgerauht
Z.3	Innenzylinder	59,2/56,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.4	Innenzylinder	97,0/94,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.5	Aussenzylinder	55,8/60,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.6	Aussenzylinder	80,0/83,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.7	Aussenzylinder	83,8/90,0	200	Eisen	aufgerauht
Z.8	Apparatwand	132,5/143,5	300	Glas	glatt
Z.9	Apparatwand	145/151	300	Glas	glatt
Z.2 G	Innenzylinder	42,5/40,5	200	Kupfer	glatt
Z.6 G	Aussenzylinder	80,0/83,0	200	Eisen	glatt
Z.1 ⁺	Innenzylinder	30,0/25,0	100	Plexiglas	aufgerauht
Z.2 ⁺	Innenzylinder	30,0/25,0	230	Plexiglas	aufgerauht
Z.3 ⁺	Apparatwand	132,5/138,5	300	Plexiglas	glatt
Z.4 ⁺	Apparatwand	75,0/81,0	300	Plexiglas	glatt

Tabelle 2. Daten der benutzten Spalte

Bezeichnung	Angewandte Zylinder, Z	Spaltbreite (mm)	Mittl. Krümmungsradius d. Spaltes (mm)	Spaltlänge (mm)	Aufgerauhte Wandflächen
S.1	1 u. 5	12,90	21,5	200	beide
S.2	1 u. 7	27,90	29,0	200	beide
S.3	1 u. 8	51,25	40,6	200	beide
S.4	3 u. 7	13,30	36,2	200	innere
S.5	3 u. 8	36,65	48,0	200	innere
S.6	4 u. 8	17,75	57,4	200	innere
S.7	2 u. 6	18,80	30,7	200	beide
S.8	2 u. 9	51,30	46,8	200	beide
S.7 G	2 G u. 6 G	18,80	30,7	200	beide
S.8 G	2 G u. 9	51,30	46,8	200	beide
S.1 ⁺	1 ⁺ u. 5	12,9	21,5	100	beide
S.2 ⁺	1 ⁺ u. 7	27,90	29,0	100	beide
S.3 ⁺	1 ⁺ u. 8	51,25	36,2	100	innere
S.4 ⁺	1 ⁺ u. 3 ⁺	51,25	36,2	100	innere
S.5 ⁺	2 ⁺ u. 3 ⁺	51,25	36,2	230	innere
S.6 ⁺	1 ⁺ u. 4 ⁺	22,50	26,2	100	innere
S.7 ⁺	1 ⁺ u. 7	27,90	29,0	100	beide

Tabelle 3. Benutzte Festkörper

Bezeichnung	Korngrösse (μ)	Spez. Gew (g/cm ³)	
G 50	40–60	2,88	Glaskugeln mit glatter Oberfläche
G 70	60–80		
G 110	100–120		
G 250	200–300		
G 500	400–600		
Al 90	50–120	2,70	Scharfkantige Aluminiumplättchen
Kork	10–100		sehr unregelmässig geformtes Korkmehl
P 250	200–300	1,10	Polystyrol mit mässig aufgerauhter Oberfläche
Q 75	60–90	2,65	scharfkantiger Quarz
Q 105	90–120		
Q 135	120–150		
Q 175	150–200		
Q 225	200–250		
Q 275	250–300		
Q 350	300–400		
Q 450	400–500		
SiC 45	40–53	3,17	scharfkantiges Siliciumcarbid
SiC 90	88–105		
SiC 190	177–210		

$$\tau = \frac{M}{2 \pi R_i^2 h} = afS \text{ dyn cm}^{-2}$$

$$D = \frac{2 \omega}{1 - (R_i/R_a)^2} = \omega B \text{ sec}^{-1}$$

$$\mu = \frac{\tau}{D} \text{ dyn sec cm}^{-2} = \text{Poise}$$

Hier hängen f und B nur von der Versuchsanordnung ab. Es gilt für sie:

$$f = \frac{1}{2 \pi R_i^2 h} \text{ und } B = \frac{2}{1 - (R_i/R_a)^2}$$

S ist der Skalenwert, a die Eichkonstante des Messkopfes. Sie wurde nach der von der Fa. Haake empfohlenen Methode bestimmt und nach je 10 Versuchsserien kontrolliert. Die Eichung zeigte, dass sich für jeden Spalt und jede Winkelgeschwindigkeit mit guter Annäherung derselbe Viskositätswert ergab. Die so erhaltene Viskosität

unterschiedet sich von der mit Höppler-Viskosimetern bestimmten und zwar liegt sie erwartungsgemäss höher. Für den Korrektionsfaktor K ergab sich 0,57.

2.3. Durchführung der Messungen

Vor Beginn jeder Messung musste sich das Fließbett im stationären Zustand befinden. Da sich der Druckabfall nach Einstellung jeder neuen Gasgeschwindigkeit noch längere Zeit ein wenig änderte, wurde frühestens nach einer Stunde mit der Messung begonnen. In der Nähe des Fließpunktes dauerte die Einstellung des stationären Zustandes noch länger. Durch genügend langes Abwarten konnte erreicht werden, dass die Messergebnisse davon unabhängig wurden, ob die Gasgeschwindigkeit erhöht oder herabgesetzt worden war.

Um die Fließkurve aufzunehmen, wurden die Schubspannungen bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten gemessen und registriert. Weil das Fließbett manchmal eine schwache Relaxation zeigte, musste der erste Teil der Registrierkurve, der unmittelbar nach Umschaltung der Drehzahl aufgenommen wurde, fortgelassen werden. Diese instationäre Periode betrug jedoch nur 10–20 sec. Zur Kontrolle einer eventuellen langsamen Änderung der Schubspannung mit der Zeit, wurde die Fließkurve in zwei Teilen aufgenommen. Wenn diese auf einer Kurve lagen, war der stationäre Zustand des Fließbettes schon erreicht. Wenn sie voneinander abwichen, musste die Messung wiederholt werden.

2.4. Schwankungen der Schubspannung

Bei kleinen Winkelgeschwindigkeiten und gleichmässiger Auflockerung des Bettes, d.h. wenn Schwankungen der lokalen Feststoffkonzentrationen unbedeutend waren, zeigte auch die Registrierkurve des Drehmomentes keine Schwankungen. Jedoch traten solche bei grösseren Winkelgeschwindigkeiten und bei grösseren Dichteschwankungen auf. Deshalb musste die Registrierkurve oft statistisch ausgewertet werden. Abb. 3 zeigt Registrierkurven der Schubspannung, wie sie für Quarz 250 μ bei einer Gasgeschwindigkeit $V = 5,58 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ und für Quarz 450 μ bei $V = 22,5 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ typisch sind. Die Intensität der Schwankungen nimmt mit der Erhöhung der

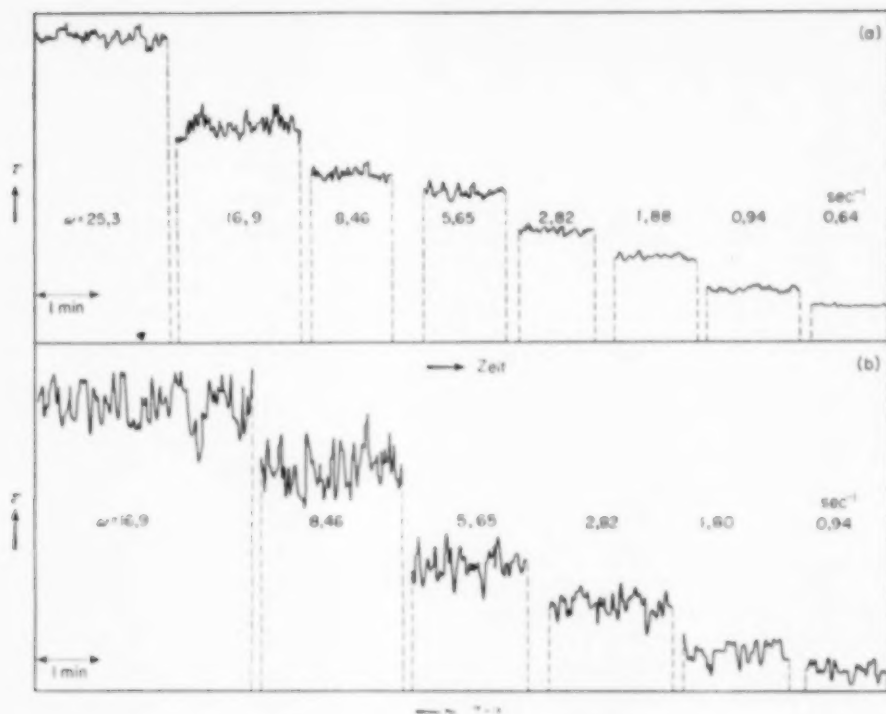


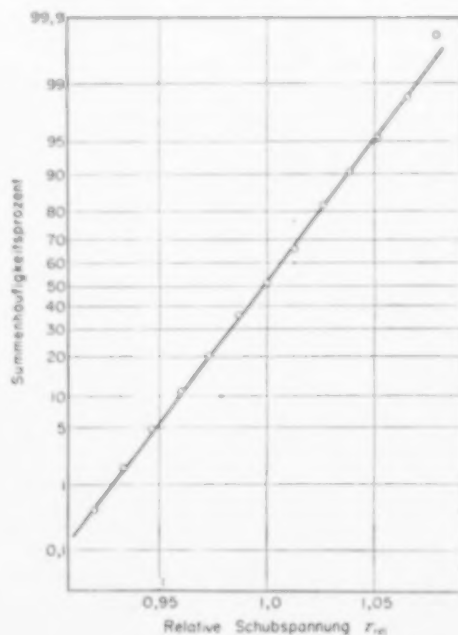
Abb. 3. Registrierkurven der Schubspannung.

(a) Nr. 173, Q 275, $\Gamma = 5,58 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ (b) Nr. 186, Q 450, $\Gamma = 22,5 \text{ Nm}^3/\text{hr}$

Schubspannung zu. Aus solchen Kurven wurden die Häufigkeitsverteilungen für verschiedene Schubspannungen ermittelt. Abb. 4 zeigt eine solche typische Häufigkeitsverteilung der relativen Schubspannung. Die Summenhäufigkeit der Verteilung ergibt auf dem Wahrscheinlichkeitsnetz eine Gerade, was auf eine Normalverteilung hinweist. Dieser Charakter wurde auch mittels der χ^2 -Verteilung rechnerisch bewiesen. Deshalb kann die Intensität dieser Schwankungen durch die mittlere quadratische Abweichung s^2 gekennzeichnet werden. Diese Messzahl hängt aber von der Winkelgeschwindigkeit ab, so dass man sie für alle Messpunkte angeben müsste, was sehr umständlich wäre. Es könnte aber eine

Abb. 4. Häufigkeitsverteilung der relativen Schubspannung τ_{rel} .

Nr. 82./14.

 $\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$ $\tau = 334 \text{ dyn cm}^{-2}$ $N = \sum f_i = 406$ 

Messzahl gefunden werden, die von der Winkelgeschwindigkeit ω unabhängig ist und durch die für jede Fließkurve die Intensität der Schwankungen ausgedrückt werden konnte. Es ist der Variabilitätskoeffizient v^* , der das Verhältnis der Standardabweichung s zum Mittelwert angibt.

Der Variabilitätskoeffizient v^* der Schwankungen der Schubspannung bzw. der Zähigkeit hängt von der Gasgeschwindigkeit ab, Tabelle 5 und Abb. 22. Die Standardabweichung s ist die Quadratwurzel von s^2 , s^2 und der Mittelwert \bar{x} wurden nach der üblichen Methode folgendermaßen ermittelt:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N} \text{ und } s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - [(\sum f_i x_i)^2 / N]}{N - 1}$$

Hierbei bedeuten:

f_i die Häufigkeit der Klasse x_i ,

$N = \sum f_i$, die Gesamtzahl der Beobachtungen.

Bei der Bestimmung dieser Messzahl war die Zahl der Beobachtungen N im allgemeinen über 100, da sonst die Übereinstimmung der Häufigkeitsverteilungen mit der Normalverteilung zu gering war.

3. MESSERGEBNISSE

3.1. Versuchsbedingungen

In Tabelle 4 sind die Versuchsbedingungen der rheologischen Messungen zusammengestellt. Es

wird der benutzte Feststoff und sein Gewicht M , der Spalt S , die Gasgeschwindigkeit V , der Druckabfall Δp und die Betthöhe L angegeben. Tabelle 5 enthält einen charakteristischen Teil* der gemessenen Werte der Schubspannung τ für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten ω und die relative Grösse der Schwankungen von τ , d.h. den Variabilitätskoeffizienten v^* .

Die Versuchsbedingungen der gleichzeitigen rheologischen und Dichte-Messungen befinden sich in einer anderen Arbeit [16]. Tabelle 6 enthält einen charakteristischen Teil* der Einzelwerte der Schubspannungen τ , der mittleren Dichte ρ_{50} , der Intensität der Dichteschwankungen v_{50} und des Charakters der Dichteschwankungen u_{50} .

3.2. Ermittlung echter Fließkurven

Zur Ermittlung echter Fließkurven sind folgende 6 Forderungen zu erfüllen:

1. Der Feststoff muss an der Oberfläche des Zylinders haften. Um den Einfluss der Oberfläche

*Die vollständige Zusammenstellung dieser Messwerte befindet sich in einer Tabelle [17], die bei der Bibliothek der Techn. Hochschule Hannover hinterlegt ist und von dort als Vervielfältigung bezogen werden kann.

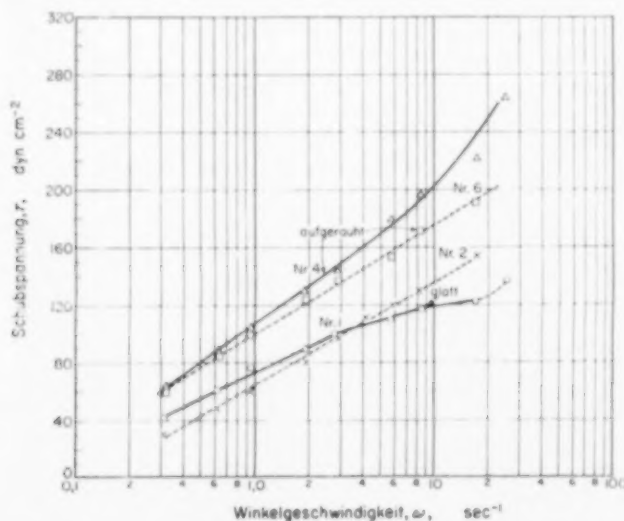


Abb. 5. Einfluss der Wandoberfläche auf die Fließkurven bei 2 Spaltbreiten.

△ Nr. 4 } $V = 5,4 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $S = 8 \text{ G}$
○ Nr. 1 }

□ Nr. 6 } $V = 5,4 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $S = 7 \text{ G}$
× Nr. 2 }

Chem. Engng. Sci., Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

Tabelle 4. Versuchsbedingungen der rheologischen Messungen

Nr.	V (Nm ³ /hr)	Δp (Kp/m ²)	L (cm)	Nr.	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)
G 50, $M = 4786$ g, S.1				G 70, $M = 5315$ g, S.3			
28	0,136	305	27,3	63	0,336	334	25,4
29	0,148	309	26,7	64	0,443	432	26,1
30	0,178	309	28,2	65	0,592	342	26,3
31	0,220	310	28,8	66	0,670	342	26,4
32	0,359	312	28,8	67	1,152	342	26,6
33	0,612	313	28,7	68	2,320	342	27,2
34	0,881	313	29,0				
35	1,210	313	29,3				
G 50, $M = 4786$ g, S.2				G 110, $M = 6200$ g, S.1			
36	0,133	313	27,5	69	0,755	402	28,2
37	0,205	313	27,9	70	0,125	418	29,8
38	0,357	313	29,0	71	1,14	418	29,0
39	0,612	313	28,8	72	2,35	413	29,8
40	0,89	313	28,9	73	4,57	400	30,5
41	1,190	313	29,1				
G 50, $M = 4786$ g, S.3				G 110, $M = 6200$ g, S.2			
42	0,143	300	26,7	74	0,755	410	28,6
43	0,196	310	27,3	75	1,025	420	29,4
44	0,363	311	28,3	76	1,17	420	30,0
46	0,890	311	27,5	77	2,35	422	> 30
47	1,200	311	27,8	78	4,57	413	> 30
G 70, $M = 5000$ g, S.1				G 110, $M = 6200$ g, S.3			
48	0,295	340	24,2	79	1,025	396	28,8
49	0,341	345	24,4	80	1,17	400	29,3
50	0,387	345	24,8	81	2,35	409	> 30
51	0,476	345	25,5	82	4,57	409	> 30
52	0,605	345	25,8				
53	0,860	345	26,0	G 110, $M = 6200$ g, S.4			
54	1,280	347	26,2	83	1,17	415	> 30
55	2,070	345	27,0	84	2,35	424	> 30
				85	4,57	430	> 30
G 70, $M = 5000$ g, S.2				G 110, $M = 6200$ g, S.5			
56	0,294		24,5	86	2,35	414	> 30
57	0,330	336	24,8	87	4,57	406	> 30
58	0,438	340	25,4				
59	0,612	344	26,0	G 110, $M = 6200$ g, S.6			
60	0,760	344	26,0	88	2,35	400	> 30
61	1,155	344	26,2	89	4,57	400	> 30
62	2,325	344	27,3				

Fortsetzung Tabelle 4

Nr.	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	Nr.	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)
G 250, M = 5797 g, S.2				Q 75, M = 4382 g, S.3			
90	3,54	388	24,8	146	0,71	225	26,0
91	4,56	387	25,8	147	0,84	228	26,5
92	5,56	386	27,2	148	1,00	228	26,8
93	6,55	389	27,5	149	1,14	228	26,8
94	7,50	391	28,2	150	2,34	228	27,3
G 250, M = 5797 g, S.3				Q 75, M = 3482 g, S.2			
95	3,54	391	23,7	151	0,71	234	27,2
96	4,56	391	24,6	152	0,85	235	27,7
97	5,56	389	25,6	153	1,00	236	27,9
98	6,55	389	26,5	154	1,14	236	28,2
99	7,50	389	26,5	155	2,34	236	28,3
G 500, M = 6638 g, S.3				Q 75, M = 3482 g, S.1			
100	11,5	422	27,2	156	0,71	230	26,6
101	12,4	425	27,7	157	0,84	231	27,1
102	13,8	428	28,5	158	1,00	232	27,4
103	16,6	435	29,7	159	1,14	232	27,5
104	19,5	440	30,5	160	2,34	232	28,2
Q 105, M = 3864 g, S.1				Q 175, M = 4317 g, S.3			
132	1,14	255	28,3	161	2,34	266	25,3
133	2,34	255	30,0	162	3,56	273	26,9
134	3,56	255	30	163	4,57	277	28,0
135	4,57	255	> 30	164	5,58	277	28,7
Q 105, M = 3744 g, S.2				165	6,61	278	2,95
137	1,14	245	27,2	Q 175, M = 4184 g, S.2			
138	2,34	250	29,2	166	2,34	271	25,5
139	3,56	250	29,4	167	3,56	278	27,3
140	4,57	251	> 30	168	4,57	278	28,3
Q 105, M = 3744 g, S.3				169	5,58	282	29,0
141	0,91	233	25,7	170	6,61	284	29,2
142	1,14	235	26,2	Q 275, M = 4739 g, S.3			
143	2,34	238	27,3	172	4,57	305	25,9
144	3,56	237	28,0	173	5,58	310	26,8
145	4,57	237	28,3	174	6,60	312	27,6
				175	7,55	312	29,0
				176	9,50	315	29,5

Fortsetzung Tabelle 4

Nr.	F (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	
Q 275, $M = 4739$ g, S.2				
177	4,57	320	26,8	
178	5,58	325	28,2	
179	6,60	328	29,3	
180	7,55	330	29,8	
181	8,50	334	30,5	
Q 450, $M = 5286$ g, S.3				
182	11,00	332	27,5	
183	13,55	355	29,0	
184	16,56	353	30,5	
185	19,65	353	> 30	
186	22,50	355	> 30	
Nr.	F (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	Messhöhe (cm)
G 110, $M = 6122$ g, S.1 ⁺				
190	2,35	400	> 30,5	17,5
191	2,35	408	> 30,5	12,5
192	2,35	408	> 30,5	22,5
G 110, $M = 6122$ g, S.2				
193	2,35	408	> 30,5	17,5
G 110, $M = 6122$ g, S. 2				
194	2,35	408	> 30,5	17,5
195	2,35	408	> 30,5	12,5
196	2,35	408	> 30,5	22,5
G 110, $M = 6122$ g, S.3				
197	2,35	397	20,5	17,5
G 110, $M = 6122$ g, S.3 ⁺				
198	2,35	397	20,5	27,5
199	2,35	397	20,5	12,5
200	2,35	397	20,5	22,5

des Zylinders auf die Fließkurve zu bestimmen, wurden Vorversuche mit zwei verschiedenen Spalten unterschiedlicher Oberflächenrauheit ausgeführt. Abb. 5 zeigt, dass eine glatte Oberfläche des Zylinders ungünstig ist, weil die Haftung des Fließbettes daran zu gering ist. Daher treten Gleiteffekte auf, die die Schubspannung vermindern und damit eine grössere Fließfähigkeit und kleinere effektive Zähigkeit vortäuschen.

2. Die Fließkurve muss für verschiedene Eintauchtiefen gemessen werden, um den Einfluss der Zylinderlänge festzulegen. Es wurden Messungen mittels zweier Rotationszylinder mit einer Länge von 200 und 100 mm ausgeführt. Abb. 6 zeigt, dass die Länge des Zylinders keinen bedeutenden Einfluss hat. Die Fließkurve 197–198 wurde aus dem Unterschied der Messerie 197 und 198 ermittelt und entspricht einem "unendlichen langen" Zylinder. Der geringe Unterschied zwischen dieser Kurve und der für den 200 mm langen Zylinder ist nicht grösser als zwischen dem für den 200 mm langen und den 100 mm langen Zylinder. Daher rechtfertigt sich die Verwendung des Zylinders mit 200 mm Länge.

Weil die Dichte der Mischphase in verschiedenem Abstand vom Anströmboden verschieden sein kann [14, 16, 18, 19, 20], wurde der kürzere Rotationszylinder bei den gleichzeitigen Messungen der Dichte und der Schubspannung benutzt. Wie die Messergebnisse zeigen, bedeutet eine Verkürzung der Zylinderlänge von 200 auf 100 mm bei der Gesamtauswertung der Fließkurven einen Unterschied von nur etwa 10 Prozent (Abb. 15 u. 3.6).

3. Der Fließbettdurchmesser muss so gross gewählt werden, dass die Feststoffkonzentration und ihre Schwankungen durch Eintauchen des Hohlzylinders nicht beeinflusst werden. Um dies zu untersuchen, wurden Messungen in Fließbettsystemen mit Durchmessern von 13,25 und 7,5 cm ausgeführt [16]. Diese zeigten, dass die Feststoffkonzentration sich in dem kleineren Bett durch das Eintauchen des Zylinders vermindert, aber die Abhängigkeit der Dichte und der Dichteschwankungen von der Strömungsgeschwindigkeit im Wesentlichen unverändert bleiben.

Tabelle 5. Charakteristischer Ausschnitt der gemessenen Schubspannungen τ (dyn cm⁻²) für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten ω

ω (sec ⁻¹)	Nr. 117	178	179	180	181	182	183	184	185	186
0,031	11,5	8,8	6,6	6,6	8,7	92,1	8,8			
0,062	20,7	13,1	8,8	11,0	10,9	193,1	15,3	6,6	8,8	6,5
0,094	25,3	15,3	13,2	11,0	13,1	172,0	17,5	8,8	13,2	8,8
0,18	39,0	21,9	19,7	17,5	19,7	215,0	32,9	24,1	17,5	17,5
0,28	50,5	28,5	26,5	28,5	28,5	228,2	41,7	35,1	24,1	21,9
0,56	78,1	43,9	43,9	46,1	48,2	236,9	76,8	57,0	48,3	46,1
0,84	91,9	63,6	61,4	65,8	70,2	276,5	100,9	79,0	68,0	61,4
1,69	114,8	100,9	103,1	109,7	114,1	289,6	166,7	140,4	127,3	116,3
2,53	126,3	120,4	138,2	144,8	153,5	258,9	210,6	188,7	168,9	166,7
5,07	158,5	170,9	206,2	223,7	234,7	245,7	255,2	283,0	283,0	267,7
0,31	45,9	28,5	30,7	26,3	28,5	232,6	46,1	35,1	26,3	21,9
0,62	68,9	52,6	50,5	50,5	52,6	263,3	79,0	61,4	54,8	41,7
0,94	89,6	65,8	68,0	65,8	72,5	267,7	109,7	87,7	76,8	65,8
1,88	114,8	109,7	111,9	114,1	122,8	307,2	175,5	153,6	131,6	122,9
2,82	130,9	133,8	148,3	153,5	157,9	294,0	219,4	197,5	188,7	173,3
5,65	174,5	188,6	212,8	236,9	247,9	388,4	305,0	302,8	307,2	294,0
8,46	211,3	226,0	261,1	285,2	322,5	460,8	355,5	375,2	373,0	368,6
16,90	323,9	302,7	364,2	392,7	412,4		403,7	416,9	401,5	379,6
25,35		445,4			315,9		423,5	430,1		
50,70					256,6		452,0			
v^* (%)		3,2	3,3	4,0	5,1		3,5	4,4	6,1	7,4

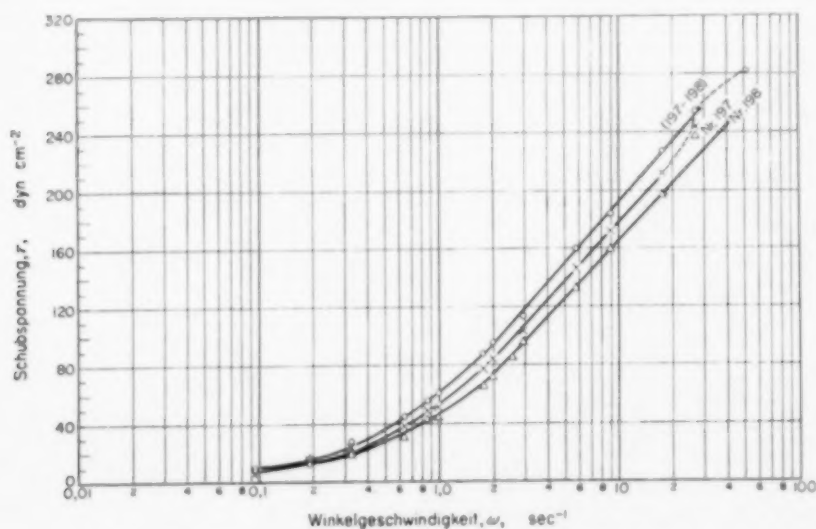


Abb. 6. Einfluss der Länge des Rotationszylinders auf die Fließkurven.

Versuch	Länge des Zylinders
197-198	∞
197	20 cm
198	10 cm

Tabelle 6. Charakteristischer Ausschnitt der gemessenen Schubspannungen τ (dyn cm⁻²) und der dazugehörenden mittleren Dichte ρ_{50} (g cm⁻³), der relativen Intensitäten der Dichteschwankungen v_{50} und des Charakters der Dichteschwankungen n_{50} für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten ω

Nr.	V (Nm ² /hr)	ω (sec ⁻¹)	0,0	0,313	0,626	0,94	1,88	2,82	5,56	8,46	16,9	25,35	50,70
339	2,40	τ	—	220,5	211,4	206,8	170,0	179,2	179,6	170,0	174,6	211,4	450,3
		ρ_{50}	0,840	0,827	0,831	0,842	0,835	0,807	0,840	0,808	0,857	0,848	0,912
		v_{50}	2,7	5,8	5,6	5,9	6,8	4,6	5,7	8,3	8,9	12,1	9,7
		n_{50}	-2	-2	-4	-3	-3	-3	-3	-4	-4	-10	
340	3,69	τ	—	18,4	36,8	45,9	82,7	105,7	147,0	174,6	211,4	238,9	305,2
		ρ_{50}	0,741	0,768	0,807	0,828	0,782	0,753	0,738	0,727	0,769	0,775	0,817
		v_{50}	11,9	29,7	25,9	33,8	29,6	29,5	30,7	32,7	30,3	31,2	24,3
		n_{50}	-10	+18	-4	-4	-4	-4	-4	+2	+7	+10	+2
341	4,78	τ	—	9,2	27,6	41,4	73,5	110,0	174,6	220,6	284,9	317,0	441,2
		ρ_{50}	0,654	0,713	0,657	0,705	0,682	0,691	0,691	0,698	0,691	0,707	0,762
		v_{50}	31,0	30,9	27,1	21,6	27,6	30,6	30,6	29,8	30,6	32,7	32,3
		n_{50}	+1	+8	+1	+1	+1	+1	+1	+5	+5	+5	-55
342	5,88	τ	—	18,4	27,6	36,8	78,1	110,3	183,8	243,6	330,8	376,8	514,7
		ρ_{50}	0,665	0,658	0,666	0,699	0,669	0,657	0,666	0,653	0,671	0,717	0,736
		v_{50}	36,6	33,1	34,3	37,7	38,2	33,2	34,3	35,1	35,9	36,4	38,3
		n_{50}	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+7	+7	-45	+N

In dem grösseren Bett konnte dagegen im Wesentlichen kein Einfluss des eingetauchten Hohlzylinders beobachtet werden. Die rheologischen Messungen wurden daher in dem grösseren Fließbett ausgeführt.

Einige Messungen der Dichte und der Schubspannungen wurden im kleinen Fließbett ausgeführt. Wie die Messergebnisse zeigen, weichen die daraus ermittelten Reibungsgesetze von denjenigen im grossen Fließbett ziemlich ab (Tabellen 9 und 11).

4. Um den Einfluss der Zylinderwand auf die Fließkurve auszuschalten oder mindestens weitgehend zu unterdrücken, muss der Ringspalt zwischen den coaxialen Zylindern genügend breit sein. Zur Feststellung dieses Wandinflusses wurden Messungen mit 6 verschiedenen Spalten ausgeführt. Der Wandeffekt konnte jedoch nicht genau ermittelt werden, weil sich die Fließfähigkeit des Fließbettssystems in radialer Richtung ändert. Immerhin wurde qualitativ festgestellt, dass die Spaltbreite und der Krüm-

Tabelle 7. Die Konstanten der Gleichung (1) der Fließkurve für Glaskugeln

Nr.	A ⁺	B ⁺	Nr.	A ⁺	B ⁺
31	1,38 10 ⁻²	0,638	70	0,27	0,039
32	0,20	0,329	71	0,26	0,047
33	1,47	0,102	72	0,14	0,037
34	1,72	0,074	73	0,47	0,019
35	2,00	0,056			
38	0,33	0,210	75	2,6 10 ⁻²⁺	0,072 ⁺
39	1,23	0,0805	76	0,19	0,043
40	1,00	0,0534	77	0,85	0,019
41	3,14	0,0453	78	0,95	0,015
43	0,13 ⁺	0,002 ⁺	80	3,16 10 ⁻²⁺	0,053
44	0,43	0,256	81	0,77	0,021
45	1,44	0,077	82	0,95	0,015
46	1,55	0,046			
47	1,66	0,041	84	0,002	0,037
			85	0,195	0,022
50	0,025	0,230	86	0,057 ⁺	0,034 ⁺
51	0,38	0,104	87	0,348	0,024
52	0,08	0,057			
53	1,27	0,033	88	3,9 10 ⁻²⁺	0,032 ⁺
54	1,46	0,026	89	0,174	0,027
55	1,07	0,026			
58	0,35	0,112	91	0,34	0,023
59	0,66	0,083	92	1,09	0,014
60	1,14	0,049	93	1,53	0,010
61	1,90	0,024	94	1,69	0,0089
62	1,96	0,024			
64	0,012	0,202	96	0,26	0,025
65	0,40	0,087	97	1,11	0,014
66	0,95	0,041	98	1,60	0,011
			99	2,40	0,0088
67	1,66	0,026	102	0,04	0,020
68	2,08	0,019	103	1,16	0,0069
			104	1,95	0,0067

mungsradius des Spaltes, mindestens bei grösseren Gasgeschwindigkeiten, keine bedeutende Rolle spielen. Wie später dargelegt wird [21], beeinflussen sie nur die Stabilität des Fliessbettes. Um den Wandeinfluss zu vermeiden, wurden nur solche Füllungen benutzt, die denen der mittlere Korndurchmesser höchstens 1/100 der Spaltbreite betrug.

5. Die zusätzlichen Kräfte, die an der Innenseite des rotierenden Hohlzylinders auftreten,

müssen durch Eichung bestimmt werden, um sie eliminieren zu können.

6. Die Umdrehungszahl und der Durchmesser des rotierenden Zylinders müssen möglichst klein sein. Damit soll der Störeffekt der Zentrifugalkraft und der sonst zu gross werdenden Scherkraft auf die Körner vermieden werden. Die durch den rotierenden Zylinder auftretenden Kräfte können zwei Arten von Strömungen der Zähigkeitsmessung herbeiführen. Eine von ihnen

Tabelle 8. Die Konstanten der Gleichung (1) der Fliesskurve für Quarz und Glaskugeln

Nr.	A^+	B^+	Nr.	A^+	B^+
132	0,054 ⁺	0,0710 ⁺	166	0,026 ⁺	0,0460 ⁺
133	1,56	0,0190	167	1,03	0,0201
134	1,48	0,0166	168	1,59	0,0126
135	2,2	0,0120	169	2,32	0,0107
			170	2,14	0,0084
137	0,0023 ⁺	0,1280 ⁺	172	0,103	0,0221
138	1,84	0,0165	173	0,78	0,0138
139	1,82	0,0133	174	1,49	0,0097
140	2,8	0,0100	175	1,80	0,0080
			176	2,26	0,0070
142	0,031 ⁺	0,1440 ⁺	177	0,20	0,0253
143	1,32	0,0188	178	1,09	0,0121
144	2,08	0,0130	179	1,18	0,0105
145	4,68	0,0074	180	1,59	0,0081
			181	2,00	0,0067
146	5,5 10 ⁻⁶	0,255 ⁺	182	4,0 10 ⁻⁴	0,0301
147	0,20	0,0742	183	0,90	0,0086
148	0,38	0,0590	184	1,35	0,0070
149	0,47	0,0575	185	1,95	0,0056
150	0,98	0,0223	186	2,26	0,0054
152	0,02	0,1095	190	0,42	0,0247
153	0,27	0,0590	191	0,26	0,0315
154	0,50	0,0460	192	0,36	0,0237
155	1,14	0,0200			
156	0,007 ⁺	0,177 ⁺	193	1,16	0,0234
157	0,134	0,100	194	0,61	0,0213
158	0,756	0,0535	195	0,67	0,0232
159	0,966	0,0403	196	0,80	0,0153
160	1,57	0,0264			
161	6,3 10 ⁻⁴	0,0766 ⁺	197	0,89	0,0175
162	1,00	0,0165	198	1,14	0,0170
163	1,72	0,0121	199	0,49	0,0242
164	1,36	0,0092	200	1,60	0,0122
165	2,90	0,0076			

Tabelle 9. Die Konstanten der Gleichung (1) der Fließkurven für Quarz, Siliciumcarbid, Polystyrol und Aluminium mit kurzem Zylinder ($h = 10$ cm) gemessen

Nr.	Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	D_t (cm)	A^+	$B^+ \cdot 10^2$
302	G 50	0,12	233	7,5	0,63	8,90
303		0,18	235		0,88	7,40
304	$M = 1301$	0,36	238		1,87	3,43
305	S, 6 ⁺	0,50	242		2,06	3,30
306		0,20	230	7,5	0,95	4,11
307	G 70	0,36	236		2,90	2,05
308	$M = 1428$	0,50	238		2,82	1,73
309	S, 6 ⁺	0,63	241		2,74	1,62
310		0,77	243		3,00	1,44
312		0,36	223	7,5	0,46	4,18
313	Q 75	0,50	229		1,27	2,84
314	$M = 981$	0,63	232		1,60	2,21
315	S, 6 ⁺	0,77	237		2,52	1,93
317		0,50	238	7,5	0,59	3,03
318	Q 105	0,63	245		1,36	2,19
319	$M = 999$	0,77	240		2,54	1,58
320	S, 6 ⁺	0,90	253		2,60	1,48
323		0,90	231	13,25	$3,6 \cdot 10^{-2}$	10,02
324	Q 75	1,03	232		1,01	3,77
325	$M = 3500$	1,18	232		0,57	4,04
326	S, 4 ⁺	1,32	232		0,94	3,03
327		1,92	232		1,13	1,84
330		1,32	237	13,25	0,22	3,77
331	Q 105	1,82	238		0,70	2,56
332	$M = 3630$	2,40	237		1,34	1,65
333	S, 4 ⁺	3,03	237		1,78	1,28
334		1,82	243 ⁺	13,25	$2,10^{-3+}$	6,77 ⁺
335	Q 135	2,40	245		1,46	1,75
336	$M = 3716$	3,69	245		1,42	1,27
337	S, 4 ⁺	4,78	245		2,12	0,98
338		5,88	245		2,42	0,78
340		3,69	265	13,25	0,96	1,66
341	Q 175	4,78	266		1,75	1,04
342	$M = 3109$	5,88	266		2,34	0,81
343	S, 4 ⁺	7,02	266		2,40	0,76
344		3,69	291	13,25	$2,9 \cdot 10^{-3}$	3,49
345	Q 225	4,78	296		0,72	1,42
346	$M = 3956$	5,88	300		1,52	0,93
347	S, 4 ⁺	7,02	300		0,36	0,24

Tabelle 9. (Fortsetzung).

Nr.	Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	D_1 (cm)	A^+	$B^+, 10^2$
350	Q 275	4,78	311	13,25	$2,0 \cdot 10^{-3}$	2,95
351	$M = 4832$	5,33	314		0,95	1,02
352		5,88	316		0,73	1,30
353	S,4 ⁺	7,02	318		2,42	0,71
357	Q 350	7,02	329	13,25	$1,2 \cdot 10^{-4+}$	5,10 ⁺
358	$M = 5000$	8,21	332		0,30	1,24
359	S,4 ⁺	9,35	333		0,82	0,99
363	SiC 45	0,77	285	13,25	0,13 ⁺	4,11
364	$M = 4600$	0,90	293		0,36	6,77
365	S,4 ⁺	1,03	294		0,23	3,97
371	SiC 90	1,82	293	13,25	0,32	2,74
372	$M = 4500$ S,4 ⁺	2,40	290		1,09	1,33
374	SiC 190	3,03	318	13,25	0,19	2,00
375		3,69	325		0,6	1,52
376	$M = 4004$	4,20	327		1,02	1,16
377	S,4 ⁺	4,78	325		1,55	0,90
381	P 250	1,02	248		0,16	11,52
382		1,82	249		3,34	3,34
383	$M = 2184$	2,40	249		4,04	3,90
384		3,03	249		6,16	1,73
385	S,5 ⁺	3,69	249		5,46	1,50
394	Al 90	0,90	179	13,25	$3,4 \cdot 10^{-3}$	10,5
395	$M = 2740$	1,03	180		$3,4 \cdot 10^{-3}$	9,2
396	S,4 ⁺	1,18	180		$1,8 \cdot 10^{-3}$	9,2

berwirkt eine scheinbare Zunahme der Fließfähigkeit, die andere führt zu ihrer wirklichen Abnahme. Diese "Instabilitätserscheinungen" wurden eingehend untersucht und sind Gegenstand einer späteren Veröffentlichung [21]. Sie wurden bei der Ermittlung der Fließkurven besonders beachtet und es wurden nur solche Messpunkte benutzt, die im stabilen Bereich lagen. Bei ganz kleinen Gasgeschwindigkeiten, d.h. in der Nähe des Auflockerungspunktes, zeigten alle Fließbettsysteme von Anfang an starke Instabilität, deshalb konnten die Fließ-

kurven für solche Systeme nur aus Punkten im instabilen Bereich ermittelt werden. Diese Fließkurven werden deshalb im folgenden (S.3.3) gesondert diskutiert. Für diese Systeme konnte das Reibungsgesetz nicht bestimmt werden; es wurde nur aus solchen Fließkurven ermittelt, die im stabilen Bereich lagen. Die Ausnahmen sind in Tabellen 6, 7, 8, 9, 10 und 11 mit einem Stern bezeichnet. Hier enthalten die Fließkurven also einige Punkte aus dem instabilen Bereich.

Diese 6 Bedingungen wurden in der vorliegenden Untersuchung weitgehend erfüllt.

3.3 Fließverhalten in der Nähe des Auflockerungspunktes

In der Nähe des Auflockerungspunktes konnte kein einheitlicher quantitativer Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und Schubspannung ermittelt werden, wie es für eigentliche Fließbettssysteme gelang. Im Festbett, aber nahe dem Auflockerungspunkt, lief die Fließkurve durch ein Minimum der Schubspannung (Abb. 7a, b und c). Mit zunehmender Gasgeschwindigkeit verschiebt sich die Kurve in Richtung abnehmender Schubspannung, gleichzeitig flacht sich das Minimum immer mehr ab. Im halbflüssigen Zustand beginnt die Fließkurve als eine Gerade; mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit erreicht

die Schubspannung ein Maximum, um darauf ein mehr oder weniger ausgeprägtes Minimum zu durchlaufen (Abb. 8a, Kurve I und Abb. 8b). Wenn man den linearen Teil auf $\omega = 0$ extrapoliert, erhält man eine Fließgrenze τ_0 , die einer Bingham-Fließgrenze entspricht. Eine andere Fließgrenze konnte aber auch direkt in der Nähe des Auflockerungspunktes folgendermassen gemessen werden.

Der Innenzylinder wurde auf übliche Weise ins Fließbett eingetaucht. Dann wurde das Gas abgestellt, dadurch entstand ein Festbett mit sehr grosser innerer Reibung. Jetzt wurde die Torsionsfeder des Messkopfes durch kurze Einschaltung des Synchronmotors bis zum grössten

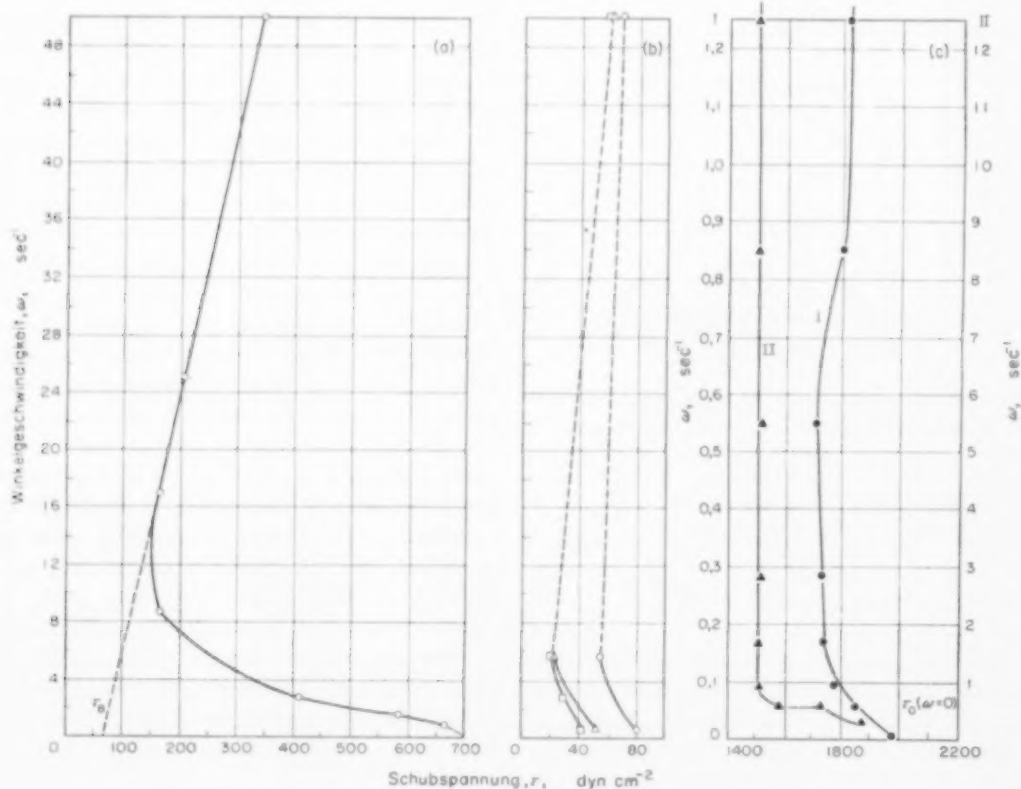


Abb. 7. Zusammenhang zwischen Schubspannung τ und Winkelgeschwindigkeit ω für das Festbett.

(a) Q 250, S. 3
 $V = 3,0 \text{ Nm}^3/\text{hr}$

(b) Kork, S. 4⁺
○ $V = 0,60 \text{ Nm}^3/\text{hr}$
▽ $V = 0,75 \text{ Nm}^3/\text{hr}$
□ $V = 0,87 \text{ Nm}^3/\text{hr}$

(c) SiC 190, S. 4⁺
 $V = 1,25 \text{ Nm}^3/\text{hr}$

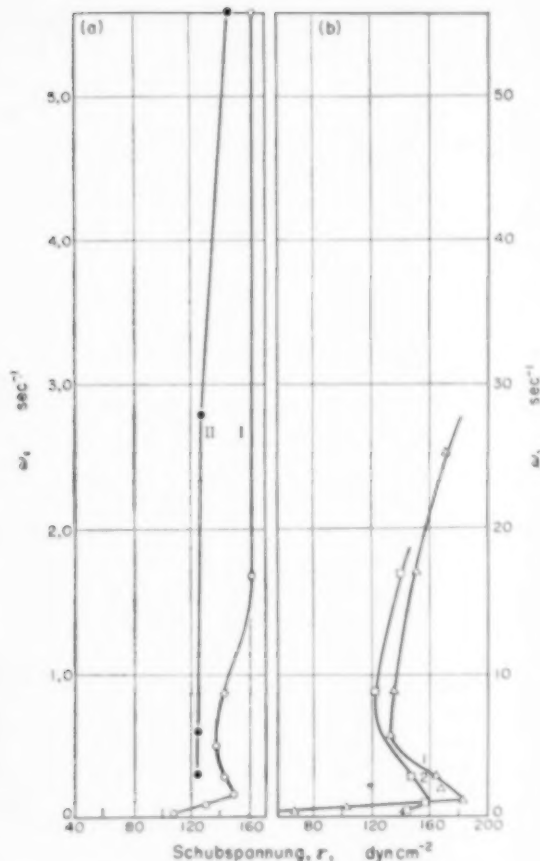


Abb. 8. Zusammenhang zwischen Schubspannung τ und Winkelgeschwindigkeit ω beim Auflockerungspunkt.

- (a) G 110, S. 1, $D_1 = 13,25$ cm
 $M = 6200$ g, $V = 0,75$ Nm²/hr
 (b) Kork, S. 3 $D_1 = 13,35$ cm
 $M = 274$ g
 \triangle $V = 4,50$ Nm²/hr
 \square $V = 6,50$ Nm²/hr

erlaubten Drehmoment gespannt. Die Winkelgeschwindigkeit ω was also Null und die Schubspannung z.B. $\tau = 1500$ dyn cm⁻². Hierdurch trat also nur eine elastische Deformation des Festbettes auf. Wenn man jetzt die Gasgeschwindigkeit langsam erhöhte, nahm die Schubspannung ab, aber bei jeder Geschwindigkeit nur bis zu einem gut definierten und reproduzierbaren Wert. Wurde aber die Schubspannung erhöht, trat eine dauerhafte Deformation, d.h. Fließen

auf. Die sich einstellende Schubspannung war also die Grenze zwischen Fließen und elastischer Deformation, d.h. die Fließgrenze τ_0 . Bei dieser erstreckt sich die dauerhafte Deformation nur auf eine differentielle Dicke des Fließbettes in unmittelbarer Nähe des rotierenden Zylinders. Bei zunehmender Winkelgeschwindigkeit und damit verbundener Zunahme von τ verbreitert sich diese Deformationszone, und bei einer Schubspannung

$$\tau_A = \frac{1}{\gamma^2} \tau_0,$$

erreicht sie die Aussenwand, wobei $\gamma = R_i/R_a$ ist.

Bei ganz kleinen Winkelgeschwindigkeiten und kleinen Körnern, bei denen das Fließbett gleichmäßig aufgelockert war, konnte diese Ausbreitung der Deformation deutlich beobachtet werden. Die Fließgrenze nimmt mit steigender Gasgeschwindigkeit sehr rasch ab und verschwindet oberhalb des Auflockerungspunktes (Abb. 9). Diese "halbflüssigen" Systeme sind sehr träge, so musste man oft mehrere Stunden lang warten, bis das System nach der Änderung der Strömungsgeschwindigkeit einen stationären Zustand erreichte. Durch Steigerung der Winkelgeschwindigkeit konnte ein solcher stationärer Zustand leicht zerstört werden, so dass es längerer Zeit bedurfte, bevor man den Versuch bei kleinen Winkelgeschwindigkeiten beginnend wiederholen konnte. Solche Vorgänge zeigen auch zwei Fließkurven (I und II) der Abb. 8(a), die nacheinander aufgenommen wurden. Wie man erkennen kann, verläuft die Fließkurve II, die gleich nach I aufgenommen wurde, unterhalb I. Erst nach einer Stunde "Erholung" erhielt man wieder dieselbe Kurve. Dasselbe zeigen auch zwei Fließkurven I und II der Abb. 7(c), die nacheinander aufgenommen wurden. Die später aufgenommene Fließkurve II liegt bedeutend tiefer als I. Der Unterschied zwischen I und II verschwand auch nach 20 Stunden noch nicht völlig.

3.4. Bestimmung der Fließkurve von Fließbettsystemen

Durch die 20 Umdrehungsgeschwindigkeiten konnten im besten Fall für jede Fließkurve 20 Messpunkte erhalten werden. Durchschnittlich

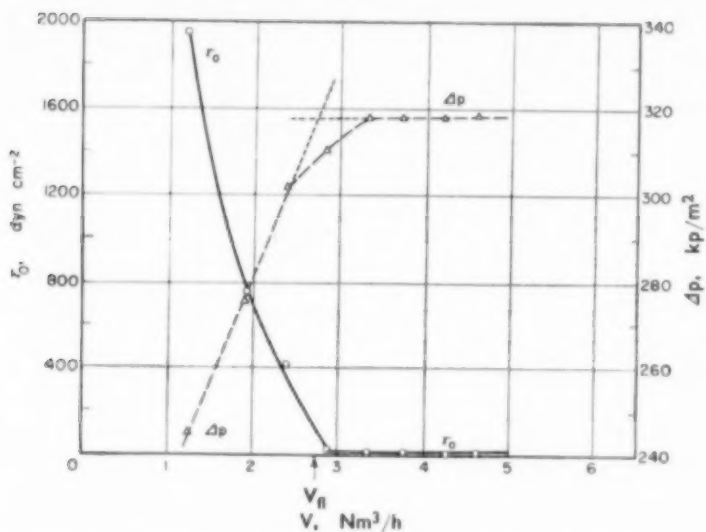


Abb. 9. Direkt gemessene Fließgrenze τ_0 und Druckabfall Δp in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit V für SiC190, S. 4+.

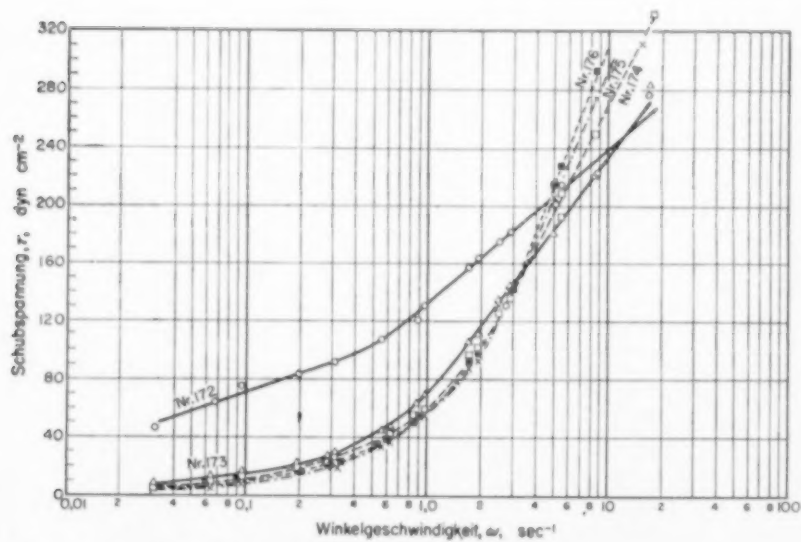


Abb. 10. Charakteristische Fließkurven von Fließbettsystemen aus grossen Körnern.

- | | |
|-----------|-----------|
| ○ Nr. 172 | □ Nr. 173 |
| △ Nr. 174 | × Nr. 175 |
| ⊗ Nr. 176 | |

konnten davon jedoch nur etwa 10–15 herangezogen werden, weil die Messdaten einerseits in vielen Fällen ausserhalb der gewünschten Messgenauigkeit (± 2 Prozent) lagen, andererseits bei grossen Umdrehungsgeschwindigkeiten die Stabilitätsgrenze überschritten wurde. Wegen der kleinen effektiven Zähigkeit des Fliessbettes reichte die Genauigkeit des Messapparates bei ganz kleinen Winkelgeschwindigkeiten und kleinen Körnern nicht aus. Deshalb konnte man bei kleinen Körnern die kleinsten Winkelgeschwindigkeiten nicht benutzen. Da die Instabilitätsgrenze gerade bei diesen Systemen bei verhältnismässig niedrigen Winkelgeschwindigkeiten lag, konnten für die Ermittlung der Fliesskurve solcher Systeme im allgemeinen etwa 10 Messpunkte erhalten werden, die aber ausreichten.

Es wurden zusammen etwa 350 Fliesskurven mit verschiedenen Korngrössen, Spaltbreiten und Gasgeschwindigkeiten ausgemessen. In der Tabelle 4 sind die Versuchsbedingungen und in der Tabelle 5 einige bei verschiedenen Winkel-

geschwindigkeiten gemessenen Schubspannungen zusammengestellt. Für die Ermittlung der Fliesskurve für Glaskugeln 110μ wurden alle 6 Spaltbreiten benutzt, um den Wandeffekt oder die radiale Änderung der Fliessfähigkeit zu bestimmen. Bei den anderen Fliessbettsystemen wurden drei und bei grösseren Körnern, wegen des Wandeffektes, nur zwei bzw. als einziger der breiteste der Spalte benutzt. Die Fliesskurven wurden für jedes Fliessbettsystem im allgemeinen mit 4 oder 5 Gasgeschwindigkeiten ermittelt.

Abb. 10 zeigt einige charakteristische Fliesskurven für Fliessbettsysteme mit grossen Körnern bei 5 Gasgeschwindigkeiten. Die Änderung des Charakters der Fliesskurve mit steigender Gasgeschwindigkeit lässt sich deutlich erkennen: Der obere Ast wird immer steiler. Abb. 11 zeigt einige Fliesskurven, die für Fliessbettsysteme aus kleinen Körnern charakteristisch sind. Bei kleinen Gasströmungsgeschwindigkeiten erreicht man mit steigendem ω sehr schnell den instabilen Zustand (in Abb. 11, Kurve 43 bei $\omega = 1,8$).

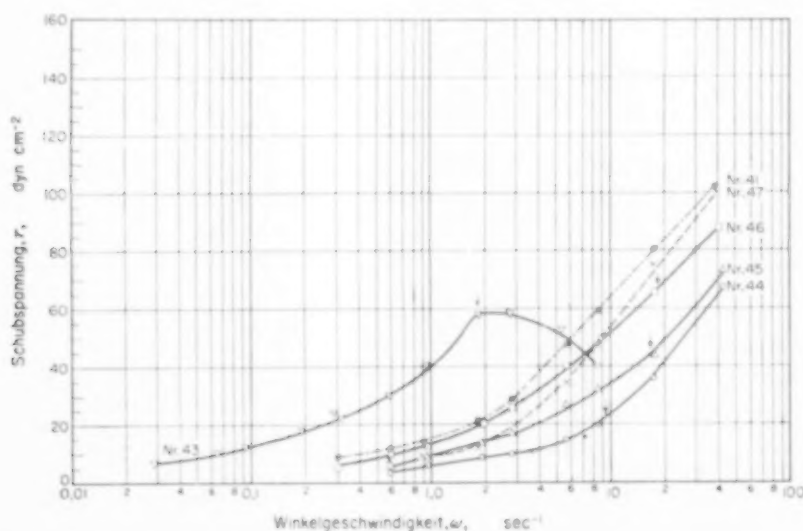


ABB. 11. Charakteristische Fliesskurven von Fliessbettsystemen aus kleinen Körnern.

- | | | |
|--------------------|-----------------------------------|--------|
| ∇ Nr. 43 | $V = 0,19 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | S. 3 |
| | (Auflockerungspunkt) | |
| \circ Nr. 44 | $V = 0,36 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | } S. 3 |
| \triangle Nr. 45 | $V = 0,61 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | |
| \square Nr. 46 | $V = 0,89 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | |
| \times Nr. 47 | $V = 1,20 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | |
| \otimes Nr. 41 | $V = 1,20 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ | S. 2 |

Die Instabilitätsgrenze (in Abb. 11 durch einen Pfeil gekennzeichnet) verschiebt sich mit steigender Gasgeschwindigkeit zu immer höheren ω . Bei der grössten Gasgeschwindigkeit (Kurve 41, 47) zeigt die Fließkurve keine Instabilitätsgrenze mehr. Der Unterschied zwischen Fließbettssystemen aus kleinen und grossen Körnern ist aus den Abb. 10 und 11 deutlich zu erkennen. Im Falle grösserer Körner verläuft die Kurve viel steiler als bei kleinen Körnern.

3.5. Ermittlung des Reibungsgesetzes für Fließbettssysteme

Um die Unterschiede der Fließkurven quantitativ zu erfassen und aus ihnen das Reibungsgesetz zu ermitteln, wurden sie verschieden ausgewertet [14]. Die beste Annäherung konnte durch eine Sinushyperbolicus-Funktion für $\omega = f(\tau)$ erzielt werden.

Es ist bekannt, dass sich die $sh(x)$ -Funktion für $x \leq 3$ durch die Exponential-Funktion $\frac{1}{2} \exp(x)$ darstellen lässt. So konnte eine reine Exponential-Funktion für grössere τ erwartet werden. Die Fließkurven lassen sich wirklich auf halblogarithmischem Netz bei genügend grossen τ als eine Gerade darstellen. Dadurch konnten die Exponenten und die Koeffizienten leicht ermittelt werden.

Abb. 12 zeigt die Ermittlung der Gleichung für die Fließkurve Nr. 196 als Beispiel. Oberhalb $\omega = 2,0 \text{ sec}^{-1}$ lässt sich die Fließkurve als eine Gerade auf halblogarithmischem Netz darstellen. Daraus wurde die Funktion

$$\omega = 0,4 \exp(0,0153 \tau)$$

ermittelt. Weil

$$a \operatorname{sh}(x) = \frac{a}{2} [\exp(x) - \exp(-x)]$$

ist, erhält man für die Fließkurve die Gleichung

$$\omega = 0,8 \operatorname{sh}(0,0153 \tau).$$

Es wurde festgestellt, dass sich jede Fließkurve durch die Funktion

$$\omega = A^+ \operatorname{sh}(B^+ \tau) \quad (1)$$

darstellen lässt. In den Tabellen 7, 8 und 9 sind die Konstanten A^+ und B^+ für die Fließkurven zusammengestellt. Aus dieser Gleichung der Fließkurven wurde das Reibungsgesetz nach Pawlowski [11] bestimmt. Er gelangte zu einer Lösung der Integralgleichung

$$\omega = \frac{1}{2} \int_{\gamma^3 \tau}^{\tau_0} \frac{D(\tau)}{\tau} d\tau \quad (2)$$

durch eine unendliche Reihe

$$D(\tau) = 2 \tau \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{2k} \omega'(\gamma^{2k} \tau), \quad (3)$$

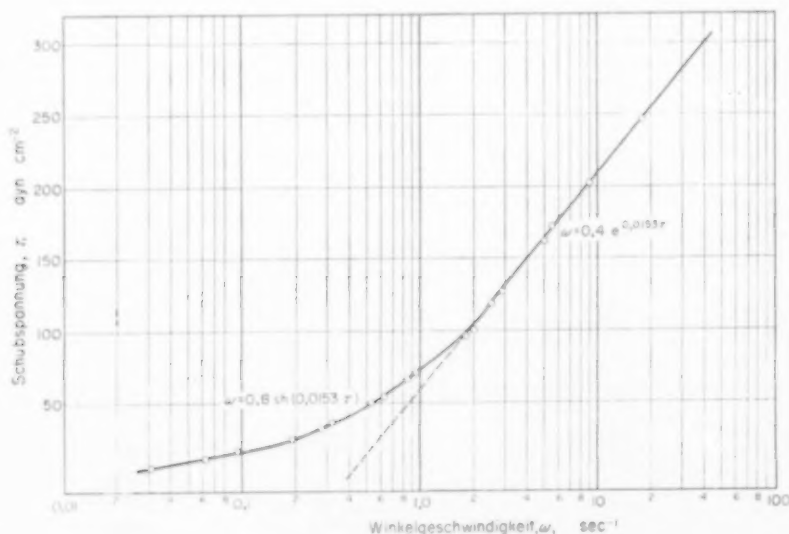


Abb. 12. Ermittlung der Gleichung der Fließkurve.

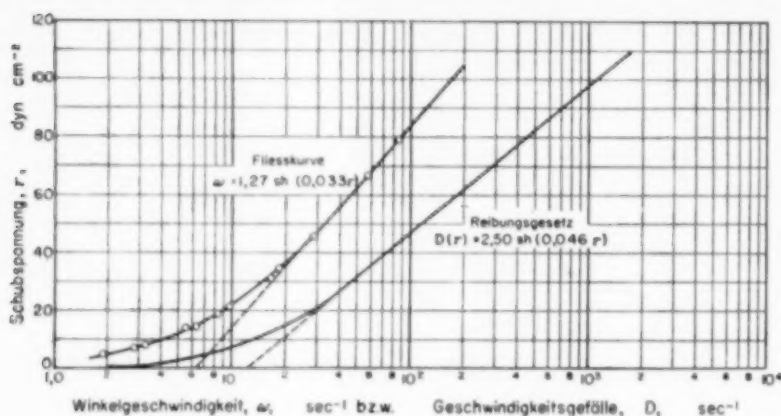


Abb. 13. Darstellung einer typischen FlieBskurve und des daraus ermittelten Reibungsgesetzes.

die nur die erste Ableitung der FlieBskurvenfunktion und nur eine FlieBskurve benötigt. Aus der Gleichung (1) ergibt sich für ω'

$$\omega' = A + B + ch(B + \tau), \quad (4)$$

daraus erhält man für das Reibungsgesetz:

$$D(\tau) = 2 A + B + \tau \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{2k} ch(\gamma^{2k} B + \tau) \quad (5)$$

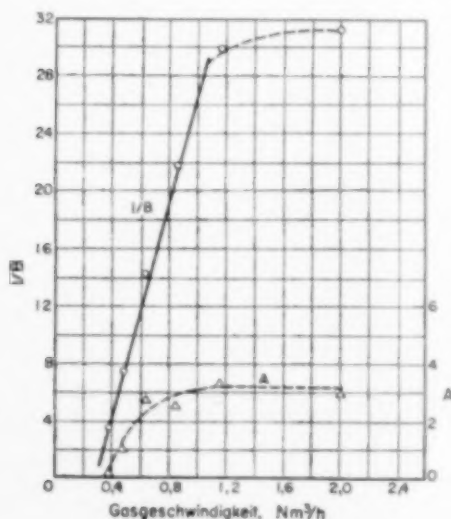
Die so aus Gleichung (5) für die Reibungsgesetze erhaltenen Funktionen wurden wieder aufgetragen und die endgültigen Gleichungen bestimmt. Für

diese Kurven ergaben sich wieder Sinushyperbelfunktionen. In Abb. 13 sind eine typische FlieBskurve und das daraus ermittelte Reibungsgesetz dargestellt.

Das Reibungsgesetz für FlieBbettssysteme kann also durch die Funktion

$$D(\tau) = A sh(B\tau) \quad (6)$$

ausgedrückt werden. In den Tabellen 10, 11 und 12 sind die Konstanten A und B für jedes in der vorliegenden Arbeit geprüfte FlieBbettssystem zusammengestellt.

Abb. 14. Typische Abhängigkeit der Konstanten A und B von der Gasgeschwindigkeit für G 70, S. 1.

3.6. Abhängigkeit des Reibungsgesetzes von der Gasgeschwindigkeit und der Korngrösse

Es wurde ferner geprüft, wie die Konstanten A und B von der Gasgeschwindigkeit abhängen. Wie aus den Tabellen 10, 11, 12 und der Abb. 14 zu erschen ist, nimmt $1/B$ im allgemeinen mit der Gasgeschwindigkeit linear zu, wenn sie nicht grösser ist als die dreifache Geschwindigkeit am Auflockerungspunkt. Im Auflockerungspunkt ist $1/B = 0$.

Aus diesem Grund wurde zwischen $1/B$ und V für $V \leq 3 V_{fl}$ lineare Regression

$$y = a_r + b_r x$$

$$\text{mit } y = \frac{1}{B} \text{ und } x = V$$

angenommen, und die Regressionskoeffizienten a_r und b_r wurden mittels der bekannten Zusammenhänge

Tabelle 10. Die Konstanten A und B des Reibungsgesetzes (6) und die effektive Zähigkeit $1/AB$ für kleine Schubspannungen τ für Glaskugeln

Nr.	A	$B \cdot 10^2$	$\frac{1}{AB}$	Nr.	A	$B \cdot 10^2$	$\frac{1}{AB}$
31	0,026	78,9	48,9	70	1,03	4,7	20,8
32	0,726	40,5	3,4	71	1,15	5,5	15,8
33	4,10	12,7	1,9	72	0,53	4,4	43,4
34	2,50	9,7	4,1	73	1,98	2,3	22,2
35	6,73	6,9	4,1	75	0,15 ⁺	8,3 ⁺	76,9
38	0,73	40,4	3,4	76	0,50	5,1	40,0
39	2,41	9,4	4,4	77	3,03	2,3	14,1
40	5,62	6,6	2,6	78	3,85	1,8	14,7
41	7,56	5,8	2,3	80	1,1 · 10 ⁻²⁺	6,4 ⁺	1,4 · 10 ⁴⁺
43	0,408 ⁺	7,5 ⁺	32,5 ⁺	81	3,55	2,5	12,8
44	1,136	31,2	2,8	82	4,44	1,7	12,8
45	5,05	9,3	2,1	84	0,27	4,4	83,3
46	6,0	5,5	3,0	85	0,68	2,6	55,5
47	5,96	4,9	3,4	86	0,43 ⁺	4,1 ⁺	55,5 ⁺
50	0,077	29,1	44,6	87	0,88	3,0	38,4
51	1,19	12,9	6,5	88	0,25 ⁺	3,7 ⁺	111,1 ⁺
52	2,88	7,0	4,9	89	0,75	5,8	22,7
53	2,50	4,6	8,9	91	1,00	2,3	43,5
54	3,27	3,4	9,2	92	3,48	1,7	16,9
55	2,76	3,3	10,8	93	4,51	1,3	17,2
58	1,07	13,7	6,8	94	4,51	1,0	21,3
59	2,43	9,9	4,1	96	0,82	3,1	39,7
60	3,44	6,0	4,8	97	4,64	1,7	12,8
61	3,50	2,9	9,7	98	4,97	1,4	14,8
62	3,44	2,8	10,3	99	7,7	1,0	12,4
64	0,042	24,2	100	102	0,13	2,40	74,6
65	1,54	10,4	6,3	103	6,11	0,83	19,7
66	3,26	4,9	6,3	104	6,76	0,81	18,2
67	5,34	3,2	5,9				
68	7,0	2,3	6,2				

Tabelle 11. Die Konstanten A und B des Reibungsgesetzes (6) und die effektive Zähigkeit $1/AB$ für kleine Schubspannungen τ für Quarz und Glaskugeln

Nr.	A	$B \cdot 10^2$	$\frac{1}{AB}$	Nr.	A	$B \cdot 10^2$	$\frac{1}{AB}$
132	0,25 ⁺	8,2 ⁺	47,6 ⁺	166	0,11 ⁺	5,4 ⁺	171 ⁺
133	5,58	2,3	7,7	167	3,87	2,4	10,5
134	4,56	2,0	10,6	168	7,04	1,5	9,6
135	8,24	1,4	8,5	169	8,46	1,3	9,2
137	0,0091 ⁺	14,0 ⁺	735 ⁺	170	11,20	1,0	8,8
138	4,10	1,9	12,6	172	0,46	2,65	82
139	7,52	1,6	8,2	173	2,44	1,06	24,7
140	10,38	1,2	7,9	174	4,10	1,19	20,5
142	0,011 ⁺	17,2 ⁺	523 ⁺	175	5,68	0,99	17,7
143	3,88	2,3	11,2	176	0,00	0,81	13,7
144	6,50	1,4	11,0	177	0,66	3,09	49,0
145	13,56	0,95	7,7	178	3,35	1,49	20,0
146	0,006 ⁺	15,4 ⁺	1086 ⁺	179	4,38	1,26	18,0
147	0,69	8,8	16,3	180	5,64	0,99	18,0
148	1,52	6,8	9,7	181	5,96	0,66	25,4
149	1,90	6,7	7,8	182	0,046 ⁺	4,48 ⁺	485 ⁺
150	3,02	2,7	12,1	183	2,00	1,05	36,6
152	0,75	13,1	10,2	184	5,42	0,83	22,2
153	1,14	7,0	12,5	185	8,10	0,66	18,6
154	1,69	5,6	10,4	186	8,30	0,64	18,7
155	4,34	2,4	9,7	190	1,47	3,05	22,3
156	0,064 ⁺	24,5 ⁺	64,1 ⁺	191	1,19	3,25	25,9
157	0,49	12,1	12,1	192	1,35	2,92	27,3
158	0,40	6,4	40,0	193	3,38	2,02	10,1
159	2,31	4,8	9,0	194	1,85	2,68	20,2
160	5,49	3,1	5,8	195	1,54	2,89	22,5
161	0,0030 ⁺	8,7 ⁺	3,7 · 10 ³ ⁺	196	3,05	1,81	18,1
162	2,77	2,0	17,6	197	2,83	2,17	19,3
163	4,74	1,5	14,2	198	3,60	2,15	12,9
164	5,94	1,3	13,1	199	2,24	2,82	15,8
165	7,12	1,1	12,8	200	3,91	1,59	16,0

Tabelle 12. Konstanten A und B des Reibungsgesetzes (6), effektive Zähigkeit $1/AB$ für kleine Schubspannungen, mittlere Dichte ρ_{50} und relative Dichteschwankungen v_{50} des Fließbettes für Glaskugeln, Quarz, Siliciumcarbid und Polystyrol

Nr.	A	$B \cdot 10^{-2}$	$\frac{1}{AB}$ (Poise)	ρ_{50} (g/cm ³)	v_{50} (%)
302	2,60	6,42	5,99	1,287	8,3
303	3,74	8,61	3,11	1,242	11,7
304	7,54	4,02	3,30	1,140	17,5
305	7,98	3,84	3,27	1,111	27,9
306	4,16	4,80	4,93	1,418	2,2
307	13,02	2,46	3,12	1,143	6,9
308	12,74	2,02	3,89	1,070	15,8
309	12,38	1,85	4,37	0,880	17,7
310	13,58	1,68	4,38	0,857	21,4
312	1,56	4,97	12,9	0,774	9,3
313	4,62	3,35	6,45	0,727	13,0
314	6,46	2,62	5,92	0,608	12,7
315	12,5	2,44	3,28	0,594	21,7
317	1,77	3,59	15,7	0,896	10,8
318	5,38	2,61	7,14	0,887	14,8
319	10,26	1,86	3,41	0,779	21,8
320	10,88	1,79	5,13	0,729	25,0
323	0,15	11,7	50,8	0,907	9,8
324	4,36	4,33	5,29	0,876	10,2
325	1,91	4,84	10,8	0,854	9,6
326	4,40	3,43	6,02	0,847	11,3
327	4,68	2,13	10,0	0,865	13,9
330	1,04	4,32	22,3	0,926	10,3
331	3,12	2,96	10,8	0,871	11,8
332	5,34	1,95	9,62	0,865	13,8
333	7,80	1,51	8,47	0,868	30,0
334	$1,1 \cdot 10^{-2}$	7,64	$1,19 \cdot 10^3$	0,945	10,5
335	6,46	2,05	7,58	0,943	24,4
336	6,82	1,45	10,1	0,882	35,4
337	8,72	1,16	9,90	0,724	35,4
338	9,88	1,03	9,80	0,723	35,8
340	3,90	1,96	13,1	0,771	30,4
341	7,28	1,24	10,1	0,693	29,1
342	8,90	0,97	11,5	0,673	35,3
343	10,2	0,87	11,4	0,622	38,1
344	$5,8 \cdot 10^{-2}$	4,35	$3,9 \cdot 10^2$	1,037	9,9
345	2,54	1,70	23,1	0,948	29,0
346	5,50	1,12	16,2	0,834	32,0
347	26,0	0,28	13,7	0,812	33,0

Fortsetzung Tabelle 12

Nr.	A	B · 10 ⁻²	$\frac{1}{AB}$ (Poise)	ρ_{50} (g/cm ³)	η_{50} (%)
350	1,3 · 10 ⁻²	3,35	2,9 · 10 ³	1,234	14,4
351	3,88	1,21	21,3	1,132	20,2
352	3,32	1,54	19,5	1,135	25,8
353	9,92	0,84	12,9	1,950	27,2
357	7,0 · 10 ⁻²⁺	5,53	2,6 · 10 ³⁺	1,225	13,8
358	1,71	1,43	40,9	1,108	23,9
359	3,22	1,13	27,5	1,065	31,7
363	0,56 ⁺	4,82 ⁺	5,92 ⁺	1,087	9,6
364	0,18	7,67	7,25	1,078	11,8
365	1,21	4,55	18,1	1,099	12,4
371	0,94	3,40	31,3	1,171	18,2
372	5,38	1,55	18,7	1,115	18,8
374	0,84	2,34	50,8	1,366	15,1
375	2,84	1,75	20,1	1,227	19,6
376	5,12	1,34	14,6	1,177	13,3
377	6,64	1,04	14,5	1,128	24,8
381	0,80	13,1	9,52	0,565	5,6
382	12,9	7,88	1,99	0,553	7,5
383	16,3	4,47	1,37	0,531	11,6
384	27,5	2,01	1,81	0,151	11,5
385	23,0	1,16	3,74	0,493	42,2

$$b_r = \frac{\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)/N}{\sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/N]}$$

und
$$a_r = \frac{\sum y_i - b \sum x_i}{N}$$

berechnet. Dieser Zusammenhang kann auch durch folgende Funktion dargestellt werden

$$\frac{1}{B} = C_2 (V - V_0) \quad (7a)$$

Bei eingehender Analyse des Versuchsmaterials ergab sich, dass sich der Einfluss der Korngrösse auf die Konstante der Gleichung (7a) besser herausarbeiten liess, wenn man dafür schreibt:

$$\frac{1}{B} = C_3 (V - V_0) V_0 \quad (7b)$$

d.h. von der Konstanten C_2 den Faktor V_0

abspaltete. Werte für die Konstante C_3 befinden sich in Tab. 13. Die Abhängigkeit der Konstante C_3 von dp^{-2} ist in Abb. 15 aufgetragen. Sie gibt einen annähernd linearen Zusammenhang für Körner grösser als 60 μ . Für diesen Zusammenhang $C_3 = C_4 dp^{-2}$ wurde der Koeffizient C_4 statistisch ermittelt, er beträgt 0,66 für Glaskugeln, 0,35 für Quarz bei einer Zylinderlänge von 20 cm und 0,38 bei einer solchen von 10 cm. Rechnet man auf die lineare Gasgeschwindigkeit um, ergibt sich

$$B = C_4^+ \frac{d_p^2}{(w - w_0) w_0} \quad (8)$$

Dann wird $C_4^+ = 0,325$ für Glaskugeln und 0,162 ($h = 20$ cm) bzw. 0,817 ($h = 10$ cm) für Quarz.

Die andere Konstante A nimmt mit der

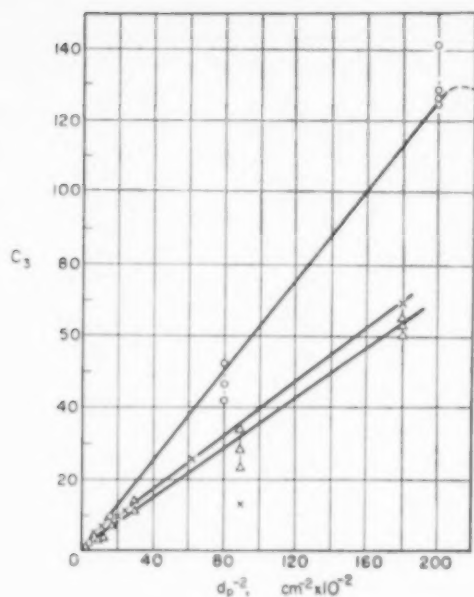


Abb. 15. Abhängigkeit der Konstante C_3 von dem Korndurchmesser d_p .

○ Glaskugeln, $h = 20$ cm
 × Quarz $h = 10$ cm
 △ Quarz $h = 20$ cm

Abb. 16. Zusammenhang zwischen den Konstanten A und B für Glaskugeln.

○ S. 1 } G 50 □ S. 1 } G 110
 ● S. 2 } ■ S. 3 }
 ○ S. 3 } ▽ S. 2 } G 250
 ◄ S. 3 }
 △ S. 1 } G 70 × S. 3 } G 500
 ▲ S. 2 }
 ▲ S. 3 }

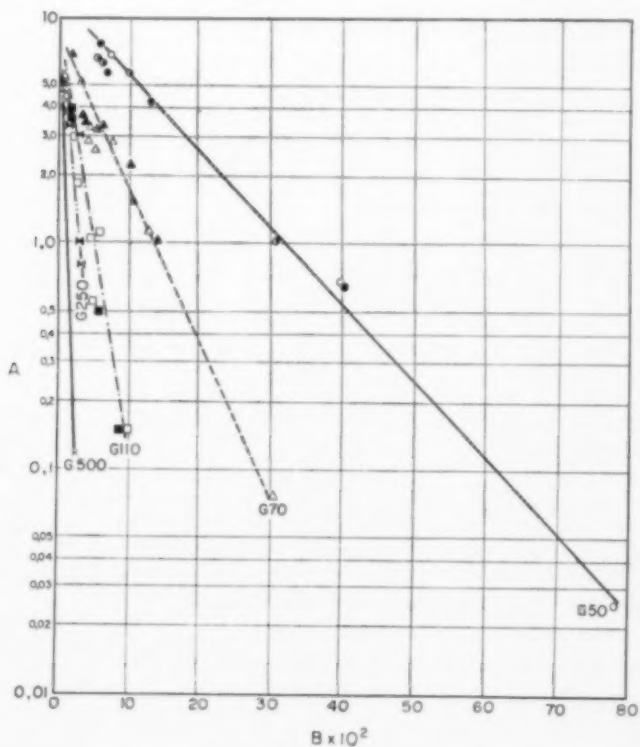
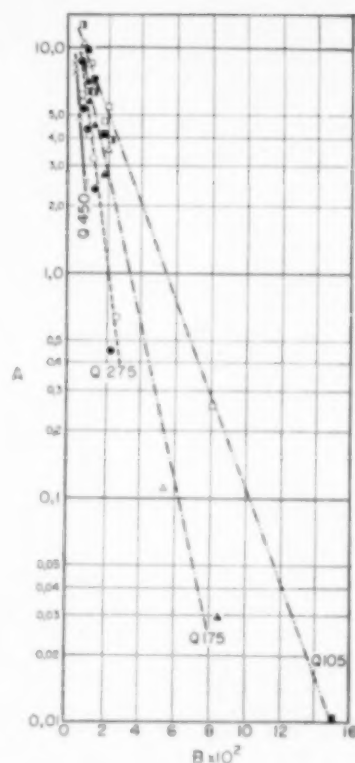
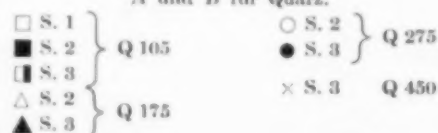


Tabelle 13. Die Konstante C_3 für verschiedene Korngrößen, Spalte und Zylinderlängen

Füllung	Spalt	h (cm)	C_3	$d_p^{-2} \cdot 10^2$ (cm^{-2})
G 50	S.1	20	100,2	400
G 50	S.2		112,5	400
G 50	S.3		111,3	400
G 70	S.1	20	141,1	200
G 70	S.2		127,2	200
G 70	S.3		123,4	200
G 70	S.3	20	125,5	200
G 110	S.1	20	40,4	82
G 110	S.2		52,2	82
G 110	S.3		46,6	82
G 250	S.2	20	8,18	17
G 250	S.3		7,13	17
G 500	S.3	20	2,3	4
Q 75	S.1	20	64,4	178
Q 75	S.2		58,6	178
Q 75	S.3		62,3	178
Q 105	S.1	20	35,0	90
Q 105	S.2		22,6	90
Q 105	S.3		27,7	90
Q 175	S.2	20	14,4	32,6
Q 175	S.3		13,5	32,6
Q 275	S.2	20	7,58	13,2
Q 275	S.3		7,73	13,2
Q 450	S.3	20	3,57	4,9
Q 75			69,3	178
Q 105			12,0	90
Q 135			11,4	54,8
Q 175	S.3	10	10,3	32,6
Q 225			10,7	19,7
Q 275			9,5	13,2
Q 350			4,3	9,1

Erhöhung der Gasgeschwindigkeit zu und nähert sich bei grösseren Gasgeschwindigkeiten einem konstanten Wert. Zwischen A und B konnte mit guter Annäherung der folgende Zusammenhang ermittelt werden (Abb. 16 u. 17)

$$A = \alpha \exp(-B\epsilon) \quad (9)$$

Abb. 17. Zusammenhang zwischen den Konstanten A und B für Quarz.

In Abb. 18 sind die statistisch ermittelten Konstanten α und ϵ in Abhängigkeit von der Korngrösse d_p aufgetragen. Wie daraus zu ershen ist, hängt α unterhalb von $d_p = 0,1$ mm nicht mehr von der Korngrösse ab. Dagegen zeigt ϵ eine für den ganzen Messbereich gültige Abhängigkeit von d_p :

$$\epsilon = \sigma d_p^{1.43} \sim \sigma d_p^{1.5}, \quad (10)$$

wobei $\sigma = 700$ bei Quarz und Glaskugeln ist. Aus den Gleichungen (6), (8), (9) und (10) ergibt sich das Reibungsgesetz

$$D(\tau) = \alpha \exp \left[- \frac{C_4^+ \sigma d_p^{3.5}}{(w - w_n) w_1} \right] \times \times \operatorname{sh} \left[\frac{C_4^+ d_p^3 \tau}{(w - w_n) w_n} \right] \quad (11)$$

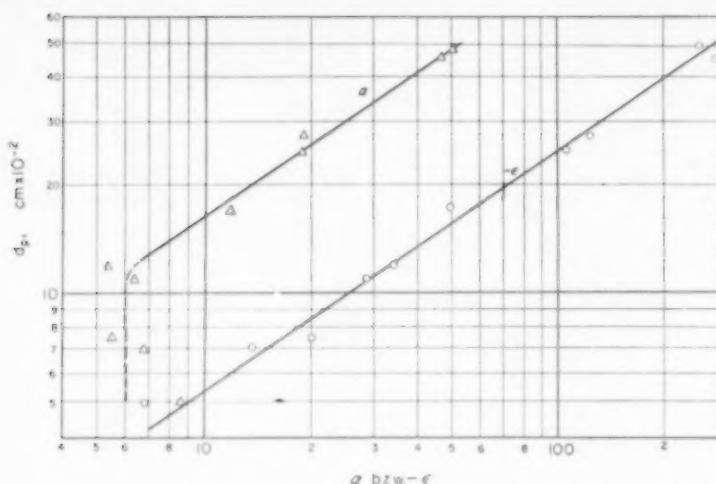


Abb. 18. Zusammenhang zwischen Korndurchmesser d_p und den Konstanten α und ϵ .

Die Fließfähigkeit $\phi'(\tau)$ ergibt sich aus dem Verhältnis des Geschwindigkeitsgefälles zur Schubspannung:

$$\phi'(\tau) = \frac{D(\tau)}{\tau} = \frac{A \operatorname{sh}(B\tau)}{\tau} \text{ dyn}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ cm}^2 \quad (12)$$

Wenn τ klein ist, kann man das zweite und die folgenden Glieder in der Reihenentwicklung von $\operatorname{sh}(x)$ vernachlässigen, dadurch erhält man:

$$\phi'(\tau)_{\tau \rightarrow 0} = A \cdot B \quad (13)$$

Wenn τ gross ist, kann das Glied $\exp(-x)$ vernachlässigt werden. Man erhält so:

$$\phi'(\tau)_{\tau \rightarrow \infty} = \frac{A}{2\tau} \exp(B\tau) \quad (14)$$

Diese Zusammenhänge können ähnlich auch für die effektive Zähigkeit μ_{eff} abgeleitet werden.

Dabei wird die effektive Zähigkeit (Fließwiderstand) definiert durch das Verhältnis von Schubspannung zu Geschwindigkeitsgefälle. Für diese "effektive" Zähigkeit ergibt sich

$$\mu_{\text{eff}}(\tau) = \frac{\tau}{D(\tau)} = \frac{\tau}{A \operatorname{sh}(B\tau)} \text{ dyn sec cm}^{-2} \quad (15)$$

und für den Fall kleiner und grosser Schubspannungen

$$\mu_{\text{eff}}(\tau)_{\tau \rightarrow 0} = \frac{1}{AB} = \frac{(w - w_n) w_n}{C_4^+ d_p^2 \alpha} \times \exp \left[\frac{C_4^+ \sigma d_p^{3.5}}{(w - w_n) w_n} \right] \quad (16)$$

$$\mu_{\text{eff}}(\tau)_{\tau \rightarrow \infty} = \frac{2}{A} \tau \exp(-B\tau) \quad (17)$$

Die vereinfachte Gleichung (13) bzw. Gleichung (16) kann bei den in der vorliegenden Arbeit untersuchten Fließbettsystemen nur benutzt werden, wenn $\tau \leq 1$ ist. In den Tabellen 10, 11 und 12 sind die Werte für die effektive Zähigkeit zusammengestellt, indem auf $\tau = 0$ extrapoliert ist. In Abb. 19 sind einige effektive Zähigkeiten in Abhängigkeit von V dargestellt. Diese zeigen den Charakter von Potentialkurven, d.h. in der Nähe des Auflockerungspunktes gehen die Kurven gegen unendlich und bei grösseren Gasgeschwindigkeiten gegen einen konstanten Wert. Diese Kurven besitzen teilweise ein Minimum, das bei kleinen Korngrößen besonders ausgeprägt ist. Dies liegt daran, dass sich das Bett nach der Auflockerung bis zu einer Grenze so ausdehnt, dass keine grösseren Dichteschwankungen auftreten. Nach dieser Grenze, die dem Maximum der Druckabfallkurve entspricht, fällt das Bett zusammen, und es treten grössere Dichteschwankungen, d.h. grössere Blasen auf, wodurch die Dichte und damit die effektive Zähigkeit zunehmen.

Bei grösserem w nimmt der Exponent der Gleichung (16) ab, deshalb kann man statt $\exp(x) \sim x$ einsetzen, damit ergibt sich aus Gleichung (16) $\mu_{\text{eff}} = \sigma \cdot d_p^{1.5} / \alpha$, d.h. μ_{eff} geht gegen einen konstanten Wert.

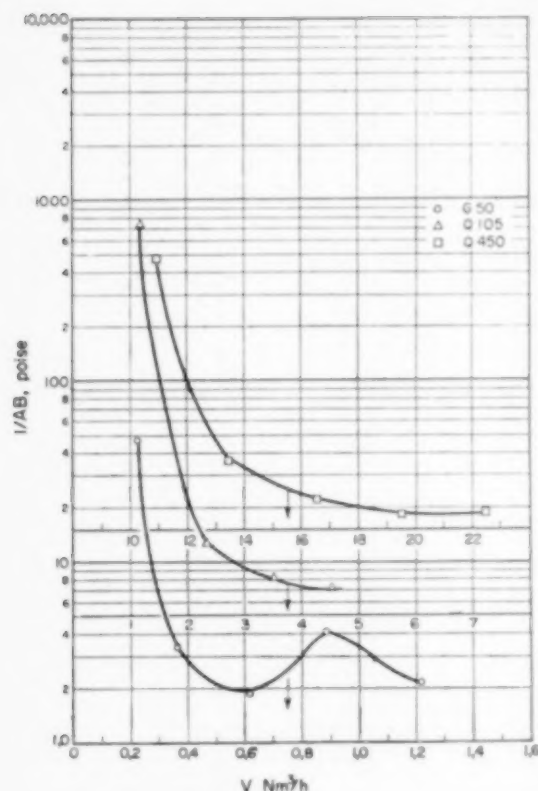


Abb. 19. Abhängigkeit der effektiven Zähigkeit $1/AB$ von der Gasgeschwindigkeit V bei kleinen Schubspannungen τ .

Typische Beispiele für 3 Korngrößen:

- G 50
- △ Q 105
- Q 450

3.7. Abhängigkeit des Reibungsgesetzes von der Feststoffkonzentration

Die Ermittlung der Abhängigkeit des Reibungsgesetzes von der Feststoffkonzentration ist besonders leicht vorzunehmen, wenn ein linearer Zusammenhang zwischen der Gasgeschwindigkeit und der Feststoffkonzentration vorliegt. Im allgemeinen ist dieser Zusammenhang exponentiell [16]. Für einen begrenzten Bereich der Gasgeschwindigkeit kann er jedoch durch eine lineare Beziehung angenähert dargestellt werden. Allein für diesen Bereich gelten die im folgenden entwickelten Beziehungen für die Abhängigkeit des Reibungsgesetzes von der Dichte.

Es wurde festgestellt, dass die mittlere Feststoffkonzentration, die Intensität der Konzentrationschwankungen und der Charakter der Häufigkeitsverteilung der Dichte [14–16] im stabilen Bereich der rheologischen Messungen durch die dabei auftretende Schwerkraft und Zentrifugalkraft im Wesentlichen nicht beeinflusst werden. Dadurch konnte die zu einer Fließkurve gehörende mittlere Dichte aus den einzelnen Zentralwerten ρ_{50} der Dichte-Häufigkeitsverteilungen berechnet werden, die für jede Schubspannung der Fließkurve ermittelt wurden (s. Tabelle 6). In der Tabelle 12 sind die Konstanten A und B des Reibungsgesetzes, die effektive Zähigkeit $1/AB$ für kleine Schubspannungen, die mittlere Dichte ρ_{50} und die relative Intensität der Dichteschwankungen ρ_{50} zusammengestellt. Für den linearen Zusammenhang zwischen der relativen Dichte ρ^* und der Strömungsgeschwindigkeit V gilt

$$(V - V_n) = \frac{1}{p^*} (\rho_n^* - \rho^*) \quad (19)$$

wobei p^* der Tabelle 14 entnommen werden kann.

Tabelle 14. Die Konstanten der Gleichung:

$$\rho^* = q - p^* V$$

Füllung	D_i (cm)	$p^*, 10^2$	$q \cdot 10^2$
G 40	7,5	— 16,4	46,7
G 60		— 33,9	54,0
Q 75		— 14,1	34,0
Q 105		— 17,1	43,0
Q 75	13,25	— 0,95	34,0
Q 105		— 1,13	36,9
Q 135		— 2,41	40,8
Q 175		— 2,81	41,3
Q 225		— 2,65	48,4
Q 275		— 0,44	44,5
Q 350		— 2,16	60,7
P 250		— 1,42	40,7
SiC 190		— 3,82	47,8

Wenn man die Gleichung (19) in Gleichung (16) einsetzt, erhält man für die effektive Zähigkeit einen ähnlichen Zusammenhang in Abhängigkeit

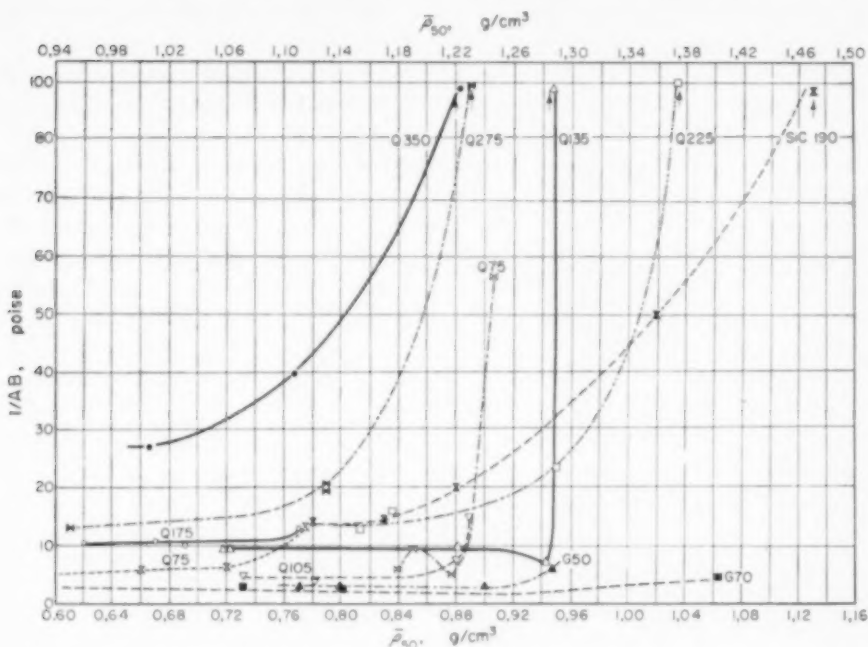


Abb. 20. Zusammenhang zwischen effektiver Zähigkeit $1/AB$ und mittlerer Dichte \bar{p}_{50} für kleine Schubspannungen τ .

\diamond Q 75 $D_i = 13,25$	untere Skala
∇ Q 75 $D_i = 7,5$	
∇ Q 105 $D_i = 7,5$	
\triangle Q 135 $D_i = 13,25$	
\square Q 175 $D_i = 13,25$	
\square Q 225 $D_i = 13,25$	obere Skala
\blacktriangle G 50 $D_i = 7,5$	
\blacksquare G 70 $D_i = 7,5$	
\blacktriangleright Q 275 $D_i = 13,25$	
\bullet Q 350 $D_i = 13,25$	
\blacktriangledown Sie 190 $D_i = 13,25$	

von der Feststoffkonzentration bzw. Bettichte wie Gleichung (16)

$$\mu_{\text{eff}}(\tau)_{\tau \rightarrow 0} =$$

$$= \frac{1}{\alpha} \exp \left[\frac{C_4^+ \sigma p^0 d_p^{3.5}}{(\rho_n^* - \rho^*) V_n} \right] \frac{(\rho_n^* - \rho^*) V_n}{p^* C_4^+ d_p^2} \quad (20)$$

In der Abb. 20 sind einige effektive Zähigkeiten in Abhängigkeit von \bar{p}_{50} dargestellt. Grosse Körner zeigen eine gleichmässige Abnahme der Zähigkeit mit abnehmender Dichte, dagegen fällt die Zähigkeit bei kleinen Körnern sehr schnell auf einen konstanten Wert ab.

3.8. Überblick über die Werte der effektiven Zähigkeit

Die Messergebnisse zeigen, dass für Fließbettssysteme in der Nähe des Auflockerungspunktes kein Newton'sches Fließen vorliegt. Diese Systeme zeigen thixotrope Erscheinungen. Wenn man einen relativen Zähigkeitswert für diese Systeme bestimmt, muss auch die Schubspannung, die Messdauer und der Messapparat angegeben werden, weil die Zähigkeit von allen diesen abhängt.

Für den ausgebildeten Fließzustand kann dagegen die effektive Zähigkeit ermittelt werden,

Tabelle 15. Korrigierte effektive Zähigkeit μ_{eff} (Poise) von Fließbettssystemen für verschiedene Feststoffe und Strömungsgeschwindigkeiten

Feststoff	Nr.	μ_{eff}	Feststoff	Nr.	μ_{eff}	Feststoff	Nr.	μ_{eff}	Feststoff	Nr.	μ_{eff}
G 50	31	32,76	G 250	91	29,14	Q 275	172	54,9	Q 75	322	38,05
	32	2,28		92	11,32		173	16,54		324	3,54
	33	1,27		93	11,52		174	13,73		325	7,23
	34	2,74		94	14,27		175	11,85		326	4,43
	35	2,74					176	9,18		327	6,70
				96	26,59	Q 105			Q 105	330	14,94
	38	2,27	G 500	97	8,57		177	32,83		331	7,23
	39	2,95		98	9,91		178	13,40		332	6,44
	40	1,81		99	8,30		179	12,06		333	5,67
	41	1,54		102	49,90	Q 450	180	12,06	Q 135		
			G 500	103	13,20		181	17,02		334	79,70
	43	21,77 ⁺		104	12,20					335	5,07
	44	1,87					182	325,0 ⁺		336	6,76
	45	1,41		132	31,90 ⁺		183	24,52		337	6,63
	46	2,01	Q 75	133	5,16		184	14,87		338	6,56
	47	2,28		134	7,10	Q 110*	185	12,46	Q 175		
G 70				135	5,69		186	12,50		340	8,77
	50	20,88								341	6,76
	51	4,35	Q 75	137	492,40 ⁺		190	14,94	Q 225	344	261,40
	52	3,28		138	8,44		191	17,35		345	15,47
	53	5,96		139	5,50		192	18,29		346	10,85
	54	6,16		140	5,30					347	9,18
	55	7,23				Q 275	193	6,76	Q 350	357	1742 ⁺
			Q 105	142	330,4 ⁺		194	13,53		358	27,40
	58	4,55		143	7,50		195	15,07		359	18,42
	59	2,75		144	7,36		196	12,12	SiC 45	363	3,96 ⁺
	60	3,21		145	5,16					364	4,85
	61	6,49	Q 105	146	727,6 ⁺	Q 50	197	12,93		365	12,12
	62	6,90		147	10,92		198	8,64	SiC 90	371	20,37
G 110				148	6,50		199	10,58		372	12,52
	64	67,00		149	5,22	Q 70	200	10,72	SiC 190	374	34,03
	65	4,22		150	8,04					375	13,46
	66	4,22	Q 105	152	6,83		302	4,01		376	9,78
	67	3,95		153	8,37		303	2,08	P 250	381	6,37
	68	4,15		154	6,96		304	2,21		382	1,33
G 110				155	6,50	Q 70	305	2,19		383	0,92
	70	13,93		156	42,94 ⁺		306	3,30	Q 105	384	1,21
	71	10,58	Q 175	157	8,10		307	2,09		385	2,51
	72	29,07		158	26,80		308	2,60	Q 75		
	73	14,57		159	6,03		309	2,92			
				160	3,88		310	2,93			
	75	51,52		162	11,79	Q 75	312	8,64	Q 105		
	76	26,80		163	9,51		313	4,32			
	77	9,44		164	8,77		314	3,96			
	78	9,84		165	8,57		315	2,19			
			Q 175	166	114,5 ⁺	Q 105	317	10,52	Q 105		
	80	938 ⁺		167	7,03		318	4,78			
	81	8,57		168	6,43		319	2,28			
	82	8,57		169	6,16		320	3,43			
	84	55,81		170	5,89						
	85	37,18	Q 175			Q 105			Q 105		
	86	37,18 ⁺									
	87	25,72									
	88	74,37 ⁺									
	89	15,20									

*in verschiedenen Höhen vom Anströmboden

Tabelle 16. Effektive kinematische Zähigkeit ν_{eff} (Stokes) von verschiedenen Fliessbettssystemen

Nr.	302	303	304	305	306	307	308	309	310	312	313	314	315
ν_{eff}	3,13	1,67	1,93	1,97	2,33	1,83	2,43	3,31	3,40	11,2	5,94	5,94	3,70
Nr.	317	318	319	320	323	324	325	326	327	330	331	332	333
ν_{eff}	11,75	5,40	2,90	4,70	42,5	4,04	8,45	5,23	7,75	16,16	8,30	7,45	6,55
Nr.	334	335	336	337	338	340	341	342	343	344	345	346	347
ν_{eff}	8450	5,38	7,65	9,15	9,10	11,4	9,75	11,5	12,3	25,20	16,3	13,0	11,3
Nr.	350	351	352	353	357	358	359	363	364	365	371	372	
ν_{eff}	157,0	12,5	11,5	9,1	14,2	24,7	17,3	3,65	4,50	11,0	17,9	11,2	
Nr.	374	375	376	377	381	382	383	384	385				
ν_{eff}	25,0	11,0	8,3	8,6	11,3	2,45	1,73	2,35	5,68				

wenn das System so stabil ist, dass die Aufnahme einer eindeutigen Fliesskurve möglich ist. Durch die Aufstellung des Reibungsgesetzes kann die Abhängigkeit der effektiven Zähigkeit vom Apparat eliminiert werden. Dies war für alle untersuchten Kornarten (ausgenommen Kork) möglich, wenn die Strömungsgeschwindigkeit genügend hoch war. Damit konnte eine effektive Zähigkeit ermittelt werden, die nur von der Schubspannung abhing. Für kleine Schubspannungen ($\tau \leq 1$) konnte ein von dieser unabhängiger effektiver Zähigkeitswert $1/AB$ ermittelt werden; er muss jedoch mit dem empirisch bestimmten Eichfaktor $K = 0,67$ multipliziert werden, um die effektiven Zähigkeiten der Fliessbetten zu erhalten.

Diese sind in Tabelle 15 zusammengestellt. Fliessbettssysteme aus kleinen Körnern haben schon bei einer relativen Strömungsgeschwindigkeit V_r von etwa 2 eine von dieser praktisch unabhängige Zähigkeit, die bei 1–5 Poise für glatte Glaskugeln und Polystyrol bzw. 5–10 Poise bei scharfkantigem Quarz und Siliciumcarbid liegen.

Bei grösseren Körnern ergibt sich nur eine Annäherung an einen Grenzwert, nämlich 8–12 Poise bei glatten Glaskugeln bzw. 8–15 Poise bei scharfkantigem Quarz und Siliciumcarbid.

Von den bekannten Flüssigkeiten hat Glycerin bei 20 °C eine Zähigkeit von 1,5 Poise und Shell Vacuumöl bei 25 °C von etwa 8,8 Poise. Die effektive Zähigkeit der untersuchten Fliessbettssysteme liegt also bei hohen Gasgeschwindigkeiten im Zähigkeitsbereich von Glycerin und Vacuumöl und nimmt bei Annäherung an den Auflockerungspunkt rasch zu.

Die effektive kinematische Zähigkeit ν_{eff} nimmt mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit V zuerst ab, dann bei kleineren Körnern wieder zu (Tabelle 16). Bei grossen Gasgeschwindigkeiten liegt ϵ_{eff} im Bereich von 1–15 Stokes.

4. DISKUSSION

4.1. Fliessverhalten im Festbett und in der Nähe des Auflockerungspunktes

Das Fliessverhalten des Festbettes hat einen ähnlichen Charakter wie thixotrope Flüssigkeits-suspensionen. Wie PETER [22] gefunden hat, können die Fliesskurven von Bentonitsuspensionen ein Schubspannungsminimum zeigen. Er konnte dies Verhalten theoretisch deuten. Bei kleiner Winkelgeschwindigkeit nähert sich das stationäre Fliessgleichgewicht dem Aggregatzustand des erstarrten Gels und gleicht ihm bei der Schergeschwindigkeit Null.

Bei hohen Schergeschwindigkeiten ist das Gelgerüst weitgehend zerstört und das stationäre Fließgleichgewicht praktisch nur von den mechanischen Prozessen bestimmt. Deshalb nimmt die Schubspannung mit wachsender Schergeschwindigkeit wieder zu. Im Festbett nimmt sie mit steigender Schergeschwindigkeit zuerst auch ab, weil die Festbettstruktur in der unmittelbaren Nähe des rotierenden Zylinders zerstört wird. Wenn man diese Kurve auf die Schergeschwindigkeit Null extrapoliert, erhält man die Festigkeit ("Anlasswert") τ_F des Festbettes. Mit zunehmender Schergeschwindigkeit bildet sich eine neue Struktur aus und die Kurve zeigt einen normalen Ablauf, d.h. mit steigendem ω nimmt τ wieder zu (Abb. 7a). Wenn man diesen zweiten Kurvensatz auf $\omega = 0$ extrapoliert, erhält man eine Art Bingham-Fließgrenze, die kleiner ist als der "Anlasswert" des Systems. Mit steigender Gasgeschwindigkeit bzw. abnehmender Feststoffkonzentration nehmen der "Anlasswert" τ_F und die Bingham-Fließgrenze τ_B ab. (Abb. 9). Im halbflüssigen Zustand beginnt die Fließkurve von der Fließgrenze τ_0 und steigt soweit an, bis die Schergeschwindigkeit so gross wird, dass die Struktur des Systems an der Zylinderwand zerstört wird. Dadurch fällt die Schubspannung ab, bis die neue Struktur sich völlig ausbildet. Dann nimmt die Schubspannung wieder zu. Die durch die Extrapolation des zweiten Astes auf $\omega = 0$ ermittelte Bingham-Fließgrenze τ_B fällt im allgemeinen wegen der Veränderungen der Struktur im Fließbett nicht mit der anfangs gemessenen Fließgrenze τ_0 zusammen (Abb. 8). Dies kann evtl. durch Gleitung bedingt sein.

Je grösser die Gasgeschwindigkeit ist, umso schneller kann sich eine solche zerstörte Struktur erholen. Versuche zeigten, dass sich das Festbett auch nach mehrtägigem Ruhestand nicht völlig erholen konnte. Die "halbflüssigen" Systeme konnten sich dagegen in etwa 1 Stunde regenerieren. Feststoffe mit grossem spezifischem Gewicht und glatter Oberfläche zeigten viel schnellere Erholung als leichte Stoffe mit unregelmässiger Oberfläche.

4.2. Fließverhalten in Fließbettssystemen

Eyring hat die Polanyische Geschwindigkeits-

theorie [23] durch die Anwendung der Löchertheorie auf die Transporterscheinungen in dichten Gasen erweitert [24]. Diese Theorie wurde versuchsweise auch auf Fließbettssysteme als Modell angewendet [14]. Danach erhielt man einen Zusammenhang zwischen der mittleren Verschiebungsgeschwindigkeit der Körner v und der Scherkraft F

$$\frac{v}{\delta} = \frac{2ak_0'}{\delta} sh(F\xi\beta) \text{ sec}^{-1} \quad (21)$$

$$\text{mit } \xi = \frac{a}{2n\delta} \text{ und } k_0' = \frac{1}{2l_0} \exp(-\beta W^*) \text{ sec}^{-1} \quad (22)$$

Da die Verschiebungsgeschwindigkeit der kleinen Volumenelemente dividiert durch δ gleich dem "Geschwindigkeitsgefälle" ist und die durch Deformation erzeugte Kraft gleich bzw. nach NEWTON entgegengesetzt gleich der die Deformation hervorrufenden Kraft ist, kann man in Gleichung (21) v/δ durch $D(\tau)$ und F durch τ ersetzen:

$$D(\tau) = \frac{2ak_0'}{\delta} sh\left(\frac{a\beta\tau}{2\delta n}\right) \text{ sec}^{-1} \quad (23)$$

Die experimentell ermittelte Gleichung lautet:

$$D(\tau) = A sh(B\tau)$$

Daraus ergibt sich für die Konstanten A und B :

$$A = \frac{2ak_0'}{\delta} = \left(\frac{a}{\delta}\right) \frac{1}{l_0} \exp(-\beta W^*) \text{ sec}^{-1} \quad (24)$$

$$\text{und } B = \frac{a\beta}{2\delta n} \text{ cm}^3 \text{ erg}^{-1} \quad (25)$$

Es soll zuerst die Konstante B näher untersucht werden, nämlich die Abhängigkeit der Grössen a , δ und n von der Gasgeschwindigkeit. Während mit Erhöhung der Gasgeschwindigkeit a und n abnehmen, wächst δ an. Bei gasdurchströmten Fließbettssystemen beträgt die maximale Volumenzunahme etwa 20–30 Prozent. Auf Grund einfacher geometrischer Überlegungen können sich a und δ um etwa $\sqrt[3]{(\Delta V^*)} \sim 3$ Prozent und n um etwa 20–30 Prozent ändern; d.h. (a/δ) kann um etwa 10 Prozent ab und $(1/n)$ um etwa 20–30 Prozent zunehmen. Deshalb kann man annehmen, dass die Änderung der Gruppe $a/\delta n$

neben derjenigen von β , in der auch die Strömungsgeschwindigkeit enthalten ist, zu vernachlässigen ist. Daraus erhält man für B

$$B = \xi \beta, \text{ mit } \xi = \frac{a}{2 \delta n} = \text{konst. cm}^3 \quad (26)$$

Weil B von der Gasgeschwindigkeit und der Korngrösse nach Gleichung (8) abhängt, ergibt sich

$$\frac{1}{\beta} = \frac{\xi}{C_4} \frac{(w - w_n) w_n}{d_p^3} \text{ erg} \quad (27)$$

Die statistische Grösse $1/\beta$ entspricht der thermischen Energie kT in der Thermodynamik. In Fließbettssystemen kann sie vermutlich ebenfalls der Bewegungsenergie U der Körner gleichgesetzt werden. Diese Annahme wird dadurch unterstützt, dass ein solcher Zusammenhang auch auf Grund der Frenkelschen "Zustandsgleichung" für Flüssigkeiten abgeleitet werden kann [16].

Die Konstante A hängt von der Aktivierungsenergie W^* der Transporterscheinungen der Körner und von β exponentiell ab. (s. Gleichung 24) Aus der Gleichung (9) und (24) ergäbe man für die empirische Konstante α

$$\alpha = \left(\frac{a}{\delta} \right) \frac{1}{t_0} \text{ sec}^{-1} \quad (28)$$

Sie ist also eine Art von Häufigkeitsfaktor der Transporterscheinungen der Körner, und bis zu einem Korndurchmesser von 0,2 mm hängt sie von d_p nicht ab. Oberhalb $d_p = 0,2$ mm nimmt sie nach $d_p^{1.5}$ zu (s. Abb. 18). Dies kann als Einfluss von (a/δ) betrachtet werden.

Die Konstante ϵ der Gleichung (9) entspricht der Aktivierungsenergie W bezogen auf die Volumeneinheit des Fließbettes und hängt von der Korngrösse folgendermassen ab (Abb. 18), Gleichung (10)

$$\epsilon = W = \frac{W^*}{V^*} = \sigma d_p^{1.5} \text{ erg cm}^{-3} \text{ oder dyn cm}^{-2} \quad (29)$$

α liegt grössenordnungsmässig zwischen 8 und 50 sec^{-1} , W zwischen 6 und 250 erg cm^{-3} bzw. W^* zwischen $18 \cdot 10^3$ und $750 \cdot 10^3$ erg . Beide erwiesen sich unabhängig von der Beschaffenheit der Körner für Glas und Quarz, bei denen die

Oberflächen verhältnismässig geringen Unterschied aufwiesen.

Da der Diffusionskoeffizient D in der kinetischen Theorie für Flüssigkeiten und Gase k'_0 proportional ist

$$D = k'_0 \delta^2 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad (30)$$

kann man für den Selbstdiffusionskoeffizienten der Körner

$$D_{\text{eff}} = \frac{\delta^2}{2t_0} \exp(-\beta W^*) \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad (31)$$

schreiben; daraus erhält man für A

$$A = \left(\frac{a}{\delta} \right) \frac{2D_{\text{eff}}}{\delta^2} \text{ sec}^{-1} \quad (32)$$

Da in Gleichung (32) δ^2 von der Strömungsgeschwindigkeit w kaum abhängt, müsste der Koeffizient D_{eff} von w in ähnlicher Weise abhängen wie die Konstante A

$$D_{\text{eff}} \sim \text{konst.} \exp \left[-\text{konst.} \frac{1}{(w - w_n) w_n} \right] \quad (33)$$

d.h. $D_{\text{eff}} \sim \exp - \left(\frac{1}{w} \right)$ und bei $w_n = w$: $D_{\text{eff}} = 0$

Abb. 21 enthält die von MAY [25] gemessenen Diffusionskoeffizienten D_{eff} [$\text{ft}^2 \text{ sec}^{-1}$] in Abhängigkeit von der reziproken Strömungsgeschwindigkeit $1/w$ (sec ft^{-1}) auf halblogarithmischem Netz. Sie zeigt, dass in diesem Falle wirklich ein Zusammenhang entsprechend Gleichung (33) besteht.

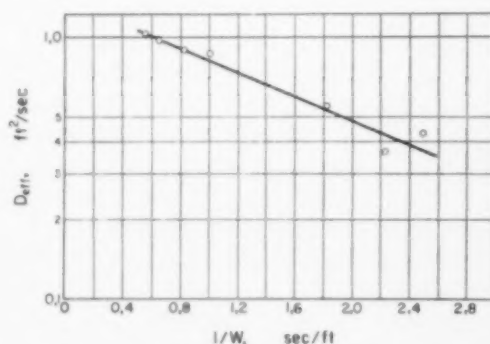


Abb. 21. Zusammenhang zwischen effektivem Diffusionskoeffizienten D_{eff} der Körner und Gasgeschwindigkeit nach Messungen von MAY [25].

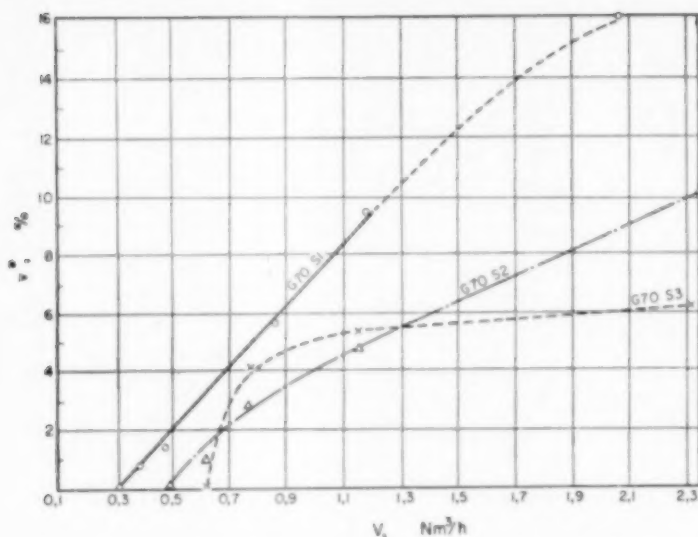


Abb. 22. Abhängigkeit des Variabilitätskoeffizienten v^* für die relativen Schwankungen der Zähigkeit von der Gasgeschwindigkeit.

Typische Beispiele für verschiedene Spaltbreiten,
 ○ G 70, S. 1 △ G 70, S. 2 × G 70, S. 3

Es ist noch zu erwähnen, dass der charakteristische Variabilitätskoeffizient v^* für die relativen Schwankungen der Zähigkeit in ähnlicher Weise von der Strömungsgeschwindigkeit V abhängt wie der Variabilitätskoeffizient v_{50} der relativen Dichteschwankungen.

Bei engen Spalten und kleinen Bettdurchmessern besteht ein linearer Zusammenhang zwischen V und v^* ähnlich wie für V und v_{50} [16]. Bei breiten Spalten geht diese über in eine ähnliche Funktion wie sie für die Zusammenhänge von v_{50} und V bei größerem Bettdurchmesser charakteristisch ist [16]. Abb. 22 zeigt drei solche charakteristische Funktionen bei verschiedenen Spaltbreiten. Daraus ist ersichtlich, dass die Schwankungen der Fließfähigkeit wirklich auf die Dichteschwankungen der Mischphase zurückgeführt werden können.

5. ZUSAMMENFASSUNG

1. Zur Untersuchung des rheologischen Verhaltens von luftdurchströmten Fließbettssystemen wurden für sie Fließkurven mittels eines Rotationsviskosimeters in Abhängigkeit von der

Gasgeschwindigkeit für verschiedene Kornarten ermittelt.

2. Die Fließbettssysteme hatten einen Durchmesser von 13,5 und 7,5 cm und Höhen von 20 bis 30 cm. Die benutzten Füllkörper waren Glaskugeln (50, 70, 110, 250, 500 μ), Quarz (75, 105, 135, 175, 225, 275, 450 μ), Siliciumcarbid (45, 90, 190 μ), Polystyrol (250 μ), Aluminium (90 μ) und Kork (10–100 μ). Es wurden drei verschiedene Rotationszylinderlängen (10, 20, 23 cm) und sieben verschiedene Spalte sowie im allgemeinen 20 Winkelgeschwindigkeiten benutzt.

3. Im Festbett und in Fließbettssystemen in der Nähe des Auflockerungspunktes konnte eine Fließgrenze und ein Minimum der Schubspannung in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit wahrgenommen werden. Das Auftreten des Minimums konnte in analoger Weise wie bei Bentonit-Suspensionen dadurch erklärt werden, dass die Festigkeitsgrenze des Systems höher liegt als die Fließgrenze.

4. Von gewissen kleinen Gasgeschwindigkeiten an zeigten die Fließbettssysteme strukturviskosen Charakter und ihre Fließkurven konnten durch

Sinushyperbolicus-Funktionen beschrieben werden.

5. Die Auswertung der Fließkurven mit Hilfe bekannter Methoden lieferte das Reibungsgesetz in der allgemeinen Form

$$D(\tau) = A \operatorname{sh}(B \tau) \quad (6)$$

Zwischen der Konstanten A und B ergab sich empirisch

$$A = \alpha \exp(-B \epsilon) \quad (9)$$

wobei α unterhalb von $dp = 0,2$ mm unabhängig von der Korngrösse ist; dagegen hängt ϵ von der Korngrösse ab

$$\epsilon \sim \sigma dp^{1.5}$$

Die Konstanten α und σ sind von der Beschaffenheit der Körner unabhängig.

Die Abhängigkeit der Konstanten B von der Strömungsgeschwindigkeit und der Korngrösse lässt sich darstellen durch

$$B = \frac{C_4^+ dp^2}{(w - w_n) w_n} \quad (8)$$

Für das Reibungsgesetz ergab sich dementsprechend

$$D(\tau) = \alpha \exp \left[- \frac{C_4^+ dp^{3.5} \sigma}{(w - w_n) w_n} \right] \times \operatorname{sh} \left[\frac{C_4^+ dp^2 \tau}{(w - w_n) w_n} \right] \quad (11)$$

Bei kleinen Schubspannungen τ können die höheren Glieder der Reihenentwicklung der sh-Funktion vernachlässigt werden; dadurch erhält man für die effektive Zähigkeit der Fließbettssysteme folgende Beziehung

$$[\mu_{\text{eff}}(\tau)]_{\tau < 1} = \frac{1}{AB} = \frac{(w - w_n) w_n}{\alpha C_4^+ dp^2} \times \exp \left[\frac{C_4^+ \sigma dp^{3.5}}{(w - w_n) w_n} \right] \quad (16)$$

die einer Newton'schen Flüssigkeit entspricht.

6. Ausserdem wurde die Abhängigkeit des Reibungsgesetzes bzw. der effektiven Zähigkeit von der Feststoffkonzentration mit Hilfe der Absorption von Röntgenstrahlen untersucht.

Bei den untersuchten Gasgeschwindigkeiten erhält man die Beziehung

$$[\mu_{\text{eff}}(\tau)]_{\tau < 1} = \frac{(\rho_n^* - \rho^*) V_n}{\alpha p^* C_4^+ dp^2} \times \exp \left[- \frac{C_4^+ \sigma dp^{3.5} p^*}{(\rho_n^* - \rho^*) V_n} \right] \quad (20)$$

7. Das Reibungsgesetz konnte durch die Eyringsche Geschwindigkeitstheorie gedeutet werden. Danach haben die empirischen Konstanten folgende Bedeutung: A ist die Geschwindigkeitskonstante der Transporterscheinungen der Körner, die von der Aktivierungsenergie W^* und von der statistischen Grösse β exponentiell abhängt. B ist proportional β , welches durch die mittlere kinetische Energie der Körner bestimmt ist. Die Konstante α ist eine Art Häufigkeitsfaktor.

8. Die Schwankungen der effektiven Zähigkeit des Fließbettes ergaben Normal-Verteilungen. Ihre Intensität hängt von der Gasgeschwindigkeit in ähnlicher Weise ab, wie die Intensität der Dichteschwankungen.

Anerkennung—Für die Förderung unserer Arbeit danken wir dem Institutsdirektor, Herrn Prof. Dr. G. SCHIEMANN. Für wertvolle Diskussion sei Herrn Prof. Dr. S. PETER sowie Herrn Dr. H. RÖTGER gedankt. Herr Dipl. Math. MEYER half bei der mathematischen Auswertung. Der erstgenannte Autor dankt dem Verband der Chemischen Industrie für ein Stipendium. Dem Bundesminister für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft und der Deutschen Forschungsgemeinschaft sei für die Bereitstellung von Apparaturen gedankt.

FORMELVERZEICHNIS

a	= Entfernung zwischen zwei Löchern	cm
A	= Konstante	sec ⁻¹
B	= Konstante	erg ⁻¹ cm ³
d_p	= Korndurchmesser	cm
$D(\tau)$	= Geschwindigkeitsgefälle bei nicht Newton'schen Systemen	sec ⁻¹
D	= Geschwindigkeitsgefälle bei Newton'schen Systemen	sec ⁻¹
D_{eff}	= Diffusionskoeffizient der Körner	cm ² sec ⁻¹
D_i	= Durchmesser des Fließbettes	cm
H	= Abstand des rotierenden Zylinders vom Anströmboden	cm
h	= Länge des Rotationszylinders	cm
L	= Höhe des Fließbettes	cm
M	= Gewicht des Bettes	g
n	= Zahl der Körner bezogen auf die Volumeneinheit	cm ⁻³
n_{50}	= Freiheitsgrad der Häufigkeitsverteilung der relativen Dichte [16]	

Δp = Druckabfall des Gases	kp m ⁻²	\bar{x} = Mittelwert	
R_a = Radius des Aussenzylinders	cm	α = Konstante	sec ⁻¹
R_i = Radius des Innenzylinders	cm	β = Statistische Grösse	erg ⁻¹
μ^* } = Konstante		$\gamma = R_i/R_a$	
q }		δ = Abstand zwischen den Zentren zweier benachbarter Körner	cm
s = Standard Abweichung = $(s^2)^{1/2}$		ϵ = Konstante	erg cm ⁻³
s^2 = mittlere quadratische Abweichung		μ_{eff} = effektive Zähigkeit der Mischphase	dyn cm ⁻² sec
t = Zeit		ν_{eff} = effektive kinematische Zähigkeit der Mischphase	cm ² /sec
$1/\tau_0$ = Häufigkeit der Schwingungen der Körner	sec ⁻¹	f_{50} = Zentralwert der Häufigkeitsverteilung der Dichteschwankungen [16]	g cm ⁻³
U = Bewegungsenergie der Körner	erg	ρ = Dichte des Fliessbettes	g cm ⁻³
v^* = Variabilitätskoeffizient = s/\bar{x}		ρ^* = relative Dichte des Fliessbettes = ρ/ρ_f	
v = Verschiebungsgeschwindigkeit eines kleinen Volumenelementes im Fliessbett	cm sec ⁻¹	ρn^* = relative Dichte des Fliessbettes beim Auflockerungspunkt	
v_{50} = relative Intensität der Dichteschwankungen [16]		ρ_f = Dichte des Feststoffes	g cm ⁻³
v^* = volumetrische Gasgeschwindigkeit	Nm ³ nr ⁻¹	τ = Schubspannung	dyn cm ⁻²
v^* = volumetrische Gasgeschwindigkeit, bezogen auf den Auflockerungspunkt		ω = Winkelgeschwindigkeit des Zylinders	sec ⁻¹
V^* = Volumen des Fliessbettes	cm ³	ϕ^* = effektive Fliessfähigkeit des Fliessbettes	dyn ⁻¹ sec ⁻¹ cm ²
v = lineare Gasgeschwindigkeit	cm sec ⁻¹		
W^* = Aktivierungsenergie der Transporterscheinungen der Körner	erg		
$W = W^*/V^*$	erg cm ⁻³		

LITERATUR

- [1] MATHESON G. I., HERBST W. A. und HOLT P. H., *Ind. Engng. Chem.* 1949 **41**, 1099.
- [2] FURUKAWA I. und OHAMAE T., *Ind. Engng. Chem.* 1958 **50**, 821.
- [3] KRAMERS H., *Chem. Engng. Sci.* 1951 **1** 35.
- [4] DIEKMANN R. und FORSYTHE W. K., *Ind. Engng. Chem.* 1953 **45** 1174.
- [5] PETERS K. und SCHMIDT A., *Öst. Chem. Ztg.* 1953 **54** 253.
- [6] TRAWINSKI H., *Chem. Ing. Tech.* 1953 **25** 229; 1953 **25** 201.
- [7] MESKAT W., *Viskosimetrie*, Eds. Hengstenberg, Sturm, Winkler: Messen und Regeln; Springer-Verlag, Berlin 1957.
- [8] JAIN M. K., *Z. angew. Math. Mech.* 1955 **35** 12.
- [9] MOONEY M., *J. Rheol.* 1931 **2** 210.
- [10] KRIEGER J. M. und MARON S. H., *J. Appl. Phys.* 1952 **23** 147; 1954 **25** 72.
- [11] KRIEGER J. M. und ELROD H., *J. Appl. Phys.* 1953 **24** 134.
- [12] PAWLOWSKI J., *Kolloidzshr.* 1953 **130** 129.
- [13] SCHULZ-GRUNOW F. und WEYMANN H., *Kolloidzshr.* 1953 **131** 61.
- [14] TILLMAN W., *Kolloidzshr.* 1953 **131** 66.
- [15] FINCKE A. und HEINZ W., *Kolloidzshr.* 1957 **154** 167.
- [16] SCHÜGERL K., *Zur Kinetik und Rheologie von Fliessbettsystemen*. Diss. T. H. Hannover 1959.
- [17] MERZ M., *Zur Rheologie und Stabilität verschiedener Fliessbettsysteme*. Diplomarbeit T. H. Hannover 1959.
- [18] SCHÜGERL K., MERZ M., FETTING F., *Chem. Engng. Sci.* (to be published).
- [19] SCHÜGERL K., MERZ M. und FETTING F., *Rheologische Eigenschaften von gasdurchströmten Fliessbettsystemen*. Bibliothek der Technische Hochschule, Hannover (Tabellen).
- [20] BAKKER P. J. und HEERTJES P. H., *Brit. Chem. Engng.* 1958 **240**.
- [21] GROUSE E. W., *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1955 **1** 358.
- [22] DOTSON J. M., *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1959 **5** 169.
- [23] SCHÜGERL K., MERZ M. und FETTING F., *Chem. Engng. Sci.*
- [24] PETER S., *Kolloidzshr.* 1949 **114** 44; *Z. phys. Chem. (N.F.)* 1957 **11** 251.
- [25] POLANYI M. und WIGNER E., *Z. phys. Chem.* 1928 **139** 439.
- [26] EYRING H., *J. Chem. Phys.* 1936 **4** 283; HIRSCHFELDER I. O., CURTISS Ch. F. und BIRD R. B., *Molecular Theory of Gases and Liquids*, John Wiley, New York 1954.
- [27] MAY W. G., *Dechem. Monogr.* 1959 **32** 261.

Ermittlung der Dichteverteilung in gasdurchströmten Fließbettssystemen durch Röntgenstrahlen

K. SCHÜGERL*, M. MERZ† und F. FETTING

Institut für Technische Chemie, Technische Hochschule Hannover.

(Received 31 July 1960)

Zusammenfassung—Die Häufigkeitsverteilung der Dichte der gasförmig-festen Mischphase in Fließbettssystemen wurde durch Absorption von Röntgenstrahlen gemessen. Der Mittelwert der Dichte und die relativen, wahrscheinlichsten Abweichungen von ihm wurden in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit, vom Abstand über dem Anströmboden und von der Kornart in zwei Fließbetten mit verschiedenem Durchmesser bestimmt. Die Häufigkeitsverteilungen der Dichteschwankungen konnten durch χ^2 -Verteilungen mit verschiedenen Freiheitsgraden beschrieben werden. Das Dichteverhalten konnte in Analogie zu Flüssigkeiten theoretisch gedeutet werden.

Abstract—The frequency-distribution of the density of gaseous fluidized beds was measured by X-ray absorption. The mean of the density and the relative deviations from it were determined in dependence on the gas velocity, the distance from the screen and the properties of the particles for two fluidized beds with different diameter. The frequency-distributions of the density fluctuations could be described by χ^2 -distributions with different freedoms. The results are theoretically explained in analogy to fluids.

Résumé—La distribution statistique des densités des lits gazeux fluidisés est mesurée par absorption de rayons X. La densité moyenne et ses variations ont été déterminées pour deux lits fluidisés de différents diamètres en fonction de la vitesse du gaz, de la distance à la grille, et des propriétés des particules. La distribution statistique des variations de densité peut être décrite par une loi parabolique avec plusieurs degrés de liberté. Les résultats sont justifiés théoriquement par analogie avec les fluides.

1. EINFÜHRUNG

DIE FESTSTOFFKONZENTRATION bzw. die Dichte kann als eine der wichtigsten Eigenschaften eines Fließbettes betrachtet werden. Die aus der Betthöhe ermittelte mittlere Dichte reicht in vielen Fällen zur Charakterisierung des Fließzustandes nicht aus, weil die Dichte im Fließbett weder örtlich noch zeitlich konstant ist. Die zeitliche Dichteänderung, die oft als "Inhomogenität" bezeichnet wird, kann entweder durch unmittelbare Dichtemessungen oder indirekt durch die Bestimmung der Druckschwankungen des Gases ermittelt werden.

Es wurden mehrere Arbeiten veröffentlicht, die sich mit der Bestimmung der mittleren Dichte des Fließbettes beschäftigen. GROHSE [1] ermittelte das axiale Konzentrationsprofil in

Fließbettssystemen durch die Absorption von Röntgenstrahlen, allerdings nicht systematisch. BARTHOLOMEW und CASAGRANDE [2] gaben Daten des radialen und angularen Konzentrationsprofils in einem Rohr von 1 m Durchmesser an, das als Katalysatorlift für eine Krackanlage diente. Als Strahlungsquelle diente ^{60}Co . Die zeitliche Änderung der Feststoffkonzentration wurde von ihnen nicht bestimmt. BAKKER und HEERTJES [3] haben die Konzentrationsverteilung des Feststoffes in einem axialen Querschnitt des Fließbettes durch örtliche Konzentrationsmessungen ermittelt mit Hilfe der Kapazitätsänderung von in das Bett eingetauchten kleinen Kondensatoren. Sie haben ebenfalls keine Konzentrationschwankungen gemessen.

Die zeitliche Änderung der Feststoffkonzen-

*Z.Zl.: Department of Chemical Engineering, New York University, U.S.A.

†Z.Zl.: Department of Chemical Engineering, Imperial College, London, England.

tration untersuchten MORSE und BALLOU [4]. Die mit einer Kapazitätsmessmethode ermittelten Registrierkurven wurden von ihnen analog zu einer erweiterten Fourier-Analyse ausgewertet. SCHUSTER und KISLIAK [5] ermittelten auf Grund der Druckschwankungen denselben Kennwert. HENWOOD und THOMAS [6] sowie BÖTTGER [7] massen ebenfalls die Druckschwankungen. Bei den erstgenannten Autoren wurde nur der Zeigerausschlag als charakteristische Grösse angegeben. In der zweiten Arbeit wurde die durch eine Messzahl definierbare mittlere Abweichung bestimmt. HEIDEL [8] hat die Böttgersche Methode weiterentwickelt und die Verteilung dieser Kennzahl in axialer und radialer Richtung in mehreren Fließbettsystemen ausgemessen. YASUI und JOHANSON [9] ermittelten durch in das Bett eingetauchte Lämpchen und Photozellen wertvolle Daten über die Eigenschaften von "Gasblasen" in Fließbettsystemen. DOTSON [10] hat durch die Kapazitätsmethode die mittlere Dichte und auch die relative Intensität der Dichteschwankungen gemessen und mit Hilfe der Streuungszerlegung geprüft, welche Parameter Einfluss auf diese beiden haben.

Die Durchstrahlung mit Röntgenstrahlen hat den besonderen Vorteil, dass man während der Messung das Fließbettsystem nicht stört. Deshalb wurde in der vorliegenden Untersuchung diese Methode in Verbindung mit einer statistischen Auswertung angewendet, um genauere Aussagen über die Wahrscheinlichkeit des Auftretens verschiedener Dichtezustände zu erhalten.

2. VERSUCHSAPPARATUR UND MESSMETHODIK

Es wurden zwei Fließbettapparate aus Plexiglas-Rohr mit einem Innendurchmesser von 7,5 cm bzw. 13,25 mm und Anströmböden aus Sintermetall mit einer Porenweite von 5–10 μ benutzt.

Die beiden mit Glaskugeln oder Quarz gefüllten Fließbettapparate wurden mit Röntgenstrahlen bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten in verschiedener Entfernung vom Anströmboden parallel zu diesem durchstrahlt.

Die Intensitätsabnahme der Röntgenstrahlen wurde mit Scintillometern gemessen. Weil der

angewandte Stabilisator in dem Hochspannungserzeuger der Röntgenapparatur nur mit einem teuren Zusatzapparat die vollständige Spannungsstabilisierung sichern konnte, wurden die störenden Intensitätsänderungen der Röntgenstrahlung, die durch die Schwankungen der Netzspannung hervorgerufen werden, mittels einer Differenz-Messmethode eliminiert, die zwei Scintillometer benutzte. Die beiden Scintillometer wurden im gleichen Abstand vom Brennfleck der Röntgenröhre (bestrahlt durch zwei gegenüberliegende Fenster der Röntgenröhre) so angeordnet, dass man bei beiden gleiche Strahlungsintensität erhielt, wenn im Fließbett momentan dasselbe mittlere Flächengewicht vorhanden war wie das auf der Vergleichsseite durch Filter F_1 , F_3 bzw. F_2 eingestellte (Abb. 1 und 2). Auf diese Weise konnten die Dichteänderungen im Fließbett äusserst empfindlich erfasst werden.

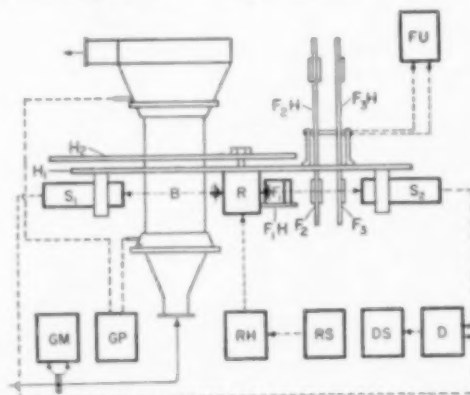


Abb. 2. Messanordnung für die Dichtemessungen.

- B Fließbett
- GM Messgerät - Schreiber für die Gasmenge
- GP Messgerät - Schreiber für den Druckabfall
- R Röntgenrohr
- RH Hochspannungserzeuger
- RS Röntgen - Schaltpult
- S_1, S_2 Scintillometerröhren
- D Differenzgerät
- DS Schnellschreiber
- F_1, F_2, F_3 Kompensations - Filter
- $F_1 H$
- $F_2 H$ } Halterung für die Filter
- $F_3 H$
- FU Umschalter für die Filter

In Abb. 1 u. 2 ist die Messanordnung dargestellt. Die Röntgenröhre (R), die Scintillometer (S_1, S_2) und das Filtersystem (F) wurden auf einen Stahlrahmen (H_1) so

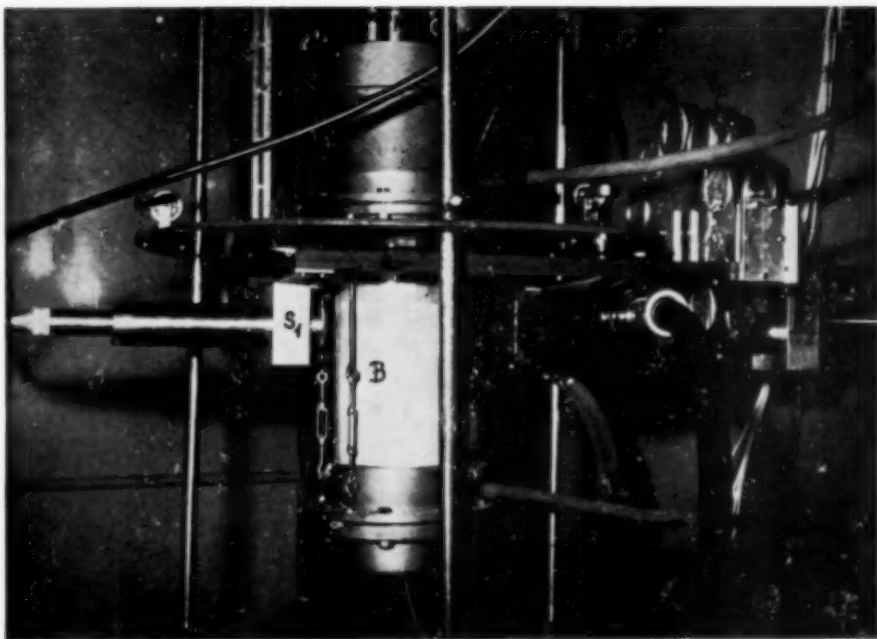


Abb. 1. Messanordnung für die Dichtemessungen. Bezeichnungen wie Abb. 2.

VOL.
15
1961

befestigt, dass die Scintillometer S_1 und S_2 in der Mittellinie der zwei gegenüberstehenden Fenster der Röntgenröhre in gleicher Entfernung von dem Brennfleck lagen. Mittels dieser Halterung (H_1), die über der Röntgenröhre ihre Drehachse hatte und horizontal bewegbar war, konnte das Fließbett (B) unter verschiedenen Winkeln durchstrahlt werden. Sie wurde wiederum so auf der ringförmigen Halterung H_2 befestigt, dass eine Bewegung des Systems aus Röntgenröhre, Scintillometer und Filter in angularer und in senkrechter Richtung möglich war. Damit konnte das Fließbett in beliebiger Höhe und von allen Richtungen her rundherum durchstrahlt werden.

Die Filter (F_2 , F_3) waren auf zwei grossen Scheiben (F_2 H, F_3 H) kreisförmig so montiert, dass sie durch Drehung von aussen in jede gewünschte Lage gebracht werden konnten. Die auf die Halterung H_1 aufgebaute Scheibe F_2 H enthielt 9 Filter (F_2) mit den Dicken von 0,1 bis 0,9 mm und die Scheibe F_3 H enthielt 9 Filter mit den Dicken von 1 bis 9 mm. Die Filter F_1 mit der Dicke von 10 bis 150 mm konnten auf die Halterung F_1 H gelegt werden. Durch verschiedene Kombination von F_2 H und F_3 H konnte von aussen mittels des Filterumschalters FU auf verschiedene Filterdicken mit einer Genauigkeit von 0,1 mm eingestellt werden.

Die Röntgenröhre (R), die bis 0,8 kW belastet werden konnte, wurde vom Hochspannungserzeuger (RH) betrieben, und dieser enthielt auch den Stabilisator. Die Spannung und die Intensität konnten auf dem Schaltpult (RS) stufenlos reguliert werden. Der vom Differenzgerät (D) erzeugte Differenz-Scintillometerstrom wurde mit einem Schnellschreiber (DS) von Hellige (He-1b) schreibend aufgenommen.

An der Ausgleichseite wurden die Filter so eingestellt, dass deren Flächengewicht dem mittleren Flächengewicht des Fließbettes ungefähr gleich war. Es wurde so lange gewartet, bis der Druckabfall und die mittlere Dichte des Fließbettes sich nicht mehr änderten, dann wurden die von den Dichteschwankungen des Fließbettes hervorgerufenen Änderungen des Differenz-Scintillometerstromes mittels des Schnellschreibers registriert. Wegen des erforderlichen Strahlenschutzes wurde der Fließbettapparat mit Scintillometern, Röntgenröhre und Vergleichsfilterapparat in einem mit 3 mm Blei und 200 mm Betonwand geschützten Raum aufgestellt. Alle anderen Apparate und Instrumente waren ausserhalb der Schutzwand. Die Gasgeschwindigkeit wurde mit einer Ringwaage registriert.

3. EICHUNG

Nach dem Absorptionsgesetz hängt das Verhältnis der Strahlungsintensitäten vor und hinter der Absorptionsschicht von dem Flächengewicht der Absorptionsschicht exponentiell ab:

$$J = J_0 \exp(-\mu d \rho)$$

J_0 Strahlungsintensität vor der Absorption

J Strahlungsintensität nach der Absorption

d Dicke der Absorptionsschicht

ρ Dichte der Absorptionsschicht

μ Schwächungskoeffizient

μ setzt sich additiv zusammen aus dem Absorptionskoeffizienten τ und dem Streukoeffizienten σ , zu dem bei den sehr harten Röntgenstrahlen noch der Koeffizient π der Elektronen-Positronen-Bildung hinzutritt: $\mu = \tau + \sigma + \pi$. Bei den benutzten Röntgenstrahlen konnte π vernachlässigt werden [11]. Für den Absorptionskoeffizienten gilt näherungsweise

$$\tau = \frac{NCZ^4\lambda^3}{A}$$

N Avogadro'sche Zahl

C Konstante

Z Ordnungszahl des Absorbers

A Atomgewicht des Absorbers

λ Wellenlänge der Röntgenstrahlen (\AA)

Die benutzte Röntgenstrahlung war nicht homogen, sondern sie enthielt entsprechend der W-Anode und der maximalen Anregungsspannung von 58 kV die Banden der L, M und N-Serie. Weil die langwelligen N (55,8–58,5 \AA) - und M (5,16–8,97 \AA) - Serien bei den hier ausgeführten Messungen immer völlig absorbiert wurden, kam zur Messung der Dichte nur die L-Serie ($\lambda = 1,025$ – $1,675$ \AA) zum Tragen. Die Banden σ_1 ($\lambda = 1,430$ \AA) und β_1 ($\lambda = 1,204$ \AA) machten etwa 80 Prozent der Gesamtenergie der L-Serie aus [11]. Die langwelligen Strahlungsanteile werden viel stärker absorbiert als die kurzwelligen (der Absorptionskoeffizient ist der dritten Potenz der Wellenlänge proportional!), damit bleibt das einfache Exponentialgesetz nicht mehr gültig, und die Intensität der nicht homogenen Strahlung ändert sich mit dem Flächengewicht stärker als exponentiell. Es war also nötig, den Zusammenhang zwischen der Dichte (bzw. dem Flächengewicht) und der Streustrahlung in Abhängigkeit von der Intensität der Primärstrahlung empirisch zu ermitteln.

Weil sich die kurzwellige Grenze und das Intensitätsmaximum mit zunehmender Spannung verschieben, musste die Eichung für verschiedene Röntgenspannungen durchgeführt werden. Die Eichung erfolgte einerseits durch die stufenweise Änderung der Filter an der Ausgleichseite und gleichzeitige Registrierung des Zeigerausschlags. Damit wurde der Zusammenhang zwischen relativer Änderung des Flächengewichts mit dem Zeigerausschlag für die Absorptionsbereiche der geprüften Füllungen ermittelt. Andererseits wurde der Schwächungskoeffizient an Festbetten mit entsprechenden Kornfüllungen ermittelt. Es wurde die Intensitätsabnahme für je ein Festbett, dessen Flächengewicht genau bestimmt wurde, an der Ausgleichseite genau kompensiert und daraus die Absorption berechnet. Bei den Messungen am Fließbett wurden die gemessenen Absorptionswerte auf diesen Eichwert bezogen. Es wurde auch untersucht, ob sich der Schwächungskoeffizient durch die Auflockerung des Bettes ändert.

Überprüfungen zeigten, dass der Schwächungskoeffizient bei konstantem Flächengewicht konstant bleibt, unabhängig von der Dichteänderung des Festbettes. Daraus ergab sich, dass die Zunahme des Streuungsanteiles durch die Auflockerung des Bettes in dem geprüften Bereich keine Änderung des Schwächungskoeffizienten herbeiführt. Damit erwies sich dessen Ermittlung im Festbett als berechtigt.

Die in der vorliegenden Arbeit benutzte Messmethode kann nur dann richtige Dichtewerte liefern, wenn die Dichte in einem zur Achse senkrechten Querschnitt konstant ist. Demgegenüber ist bekannt, dass die Dichte der Mischphase sich in radialer Richtung ändern kann. Nach früheren Untersuchungen nimmt die Dichte im unteren Teil des Bettes in radialer Richtung zu und im oberen etwas ab [3]. Wenn man nun das Bett diametral durchstrahlt, werden seine mittleren Teile mehr zur Absorption beitragen, als es ihrem Anteil am gesamten Querschnitt entspricht, wodurch eine Verfälschung eintritt.

Um den Fehler abzuschätzen, der durch diese Messanordnung bei der Ermittlung der mittleren Dichte ρ_{50} bzw. der relativen Intensität der Dichteschwankungen v_{50} (s. später) auftritt, wurden diese beiden charakteristischen Werte örtlich in radialer Richtung in einigen Fließbett-systemen durch Dichtemessungen mit Hilfe der Absorption von Licht sowie von β -Strahlen bestimmt [23].

In einer späteren Arbeit der Autoren werden diese Messungen genauer beschrieben [23].

Auf Grund dieser Messungen und der Konzentrationsmessungen von BAKKER und HEERTJES [3] ergab sich, dass der Fehler, der durch diese radiale Änderung der Dichte zustande kommt, im ungünstigsten Falle noch immer unter 10 Prozent liegt. Er hängt sehr stark von der Gleichmässigkeit des Anströmbodens ab.

4. AUSWERTUNGSMETHODEN

4.1. Auswertungsmethode für den stationären Zustand

Es erschien zweckmässig, die Dichte in einen Mittelwert $\bar{\rho}$, welcher zeitlich konstant ist, und in Schwankungen ρ' um diesen aufzuteilen.

$$\rho = \bar{\rho} \pm \rho'$$

$$\bar{\rho} = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} \rho(t) dt$$

Die Bildung der Mittelwerte ist über ein so grosses Zeitintervall zu erstrecken, dass sie von der Zeit unabhängig sind. Die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungsgrösse sind dann gleich Null:

$$\bar{\rho}' = 0$$

Findet man einen solchen zeitunabhängigen Mittelwert $\bar{\rho}$, dann können die Dichteschwankungen als quasistationär betrachtet werden, und damit können die Messungen mit

einfachen statistischen Methoden ausgewertet werden. In diesem Falle kann das quadratische Mittel der Abweichung vom Mittelwert als Mass der Dichteschwankungen und v als Mass der relativen Dichteschwankungen angesehen werden.

Dabei gilt

$$\rho'^2 = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} \rho'^2 dt \quad \text{und}$$

$$v = \frac{\sqrt{\rho'^2}}{\bar{\rho}}$$

In den meisten Fällen konnte ein konstanter Mittelwert für eine Zeitspanne von 5 sec mit guter Annäherung ermittelt werden. Zur Sicherheit wurden Zeitspannen von etwa 10-15 sec benutzt.

Die Registrierkurve gab von den Dichteschwankungen herrührende Schwankungen des Scintillometerstromes wieder. Weil man auch den Charakter der Dichteschwankungen ermitteln wollte, wurde die Registrierkurve zur Bestimmung des Mittelwertes nicht einfach integriert, sondern es wurde zunächst eine Häufigkeitsverteilung der Intensität des Scintillometerstromes durch Auszählen der Registrierkurve bestimmt. Diese Verteilung wurde dann mit Hilfe der Eichkurven auf die Häufigkeitsverteilung der relativen Dichteschwankungen umgeformt.

Um den allgemeinen Charakter dieser Häufigkeitsverteilungen festzustellen, wurden die Summenhäufigkeitsprozente in ein Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen, das auf der Ordinate die relativen Dichtewerte und auf der Abszisse das Gaussche Integral enthielt. Da man auf solchem Netz für Gaussche Normalverteilungen eine Gerade erhält, konnte direkt festgestellt werden, ob die geprüfte Verteilung normal ist oder davon abweicht [12, 13, 14]. Weil sich die Verteilungen in sehr vielen Fällen als nicht normal erwiesen, konnten sie mit der für Normalverteilungen gültigen Berechnungsmethode nicht ausgewertet werden.

Wegen der grossen Zahl der Häufigkeitsverteilungen (etwa 350) wurde die rasch zum Ziele führende graphische Methode zur Auswertung benutzt, nämlich die Auftragung der Summenprozente der Häufigkeitsverteilung über die relative Dichte in das Wahrscheinlichkeitsnetz. Dadurch wird die unmittelbare Bestimmung des

Zentralwertes und des Masses der Streuung ermöglicht. Der Zentralwert wurde zur Ermittlung der mittleren Dichte benutzt, obwohl er nur bei symmetrischen Verteilungen dem Mittelwert gleich ist [12].

Aus praktischen Gründen schien es zweckmässig, die T 50-Spanne, d.h. die wahrscheinlichste Abweichung statt des Abstands der Wendepunkte voneinander (T 68,27-Spanne), d.h. der doppelten Standardabweichung, zu ermitteln. Das Verhältnis der wahrscheinlichsten Abweichung zum Zentralwert, d.h. ein modifizierter Variabilitätskoeffizient v_{50} , wurde als Mass der relativen Dichteschwankungen betrachtet.

Um die Art der Häufigkeitsverteilungen quantitativ zu beschreiben, wurden sie durch x^2 -Verteilungen mit verschiedenen "Freiheitsgraden" n angenähert. Statt durch x^2 -Verteilungen, die nur für ganzzahlige n bestimmt sind, kann man die empirisch ermittelten Verteilungen durch kontinuierliche Γ -Funktionen mit bestimmten Konstanten p annähern. Der Zusammenhang zwischen dem Freiheitsgrad n und der Konstanten p ist: $p + 1 = n/2$ [12, 14, 15]. Weil der Aufwand zur rechnerischen Bestimmung der Freiheitsgrade sehr gross war, wurde eine graphische Methode entwickelt, mit der der Freiheitsgrad n bzw. p aus der Asymmetrie der Verteilungskurven ermittelt und gleichzeitig kontrolliert werden konnte, ob es sich wirklich um eine x^2 - bzw. Γ -Verteilung handelte. Dazu wurden die Verhältnisse

$$R_{50} = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_2 - Q_1} \text{ und } R_{90} = \frac{P_{90} - Q_2}{Q_2 - P_{10}} \text{ gebildet,}$$

wobei Q_1 , Q_2 , Q_3 die erste (25 Prozent), zweite (50 Prozent) und dritte (75 Prozent) Quartile und P_{10} bzw. P_{90} die zehnte (10 Prozent) bzw. neunzigste (90 Prozent) Percentile sind.

R_{50} und R_{90} wurden sodann für die Funktionen

$$\Phi(x^2, n) = \frac{\int_0^{x^2} \exp(-\frac{1}{2}x^2) (\frac{1}{2}x^2)^{n-1} d(\frac{1}{2}x^2)}{\int_0^{\infty} \exp(-\frac{1}{2}x^2) (\frac{1}{2}x^2)^{n-1} d(\frac{1}{2}x^2)}$$

$$= \frac{1}{(\frac{1}{2}n - 1)!} \int_0^{x^2} \exp(-\frac{1}{2}x^2) (\frac{1}{2}x^2)^{n-1} d(\frac{1}{2}x^2)$$

$$I(x, p) =$$

$$\frac{\int_x^{\infty} \exp(-x) x^p dx}{\int_0^{\infty} \exp(-x) x^p dx} = \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_x^{\infty} \exp(-x) x^p dx$$

$$\frac{x^2}{2} = x = p_{rel}; \quad \frac{n}{2} - 1 = p \text{ und } p! = \Gamma(p+1)$$

berechnet und in Abhängigkeit von ihrem Freiheitsgrad n_{50} und n_{90} bzw. p_{50} und p_{90} aufgetragen. Aus diesen Diagrammen wurden darauf die zu den experimentell bestimmten Verhältnissen R_{50} und R_{90} gehörigen n_{50} und n_{90} bzw. p_{50} und p_{90} ermittelt. Wenn n_{50} mit n_{90} bzw. p_{50} mit p_{90} übereinstimmte, wurde angenommen, dass die Verteilung einer x^2 -bzw. Γ -Verteilung entspricht.

Wenn R_{50} bzw. R_{90} kleiner als 1 war, wurden ihre reziproken Werte $1/R_{50}$ bzw. $1/R_{90}$ zur Bestimmung von n_{50} bzw. n_{90} benutzt und der so erhaltene Freiheitsgrad mit negativem Vorzeichen versehen. Das negative Vorzeichen ist nur ein Hinweis auf die Art der Asymmetrie der Verteilungskurve.

Es ist bekannt, dass die Schiefe einer Häufigkeitsverteilung als positiv oder negativ bezeichnet werden kann (Abb. 3a). Nur die Verteilungen, die positive Schiefe haben, können mit x^2 -Verteilung mit verschiedenen Freiheitsgraden angenähert werden (Abb. 3b). Der Grenzwert, d.h. $n = \infty$ gibt nämlich die symmetrische Normalverteilung. Wenn man jedoch Verteilungen mit negativer Schiefe durch eine x^2 -Verteilung beschreiben will, muss man sie in den anderen Quadranten ($x^2 < 0$; $f(x^2) > 0$) legen. Damit erhält man ein Spiegelbild. Zwei Verteilungen mit gleich grossem positivem und negativem Freiheitsgrad haben gleiche Asymmetrie; nur ist die mit negativem Vorzeichen ein Spiegelbild von der mit positivem Vorzeichen, d.h. sie hat eine gleich grosse, aber "negative Schiefe."

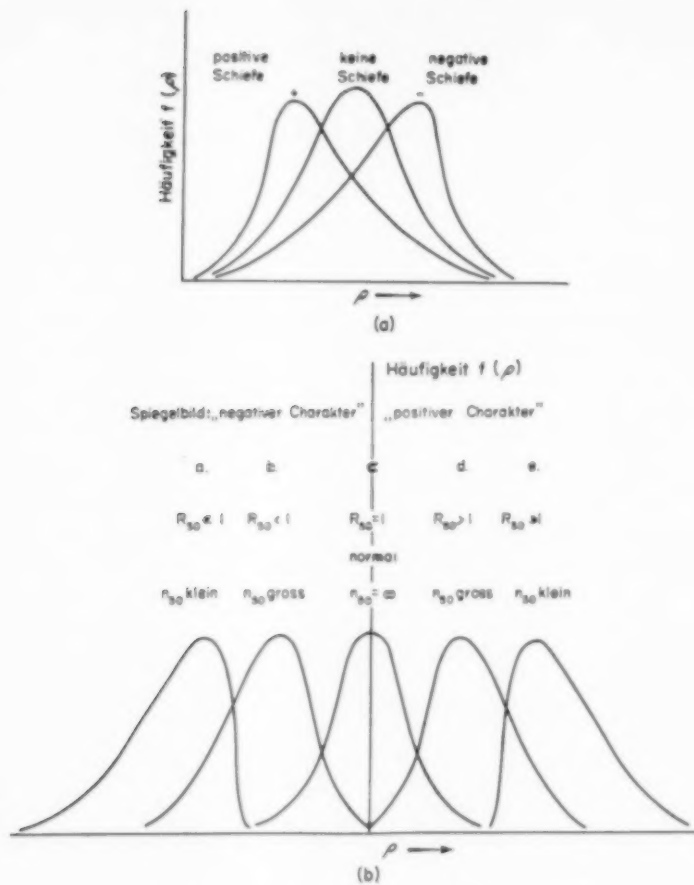


Abb. 3. Zur Erklärung des Charakters der Dichteverteilung.

4.2. Auswertungsmethode für den instationären Zustand

Der quasistationäre Zustand konnte bei den untersuchten Fliessbettsystemen innerhalb der benutzten Messdauer nicht immer wahrgenommen werden. Um festzustellen, ob das System sich in einem quasistationären Zustand befand, mussten entsprechende statistische Methoden angewendet werden.

Entnimmt man der Registrierkurve Proben und bestimmt für diese den Mittelwert bzw. die Streuung, so kann man mit einfacher Streuungserlegung (Varianzanalyse) feststellen, ob alle Proben aus derselben Grundgesamtheit stammen, wenn die Merkmalwerte der einzelnen Gruppen voneinander stochastisch unabhängig, normal

verteilt sind und ausserdem die gleiche Streuung besitzen. Im vorliegenden Falle treffen die beiden letzten Vorbedingungen nicht zu, deshalb konnte die Streuungserlegung nicht angewendet werden. Darum wurde folgende einfache Methode benutzt:

Die Registrierkurve wurde auf mehrere kleine gleich grosse Zeitspannen aufgeteilt, ρ_{50} und v_{50} wurden sodann für jede dieser Proben graphisch bestimmt, und aus diesen wurde der Mittelwert $\bar{\rho}_{50}$ bzw. \bar{v}_{50} gebildet. Darauf wurden alle diese Proben zusammen als eine Einheit betrachtet und daraus f_{50}' und v_{50}' auch für diese "Gesamtkurve" bestimmt. Weil eine langsame Änderung der mittleren Dichte den Variabilitätskoeffizienten der Gesamtkurve v_{50}' erhöht, wurde diese

Änderung durch den relativen Unterschied was auf den instationären Zustand des Flieβbettes hinweist.

$$\frac{v_{50}' - \bar{v}_{50}}{\bar{v}_{50}} = v_{rel}$$

erfasst. Wenn dieser Unterschied unter 0,1 (10 Prozent) lag, wurde das System als "quasi-stationär" betrachtet, und die Dichteschwankungen waren durch v_{50}' charakterisiert. Lag dagegen v_{rel} über 10 Prozent, so wurden die Schwankungen auf schnelle und langsame Änderungen aufgeteilt (s. später) und als Mass für die schnellen Schwankungen v_{50} angegeben. In der Tabelle 8 wurden diese Werte mit "*" bezeichnet,

5. MESSERGEBNISSE

Die Dichtemessungen in verschiedenem Abstand vom Anströmboden wurden in zwei Flieβbettsystemen I und II mit den Durchmessern 7,5 und 13,5 cm ausgeführt. Die benutzten Kornarten sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Bei der Registrierung der Dichteschwankungen wurden etwa 1000-3000 Merkmalwerte je Messung bei einer durchschnittlichen Messzeit von 10 bis 30 sec erhalten. Weil die

Tabelle 1. Benutzte Kornarten

Bezeichnung	Korngrösse (μ)	Spez. Gewicht d. Körner (g/cm ³)
G 50	40-60	2,88
G 70	60-80	Glaskugeln
G 110	100-120	mit glatter
G 250	200-300	Oberfläche
G 500	400-600	
Al 90	50-120	2,70
		scharfkantige
		Aluminium-
		plättchen
Kork	10-100	sehr unregelmässig
		geformtes
		Korkmehl
P 250	200-300	1,0
		Polystyrol
		mit mässig
		aufgerauhter
		Oberfläche
Q 75	60-90	2,65
Q 105	90-120	scharfkantiger
Q 135	120-150	Quarz
Q 175	150-200	
Q 225	200-250	
Q 275	250-300	
Q 350	300-400	
Q 450	400-500	
SiC 45	40-53	3,17
SiC 90	88-105	scharfkantiges
SiC 100	177-210	Siliciumcarbid

Tabelle 2. Mittlere Dichte ρ_{50} des Fliessbettes in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser 7,5 cm

Fällung	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	H (cm)				
				7,5	12,5	15	17,5	20
G 50 $M = 1301 \text{ g}$	0,07	247	22,1	1,335	1,396	1,380	—	—
	0,12	247	22,1	—	—	—	1,335	1,313
	0,14	249	22,4	1,285	1,284	1,362	1,325	1,283
	0,19	245	22,3	1,296	1,299	1,348	—	—
	0,35	245	22,5	1,332	1,264	1,292	1,323	1,277
	0,48	244	22,8	1,229	1,224	1,218	1,184	1,131
	0,87	243	24,0	1,185	1,082	—	—	—
G 70 $M = 1428 \text{ g}$	0,19	280	22,2	1,330	1,550	1,502	1,467	1,354
	0,35	278	22,5	1,296	1,478	1,381	1,371	1,300
	0,48	275	22,7	1,280	1,395	1,415	1,287	1,170
	0,62	275	23,2	1,238	1,341	1,290	1,296	1,134
	0,74	275	23,5	1,137	1,278	1,242	1,166	1,071
	0,87	275	24,0	1,157	1,211	1,221	1,141	1,066
	1,0	260	24,5	1,154	1,223	1,204	1,035	1,083
Q 75 $M = 981 \text{ g}$	0,19	190	21,8	1,023	1,037	1,045	1,022	1,004
	0,35	195	22,8	1,002	0,975	0,964	0,967	0,948
	0,48	195	23,5	0,946	0,949	0,898	0,908	0,903
	0,62	195	23,7	0,881	0,880	0,864	0,842	0,831
	0,87	193	24,2	0,852	0,855	0,804	0,807	—
Q 105 $M = 990 \text{ g}$	0,35	195	22,0	0,911	0,948	1,010	0,916	0,940
	0,48	197	22,6	0,946	0,955	0,921	0,903	0,895
	0,62	197	23,2	0,897	0,875	0,880	0,830	0,788
	0,74	197	23,7	0,854	0,843	0,797	0,763	0,758
	0,87	197	24,2	0,803	0,757	0,747	0,725	0,707
				H (cm)				
				8,7		15	20	25
Kork $M = 89 \text{ g}$	1,01	12	24,3	0,0809		0,0787	0,0813	—
	1,14	12	24,5	0,0836		0,0723	0,0743	—
	1,85	12	27,6	0,0652		0,0648	0,0596	0,0623
	2,30	12	29,2	0,0581		0,0606	0,0612	0,0653
	3,50	12	30,5	0,0589		0,0627	0,0654	0,0670
	4,50	12		0,0586		0,0631	0,0646	0,0649
	5,50	12		0,0580		0,0582	0,0613	0,0638
	6,50	12		0,0580		0,0608	0,0624	0,0644

Tabelle 3. Mittlere Dichte ρ_{50} des Fließbettes in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser: 13,25 cm

	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	H (cm)				
				9,3	14,3	16,8	19,3	21,8
Q 75 $M = 3422$ g	0,61	220	25,2	0,966	0,880	0,893	0,885	0,878
	0,85	223	26,5	0,832	0,822	0,837	0,831	0,828
	1,14	225	26,8	0,803	0,839	0,829	0,837	0,823
	2,34	220	26,9	0,884	0,854	0,841	0,847	0,833
Q 105 $M = 3422$ g	0,85	213	24,0	1,068	1,090	1,065	1,045	—
	1,14	219	24,8	0,972	0,960	0,976	1,035	—
	2,34	220	26,3	0,838	0,875	0,965	0,902	0,902
	3,56	215	26,6	0,945	0,965	0,905	0,864	0,830
Q 175 $M = 3109$ g	2,34	261	24,9	0,887	0,889	0,877	0,902	0,888*
	3,56	270	26,5	0,825	0,777	0,808	0,799	0,774*
	4,57	265	27,5	0,784	0,761	0,782	0,765	0,727*
	5,58	266	28,2	0,778	0,756	0,727	0,727	0,715*
Q 450 $M = 4485$ g	11,0	285	23,8	1,33	1,339	1,305	1,344	1,253
	13,5	287	~ 25	1,162	1,162	1,198	1,173	1,140
	16,6	287	~ 26	1,069	1,053	1,090	1,064	0,995
	22,5	290	~ 28	0,935	0,895	0,884	0,804	0,771
Kork $M = 357$ g	1,08	9,5	25,8	0,102†		0,084		—
	2,3	13	28,0	0,091†		0,081		0,082
	3,5	13	30,5	0,091†		0,084		0,083
	4,5	13		0,089†		0,082		0,081
	5,5	13		0,088†		0,080		0,081
	6,5	12,5		0,088†		0,077		0,081
	7,5	12,5		0,088†		—		—

*Messhöhe 24,3 cm

†Messhöhe 11,8 cm

Gesamtzahl der Merkmalwerte über 0,5 Millionen lag, konnten sie ebenso wie die grosse Zahl der Häufigkeitsverteilungen * nicht in Tabellenform zusammengestellt werden, sondern nur die daraus ermittelten mittleren Dichten ρ_{50} . Variabilitätskoeffizienten v_{50} sowie Freiheitsgrade n_{50} . Die Tabellen 2, 4 und 6 enthalten diese Werte für das Fließbettsystem I in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit und dem Abstand vom Anströmboden bei Benutzung der Kornarten Glaskugeln G 50, G 70, Quarz Q 75, Q 105 und Kork.

*Ein Teil der Verteilungskurven der Summenhäufigkeit der relativen Dichte befindet sich in [16].

Die Tabellen 3, 5, und 7 geben dieselben Werte für das Fließbett II wieder bei Benutzung der Kornarten Q 75, Q 105, Q 175, Q 450 und Kork. In diesem Fließbett mit dem grösseren Durchmesser konnten keine Glaskugeln eingesetzt werden, da sie mit der vorliegenden Strahlungsquelle nicht genügend durchstrahlt werden konnten.

Zur Feststellung des Einflusses eines in das Fließbett eingetauchten Hohlzylinders mit 30 mm Aussen- und 26 mm Innendurchmesser auf die Dichte der Mischphase wurde im Hinblick auf spätere Versuche zur Rheologie in Fließbettsystemen die Dichte in einer solchen Anordnung für verschiedene Kornarten bestimmt,

Tabelle 4. Relative Intensität der Dichteschwankungen v_{80} (Prozent) im Fliessbett in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser: 7,5 cm

Fällung	V (Nm ³ /hr)	H (cm)				
		7,5	12,5	15	17,5	20
G 50	0,07	0,0	0,0	0,0	—	—
	0,12	—	—	4,7*	7,9	7,5
	0,14	2,9	4,7	5,6	18,6	15,2
	0,19	9,0	7,7	—	—	—
	0,35	13,6	12,0	16,4	23,0	22,0
	0,48	15,7	14,5	19,9	40,8	39,0†
	0,87	20,5	17,9	—	—	—
G 70	0,19	1,0	3,2	3,4	4,5	3,0
	0,35	1,8	6,2	10,4	12,8	8,3
	0,48	5,5	10,0	18,8	16,5	15,5
	0,62	10,5	14,2	23,0	20,6	20,0
	0,74	13,9	14,4	29,0	27,7	36,5†
	0,87	12,7	24,2	30,5	57,9†	49,5†
	1,0	21,3	24,6	48,2†	56,8†	58,5†
Q 75	0,19	0,7	1,4	2,1	3,5	3,1
	0,35	6,2	7,3	8,3	8,4	11,5
	0,48	8,7	12,6	12,6	16,6	13,4
	0,62	10,2	14,0	14,3	17,1	19,4
	0,87	14,8	17,5	19,5	21,6	—
Q 105	0,35	2,6	3,2	3,8	5,7	5,2
	0,48	6,4	8,3	9,0	12,2	14,6
	0,62	9,6	12,4	13,0	16,0	15,6
	0,74	11,8	14,4	15,0	17,5	14,0
	0,87	14,5	17,5	17,8	19,3	20,5
		Messhöhe H				
		8,7		15	20	25
Kork	1,01	0,0		0,0	0,0	0,0
	1,14	0,0		0,0	0,0	0,0
	1,85	1,4		2,2	3,0	4,7
	2,30	2,5		4,7	6,0	6,2
	3,50	4,5		5,2	17,8	9,1
	4,50	6,6		7,0	11,7	12,6
	5,50	9,2		10,0	13,0	13,3
	6,50	9,9		11,0	14,2	14,6

* $V = 0,09$ Nm³/hr

† Stossen

Tabelle 5. Relative Intensität der Dichteschwankungen v_{50} (Prozent) im Fließbett in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser = 13,25 cm

Füllung	V (Nm ³ /hr)	H (cm)				
		9,3	14,3	16,8	19,3	21,8
Q 75	0,61	0,5	0,7	1,2	1,0	1,2
	0,85	3,3	5,8	8,2	8,1	10,0
	1,14	4,5	7,2	10,2	11,7	13,4
	2,34	9,7	13,5	14,6	14,5	18,1
Q 105	0,85	0,0	0,0	0,7	2,1	—
	1,14	4,8	6,6	8,0	13,4	—
	2,34	9,5	15,2	22,6	27,2	27,4
	3,56	23,0†	30,0†	38,0†	36,5‡	35,0‡
Q 175	2,34	3,7	3,8	6,5	9,8	9,8
	3,56	17,5	15,5	23,5	19,5	27,2
	4,57	25,3	25,5	28,5	28,9	28,0
	5,58	28,2	20,9	32,8	35,4	36,5
Q 450	11,0	14,5	16,2	15,5	17,1	14,4
	13,5	24,5	30,0	33,4	30,5	33,0
	16,6	30,0	35,0	32,2	34,0	32,0
	22,5	44,5‡	56,5‡	55,5‡	68,0‡	63,4‡
Kork	1,08	0,0†	—	1,7	—	—
	2,3	2,7†	—	3,6	—	5,2
	3,5	3,1†	—	5,0	—	6,3
	4,5	3,9†	—	6,6	—	6,8
	5,5	5,7†	—	6,3	—	7,6
	6,5	7,8†	—	7,1	—	8,1
	7,5	7,5†	—	—	—	—

*Messhöhe 24,3 cm

†Messhöhe 11,8 cm

‡Stossen

nämlich für Quarz Q 75, Q 105, Q 135, Q 225, Q 275, Q 350, Siliciumcarbid SiC 90, SiC 190, SiC 45, Polystyrol P 250, Aluminium Al 90 und Kork. Diese Messungen wurden nur in einer einzigen Höhe vorgenommen. Tab. 8 gibt die dabei erhaltenen Werte für ρ_{50} , v_{50} und n_{50} wieder.

Die Tabellen 9 und 10 enthalten ρ_{50} und v_{50} für einige instationäre Systeme.

5.1. Allgemeines über Dichteschwankungen der Mischphase

In Abb. 4 sind charakteristische Abschnitte der Registrierkurven für verschiedene Gasgeschwin-

digkeiten wiedergegeben. Wie aus den Kurven zu sehen ist, nehmen die Frequenz und die Intensität der Dichteschwankungen mit steigender Gasgeschwindigkeit zu. Abb. 5 zeigt eine Registrierkurve, die unter gleichen Versuchsbedingungen an einer um 7,5 cm höheren Messstelle erhalten wurde. Aus dem Vergleich der Abb. 4 und 5 kann man erkennen, dass die Intensität an der höheren Messstelle bedeutend grösser ist als an der tieferen. In Abb. 6 sind die Häufigkeitsverteilungen für diese Kurven aufgetragen, aus denen ρ_{50} , v_{50} und n_{50} entsprechend 4.1. graphisch bestimmt wurden (vgl. Tabelle 8). Als Abszisse wurde die "relative Dichte" aufgetragen. Dabei

Tabelle 6. Freiheitsgrad n_{50} der Häufigkeitsverteilungen der relativen Dichteschwankungen in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser: 7,5 cm (N = Normalverteilung)

Füllung	V (Nm ³ /hr)	H (cm)				
		7,5	12,5	15	17,5	20
G 50	0,07	—	—	—	—	—
	0,12	—	—	— 26	— 26	N
	0,14	N	N	— 6	N	— 24
	0,19	— 5	N	—	—	—
	0,35	— 19	N	— 15	+ 8	N
	0,48	N	— 27	N	+ 2	+ 2
	0,87	N	N	—	—	—
G 70	0,19	N	N	— 9	— 1	N
	0,35	— 4	— 3	— 11	— 11	— 2
	0,48	— 6	— 4	N	N	N
	0,62	— 8	— 7	+ 38	+ 24	+ 9
	0,74	— 9	— 19	+ 6	+ 36	+ 2
	0,87	— 13	+ 42	N	+ 5	+ 3
	1,00	N	+ 24	+ 5	+ 1	—
Q 75	0,19	— 1	— 2	— 2	— 1	— 1
	0,35	— 12	— 22	— 7	— 7	N
	0,28	N	— 12	N	N	N
	0,62	N	N	N	N	N
	0,87	N	N	N	N	—
Q 105	0,35	— 1	— 2	— 4	— 4	— 32
	0,48	— 3	— 3	— 13	— 5	— 3
	0,62	— 15	— 11	— 7	N	N
	0,74	— 11	— 13	— 32	— 38	— 14
	0,87	— 10	— 8	— 8	— 6	+ 5
		Messhöhe H (cm)				
		8,7	15	20	25	
Kork	1,01	—	—	—	—	
	1,14	—	—	—	—	
	1,85	N	N	N	— 10	
	2,30	N	N	N	— 2	
	3,50	N	N	— 3	— 6	
	4,50	— 13	— 32	— 7	— 16	
	5,50	— 14	N	N	— 4	
	6,50	— 21	N	— 11	— 10	

Tabelle 7. Freiheitsgrad n_{50} der Häufigkeitsverteilungen der relativen Dichteschwankungen in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit V bei verschiedenem Abstand H vom Anströmboden. Bettdurchmesser: 13,25 cm

Füllung	V (Nm ³ /hr)	H (cm)				
		9,3	14,3	16,8	19,3	21,8
Q 75	0,61	N	N	- 4	- 1	- 1
	0,85	N	N	- 44	- 36	- 29
	1,14	N	N	N	- 12	N
	2,34	N	N	+ 35	N	+ 42
Q 105	0,85	—	—	- 1	- 5	—
	1,14	- 4	- 5	- 4	- 5	—
	2,34	N	N	+ 6	+ 6	+ 4
	3,56	N	—	—	+ 4	+ 2
Q 175	2,34	- 2	- 9	N	N	N*
	3,56	- 5	- 5	N	+ 38	+ 2*
	4,57	- 5	+ 2	+ 3	+ 2	+ 3*
	5,58	+ 4	+ 6	+ 2	+ 2	+ 2*
Q 450	11,0	- 4	- 5	- 5	- 2	N
	13,5	+ 18	N	+ 3	N	+ 8
	16,6	+ 6	+ 2	+ 14	+ 3	+ 2
	22,5	—	—	+ 2	+ 1	+ 1
Kork	1,08	—	—	N	—	—
	2,3	N†	—	N	—	- 19
	3,5	N†	—	N	—	- 17
	4,5	N†	—	N	—	- 30
	5,5	- 14†	—	- 17	—	- 16
	6,5	- 39†	—	- 21	—	N
	7,5	N†	—	—	—	—

*Messhöhe 24,3 cm

†Messhöhe 11,8 cm

wurden die gemessenen Dichten auf eine willkürliche Dichte bezogen, die sich als vorteilhaft bei dem Mess- und Eichvorgang ergab. Sie liegt ziemlich nahe der mittleren Dichte ρ_{50} .

Abb. 7 zeigt eine in 40 sec aufgenommene charakteristische Registrierkurve für ein instationäres System. Man kann daraus erkennen, dass die durch die "Blasen" verursachten kurzperiodischen Dichteschwankungen von langperiodischen Änderungen überlagert sind. Wie leicht zu erkennen ist, können diese Kurven mit der einfachen Methode nach 3.1, nicht ausgewertet und also durch ρ_{50} , v_{50} und n_{50} nicht allein definiert werden. Wenn man diese Werte aus der Registrier-

kurve für eine längere Zeitspanne bestimmt, werden die langperiodischen Änderungen der mittleren Dichte von den kurzperiodischen nicht getrennt, obwohl beide völlig verschiedenen physikalischen Charakter haben.

Die kurzperiodischen Schwankungen werden durch schnelle lokale Zusammenballungen von Feststoffen bzw. lokale Verdünnungen der Mischphase ("Blasen") verursacht. Überdies zeigen Fließbettsysteme aus Feststoffen, die miteinander zusammenhängen, besonders in der Nähe des Auflockerungspunktes auch eine langsame Änderung der mittleren Dichte und der Intensität der Dichteschwankungen. Da die Auflockerung

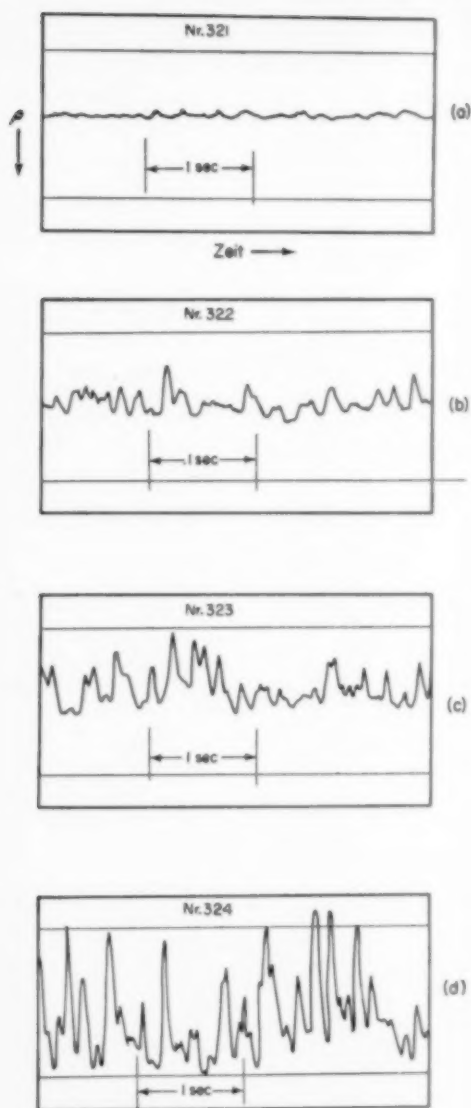


Abb. 4. Charakteristische Abschnitte der Registrierkurven in der Messhöhe $H = 9,3$ cm für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten.

$D_t = 13,25$ cm, Q 75

Nr.	V (Nm ³ /hr)
321	0,61
322	0,85
323	1,14
324	2,34

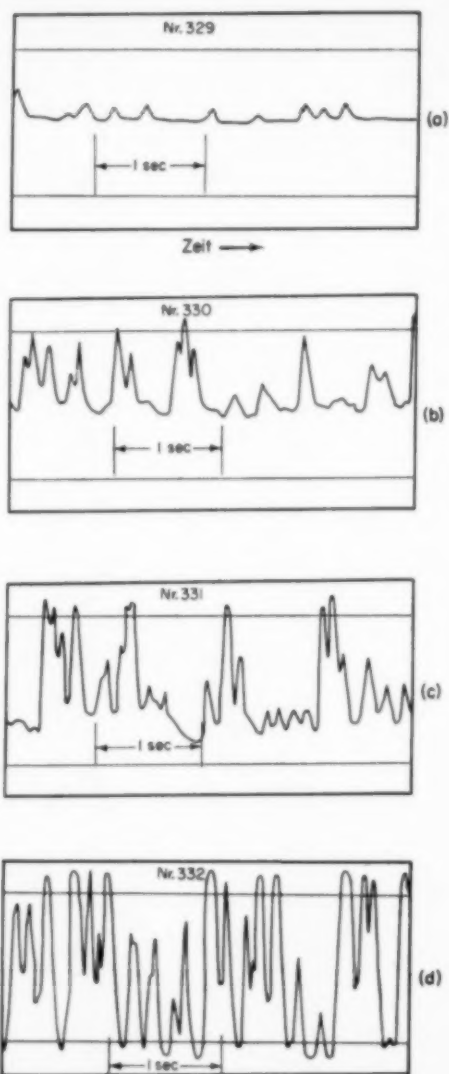


Abb. 5. Charakteristische Abschnitte der Registrierkurven in der Messhöhe $H = 16,8$ cm für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten.

$D_t = 13,25$ cm, Q 75

Nr.	V (Nm ³ /hr)
329	0,61
330	0,85
331	1,14
332	2,34

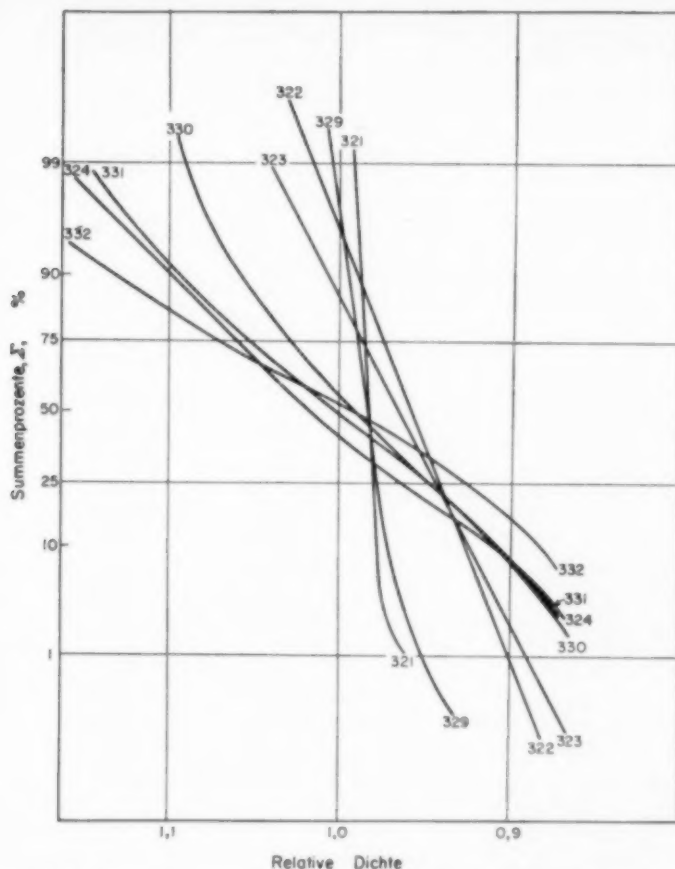


Abb. 6. Häufigkeitsverteilungen der relativen Dichte in Abhängigkeit von V und H .

bei diesen Systemen wegen des starken Zusammenhakens des Feststoffes nicht gleichmässig erfolgen kann, befinden sich einige Bereiche des Bettes bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten im Fließzustand, andere noch im "Festzustand." Diese Teilauflockerung erfolgt in ähnlicher Weise wie die Kanalbildung. Wegen des verminderten Strömungswiderstandes laufen immer grössere Anteile des Strömungsmediums durch diese aufgelockerten Kanäle, und dadurch wird einerseits die Feststoffkonzentration immer mehr abnehmen, andererseits ihr Querschnitt immer mehr erweitert. Bei einer bestimmten Querschnittsgrösse und Feststoffkonzentration brechen solche Kanäle zusammen, und gleichzeitig bildet sich ein neuer kleiner Kanal an einem anderen Ort und beginnt in ähnlicher Weise zu wachsen.

Man kann auf Abb. 7 zwei solche völligen "Kanalzusammenbrüche" beobachten. Bei a beginnt die Dichte zuzunehmen, dadurch erscheinen die grossen "Blasen," 2 sec später, bei b, verschwinden die grossen "Blasen," und bei c ist die Verstopfung vollständig geworden. Nach wiederum etwa 2 sec, bei d, entsteht plötzlich ein anderer Kanal. Nach 5 sec, bei e, erreicht die Dichte ihr Minimum. Danach beginnt die Dichtezunahme, und gleichzeitig erscheinen grosse "Blasen." Hier tritt aber keine völlige Verstopfung ein. Nach 10 sec, bei f, setzt ein neuer Zusammenbruch ein, der bei g mit einer völligen Verstopfung endet. Nach nochmals 3 sec entsteht bei h wieder ein neuer Kanal. Die Zeit zwischen zwei Durchbrüchen beträgt in diesem Falle also etwa 20 sec, im allgemeinen über 10 sec. Auch bei grösseren Gasgeschwindigkeiten, bei denen das ganze System im Fließzustand ist, können Kanäle auftreten. Hier können aber nicht so grosse Dichteunterschiede der Mischphase verursacht werden wie bei "halbflüssigen" Systemen.

Um schnelle und langsame Dichteschwan-

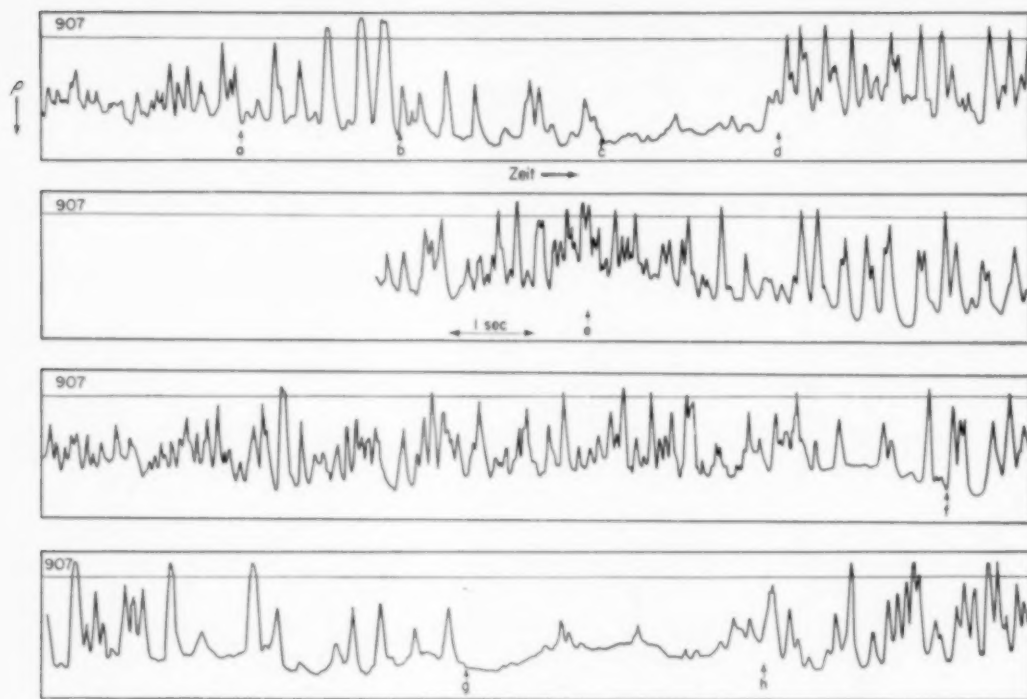


ABB. 7. Charakteristische Registrierkurve für ein instationäres System.

Al 90, $M = 2740$ g, $F = 0,87$ Nm³/hr, $D_t = 13,25$ cm

kungen voneinander zu trennen, wurden ρ_{50} und v_{50} aus mehreren Proben ermittelt, die eine kürzere Zeitspanne haben als die Periode der langsamen Änderung. Erfahrungsgemäss konnte man den Einfluss der langsamen Änderungen dadurch eliminieren, dass man sich auf eine Zeitspanne von 2 sec beschränkte. So wurden ρ_{50} bzw. v_{50} für Zeitspannen von 2 sec bestimmt.

Die Intensität der langsamen Dichteschwankungen konnte aus den Einzelwerten ρ_{50} durch die Bestimmung der mittleren quadratischen Abweichung $S^2(\rho_{50})$ bzw. die relativen Schwankungen durch

$$v(\rho_{50}) = \frac{\sqrt{[S^2(\rho_{50})]}}{\bar{\rho}_{50}}$$

charakterisiert werden.

Da sich auch die Intensität der kurzperiodischen Dichteschwankungen mit der langsamen Änderung der Dichte ändert, wurde ebenso deren mittlere quadratische Abweichung $S^2(v_{50})$ bzw. deren Variabilitätskoeffizient

$$v(v_{50}) = \frac{\sqrt{[S^2(v_{50})]}}{\bar{v}_{50}}$$

aus den einzelnen v_{50} -Werten der Proben berechnet und als Mass der langperiodischen Änderung der Schwankungsintensität betrachtet.

In Tabelle 11 sind diese Werte für einige instationäre Systeme zusammengestellt. Diese enthält ausserdem $\bar{\rho}_{50}$ bzw. \bar{v}_{50} , und ρ_{50}' bzw. v_{50}' sowie v_{rel} . Man erkennt an den Beispielen SiC 45 und SiC 90, dass durch genügende Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit aus dem instationären ein stationäres System wird. Je grösser die Körner sind, um so eher erreicht man diesen quasistationären Zustand, wie z.B. bei SiC 190, das bei allen untersuchten Strömungsgeschwindigkeiten quasistationär ist. Bei Al 90 konnte kein eindeutiger Gang von v_{rel} und der Strömungsgeschwindigkeit wahrgenommen werden.

Aus Tabelle 11 kann man erkennen, dass diese

Tabelle 8. Mittlere Dichte ρ_{50} , Variabilitätskoeffizient v_{50} und Freiheitsgrad n_{50} in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit V in 15 cm Abstand vom Anströmboden in Fließbettssystemen mit einem koaxialen Hohlzylinder von 3 cm Durchmesser

Nr.	Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	ρ_{50} (g/cm ³)	v_{50} (%)	n_{50}	D_t (cm)
302	G 50 $M = 1301$ g	0,12	257	23,2	1,273	8,4	- 21	7,5
303		0,18	256	23,5	1,249	12,2	- 12	
304		0,35	255	23,8	1,157	17,7	N	
305		0,50	258	24,2	0,996	24,0	+ 19	
306	G 70 $M = 1428$ g	0,21	288	23,0	1,421	2,1	- 5	
307		0,36	289	23,6	1,327	7,3	- 3	
308		0,50	289	23,8	1,062	17,0	- 3	
309		0,63	288	24,1	1,040	16,5	- 8	
310	Q 75 $M = 981$ g	0,77	285	24,3	0,890	20,7	+ 37	
311		0,19	181	21,3	0,845	3,7	- 6	
312		0,36	185	22,3	0,763	7,2	- 15	
313		0,50	186	22,9	0,734	9,0	- 21	
314	Q 105 $M = 999$ g	0,63	187	23,3	—	12,6	N	
315		0,77	188	23,7	0,619	22,4	N	
316a		0,27	193	22,8	0,995	1,8	- 9	
316b		0,35	202	22,9	0,970	6,1	- 5	
317	Q 75 $M = 3500$ g	0,50	204	23,8	0,958	10,2	- 4	13,25
318		0,63	205	24,5	0,838	13,7	- 17	
319		0,77	206	24,9	0,808	22,6	- 7	
320		0,90	207	25,3	0,741	32,5	- 8	
321	Q 105 $M = 3630$ g	0,62	227	26,5	0,981	2,3	- 2	
322		0,74	230	27,2	0,954	7,5	- 5	
323		0,90	231	27,8	0,873	8,1	- 5	
324		1,03	232	27,8	0,903	9,8	- 9	
325	Q 135 $M = 3716$ g	1,18	232	28,0	0,858	10,3	- 14	
326		1,32	232	27,9	0,874	11,8	- 15	
327		1,92	232	27,8	0,864	13,4	+ 16	
328		0,87	234	26,0	0,999	2,2	- 12	
329	Q 175 $M = 3109$ g	1,18	236	26,9	0,950	4,2	—	
330		1,32	237	27,2	0,944	9,3	- 19	
331		1,82	238	27,7	0,873	12,3	N	
332		2,40	237	28,1	0,870	13,3	+ 69	
333	Q 225 $M = 3956$ g	3,03	237	28,3	0,835	26,0	+ N	
334		1,82	243	26,9	1,009	11,2	- 4	
335		2,40	245	27,9	0,891	28,6	- 5	
336		3,69	245	28,4	0,899	37,3	- 32	
337	Q 225 $M = 3956$ g	4,78	245	29,0	0,769	33,8	+ 9	
338		5,88	245	29,8	0,709	36,2	—	
339		2,40	255	25,1	0,839	2,7	- 2	
340		3,69	265	26,8	0,741	11,9	- 10	
341	Q 225 $M = 3956$ g	4,78	266	27,9	0,654	31,0	+ 1	
342		5,88	266	28,8	0,665	36,6	+ 3	
343		7,02	266	29,4	0,641	36,4	N	
344		3,69	291	26,2	1,050	10,6	- 3	
345	Q 225 $M = 3956$ g	4,78	296	27,4	0,292	19,6	+ 11	
346		5,88	300	28,5	0,832	28,6	+ 16	
347		7,02	300	29,4	0,802	32,5	+ 2	

Tabelle 8—Fortsetzung

Nr.	Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Δp (kp/m ²)	L (cm)	ρ_{50} (g/cm ³)	v_{50} (%)	n_{50}	D_t (cm)
348	Q 275 $M = 4832$ g	3,69	309	25,8	1,264	5,9	— 4	13,25
349		4,23	300	26,2	1,254	11,6	— 5	
350		4,78	311	26,9	1,249	14,3	— 6	
351		5,33	314	27,4	1,160	22,1	+ 26	
352		5,88	316	27,9	1,145	23,9	+ 4	
353		7,02	318	28,9	1,072	25,0	+ 3	
354	Q 350 $M = 5000$ g	5,65	300	26,8	1,372	5,0	N	
355		5,33	318	26,9	1,308	7,0	+ 5	
356		6,48	323	27,1	1,239	10,9	N	
357		7,02	329	27,3	1,201	13,4	N	
358		8,21	332	28,2	1,127	29,0	+ 4	
359		9,35	333	29,0	1,090	30,5	+ 3	
360	SiC 45 $M = 4600$ g	0,35	264	26,5	1,176*	2,0*	— 24*	13,25
361		0,48	275	27,7	1,151*	3,8*	N*	
362		0,62	279	28,6	1,063	6,0	— 24	
363		0,77	285	29,0	1,084	11,0	N	
364		0,90	293	29,5	1,070	11,5	N	
365		1,03	294	29,4	1,110	12,7	N	
366	SiC 95 $M = 4500$ g	0,74	290	24,9	1,198*	4,3*	— 24*	
367		0,87	293	25,3	1,181*	8,0*	— 24*	
368		1,00	293	25,8	1,131	8,2	N	
369		1,27	294	25,2	1,346	13,6	— 11	
370		1,50	293	25,4	1,252	14,6	N	
371		1,82	293	25,5	1,215	23,0	+ 19	
372		2,40	290	26,1	1,092	17,6	+ 3	
373	SiC 100 $M = 4904$ g	2,4	314	24,1	1,450	10,3	— 4	13,25
374		3,0	318	24,9	1,363	15,0	— 24	
375		3,7	325	25,6	1,252	21,2	+ 4	
376		4,2	327	25,8	1,181	23,4	+ 3	
377		4,8	325	26,3	1,140	24,8	+ 2	
378		1,00	142	26,6	0,629	0,9	— 1	
379	P 250 $M = 2184$ g	1,14	145	26,8	0,618	3,8	— 3	
380		1,27	146	27,1	0,582	5,2	— 5	
381		1,62	248	27,8	0,627	4,2	— 3	
382		1,82	249	27,9	0,566	7,7	— 27	
383		2,40	249	28,3	0,520	10,8	— 37	
384		3,03	240	28,7	0,530	12,8	— 12	
385		3,69	249	28,8	0,508	14,6	N	
386	Kork $M = 274$ g	0,62	11	23,8	0,0953	0,0	—	13,25
387		0,74	13	23,8	0,0881	0,0	—	
388		0,87	13	24,2	0,0820	0,0	—	
389		5,5	14	30	0,0575	4,1	N	
390		8,0	14		0,0623	4,9	— 28	
391		9,3	14		0,0625	6,0	— 25	
392	Al 90 $M = 2740$ g	0,62	174	25,9	0,708*	3,9*		
393		0,74	176	26,2	0,743*	6,7*		
394		0,87	179	26,4	0,707*	7,2*		
395		1,0	180	26,4	0,724*	9,7*		
396		1,18	180	26,1	0,717*	10,3*		

Tabelle 9. Mittlere Dichte ρ_{50} in einigen instationären Systemen für nacheinander entnommene Proben

Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Probe													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
SiC 45	0,35	1,777	1,171	1,188	1,186	1,174	1,193	1,218	1,205	1,164	1,138	1,171	1,204	1,211	—
	0,48	1,151	1,137	1,154	1,150	1,128	1,103	1,109	1,161	1,203	1,185	1,184	—	—	—
SiC 90	0,74	1,212	1,225	1,233	1,174	1,163	1,160	1,198	1,216	1,223	1,205	1,187	1,210	1,168	—
	0,87	1,135	1,180	1,168	1,175	1,134	1,180	1,163	1,231	1,232	1,191	1,178	1,208	—	—
Al 90	0,62	0,705	0,730	0,700	0,710	0,691	0,684	0,703	0,716	0,726	0,708	0,710	0,717	—	—
	0,74	0,731	0,705	0,736	0,753	0,746	0,711	0,772	0,788	0,725	0,752	0,751	0,740	0,712	0,778
	0,87	0,098	0,704	0,685	0,704	0,695	0,727	0,755	0,696	0,731	0,710	0,693	0,681	—	—
	1,0	0,724	0,741	0,682	0,696	0,727	0,684	0,792	0,726	0,706	0,709	0,709	0,741	0,749	—
	1,18	0,709	0,696	0,719	0,745	0,774	0,737	0,725	0,711	0,696	0,705	0,732	0,708	0,690	—

 Tabelle 10. Intensität der relativen Dichteschwankungen v_{50} (Prozent) in einigen instationären Systemen für nacheinander entnommene Proben

Feststoff	V (Nm ³ /hr)	Probe													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
SiC 45	0,35	1,9	2,9	2,4	1,5	1,6	1,2	1,1	1,4	2,7	2,7	1,6	2,0	3,4	—
	0,48	3,6	4,4	3,6	4,4	4,2	4,8	5,0	3,3	3,2	2,4	2,9	—	—	—
SiC 90	0,74	3,6	2,8	2,1	6,8	6,8	6,2	4,0	2,3	2,4	3,0	4,8	4,4	7,9	—
	0,87	9,0	8,2	9,0	7,7	9,3	8,6	8,6	4,5	6,2	8,0	8,6	7,8	—	—
Al 90	0,62	4,3	3,5	3,7	3,6	3,4	5,0	5,1	4,7	2,4	3,5	4,6	3,7	—	—
	0,74	6,6	10,3	6,8	6,4	8,1	10,4	6,0	5,2	8,0	5,8	5,9	6,6	6,3	2,4
	0,87	5,0	8,0	7,7	6,2	6,3	7,9	4,9	10,7	7,0	6,2	9,5	7,4	—	—
	1,0	9,0	11,9	10,3	12,8	8,4	11,2	9,1	10,2	10,8	10,2	8,1	10,2	4,4	—
	1,18	9,6	11,4	10,3	9,9	8,8	12,1	11,0	10,1	10,4	10,8	9,3	10,4	10,4	—

Tabelle 11. Charakteristische Grössen für die kurz- und langperiodischen Schwankungen der Dichte einiger instationärer Systeme

	I' (Nm ³ /hr)	ρ'_{50}	v_{50}' (%)	n_{50}'	$\bar{\rho}_{50}$	v_{50} (%)	v_{rel} (%)	$v(\rho_{50})$ (%)	$v(v_{50})$ (%)
SiC 45	0,35	1,178	3,0	- 24	1,176	2,0	50,0	1,24	36,0
	0,48	1,151	5,6	N	1,151	3,8	32,0	6,30	21,6
	0,62								
SiC 90	0,74	1,200	4,8	- 24	1,198	4,3	11,5	2,06	35,6
	0,87	1,176	8,6	- 21	1,181	8,0	7,5	3,04	17,0
Al 90	0,62	0,710	4,6	- 7	0,708	3,9	18,0	3,74	22,0
	0,74	0,739	8,2	- 21	0,743	6,7	22,2	3,02	31,5
	0,87	0,700	8,0	- 41	0,707	7,2	11,0	3,01	23,6
	1,0	0,730	11,2	- 21	0,724	15,5	15,5	4,11	21,4
	1,18	0,715	11,5	- 17	0,719	10,3	11,6	3,26	8,5

relative Streuung der relativen Intensität der Dichteschwankungen $v(v_{50})$ mit steigender Strömungsgeschwindigkeit abnimmt, dagegen nimmt die relative Streuung der mittleren Dichte $v(\rho_{50})$ zu. Diese Änderung ist besonders bei quasistationären Systemen ausgeprägt (Tabelle 12). Diese Erscheinung kann dadurch erklärt werden, dass die Streuung von v_{50} mit steigender Strömungsgeschwindigkeit kaum zunimmt, dagegen sein Mittelwert v_{50} stark anwächst. Für die Dichte fand sich dagegen eine starke Zunahme der Streuung von ρ_{50} und eine leichte Abnahme von $\bar{\rho}_{50}$ mit steigender Strömungsgeschwindigkeit.

5.2. Charakter der Dichteschwankungen

Abb. 8 zeigt drei typische Registrierkurven. Die Kurve I wurde mit Q 250 bei grosser Strömungsgeschwindigkeit aufgenommen. Man erkennt die grossen Blasen, welche die Dichteschwankungen beherrschen. Diese werden von kleineren Blasen überlagert, daher kommen die kleineren Dichtezustände häufiger vor als die grösseren. Dadurch entsteht eine Asymmetrie, der die Häufigkeitsverteilung e in Abb. 3 und die Summenhäufigkeit I in Abb. 9 entspricht. Die Kurve II wurde mit Q 350 bei kleiner Strömungsgeschwindigkeit aufgenommen. Die grösseren "Blasen" bzw. "Feststoffballen" kommen seltener vor als die kleineren. Je näher ein Dichtezustand zum Mittelwert liegt, um so

öfter kommt er vor und umgekehrt. Damit entsteht eine symmetrische Verteilung, wie die

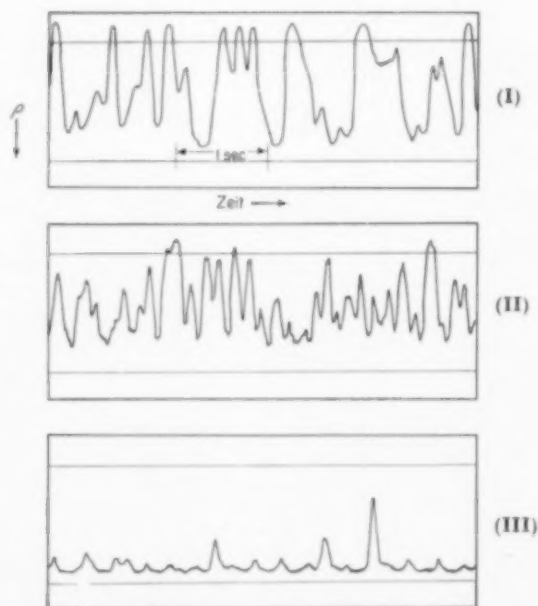


Abb. 8. Charakteristische Registrierkurven für verschiedene Dichteverteilungen.

- (I) $n_{50} = +4$
 $D_t = 13,25$ cm
 Q 250
- (II) $n_{50} = \text{Normal}$
 $D_t = 13,25$ cm
 Q 350
- (III) $n_{50} = -1$
 $D_t = 7,5$ cm
 G 70

Tabelle 12. Charakteristische Größen für die kurz- und langperiodischen Schwankungen der Dichte für ein quasistationäres Fließbett ($Q\ 105$, $D_1 = 7,5\text{ cm}$, $H = 15\text{ cm}$)

V (Nm ³ /hr)	ρ_{50}'	v_{50}' (%)	$\bar{\rho}_{50}$	v_{50} (%)	v_{rel}	$v(\rho_{50})$ (%)	$v(v_{50})$ (%)
0,35	1,010	3,8	1,010	3,45	9,2	0,9	30,3
0,48	0,921	9,0	0,930	9,30	3,3	2,48	21,3
0,662	0,880	15,0	0,880	14,00	6,7	3,70	13,6

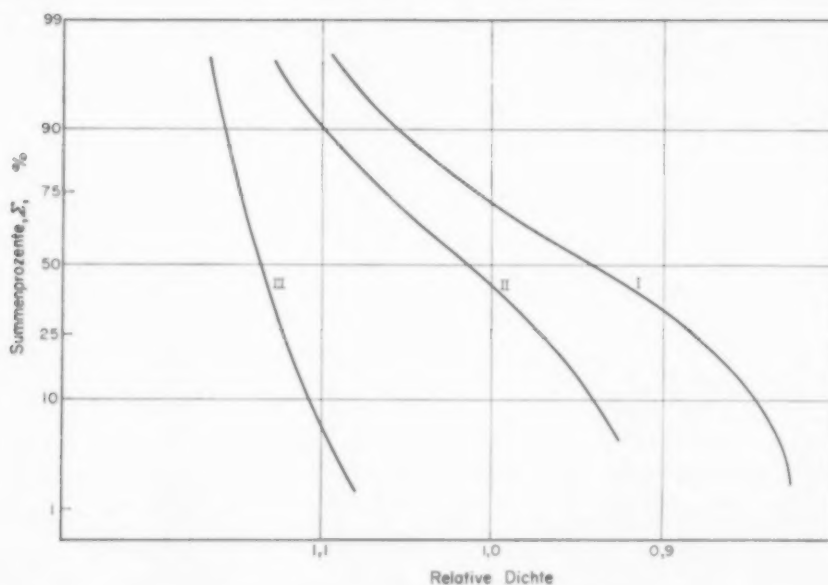


Abb. 9. Häufigkeitsverteilungen der relativen Dichte für verschiedene Dichteverteilungen. (I), (II), (III) wie in Abb. 8.

Häufigkeitsverteilung c in Abb. 3 und Summenhäufigkeit II in Abb. 9, die etwa einer Normalverteilung entspricht. Die Kurve III wurde mit G 70 bei kleiner Strömungsgeschwindigkeit aufgenommen. Sie entspricht einem Fließzustand, der besonders bei kleinen Körnern und in der Nähe des Auflockerungspunktes aufzutreten pflegt. Die Mischphase ist ziemlich homogen, nur selten brechen "Blasen" mit verschiedenen Größen durch das Fließbett durch. Dadurch entsteht wieder eine Asymmetrie. Die Dichtezustände mit grossem ρ kommen viel häufiger vor als mit kleinem ρ . Diese Verteilung entspricht der Häufigkeitsverteilung a in Abb. 3 und der Kurve III der Summenhäufigkeit in Abb. 9.

Man könnte fragen, ob es nicht günstiger wäre, statt der Häufigkeitsverteilung der Dichte diejenige der "Blasen" zu ermitteln. Durch die in der vorliegenden Arbeit benutzte Messanordnung traten jedoch Überlagerungen von verschiedenen "Blasen" reichlich auf, wie aus allen Registrierkurven zu ersehen ist. Deshalb konnte keine "Blasenverteilung" ermittelt werden. Daher wurde der Charakter der Dichteschwankungen erfasst und durch die Asymmetrie der Häufigkeitsverteilung beschrieben, die nach 4.1. mit n_{50} quantitativ charakterisiert wird.

Die Tabellen 6, 7 und 8 enthalten diese Werte für die geprüften Fließbettssysteme. Man kann erkennen, dass n_{50} im allgemeinen mit zunehm-

mender Gasgeschwindigkeit vom negativen in das positive Gebiet strebt, d.h. R_{50} nimmt mit steigendem V zu.

Bei kleinen Körnern bzw. leichten Feststoffen ist die Änderung von n_{50} verhältnismässig klein und erstreckt sich im allgemeinen auf den Bereich von kleinen negativen n_{50} bis $n_{50} = \infty$.

Der Wert ∞ entspricht der Normalverteilung, sie wird in den Tabellen mit N bezeichnet. Fließbettsysteme mit kleinen negativen n_{50} gehören zu denjenigen, in denen die "Blasen" die Mischphase "durchbrechen" ("aggregative" fluidization) und keine grossen "Blasen" auftreten, die den "positiven" Charakter verursachen können (Kurve III in Abb. 8).

Bei grossen Körnern bzw. schweren Feststoffen besitzen die Häufigkeitskurven der Dichteschwankungen bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten im allgemeinen kleine negative n_{50} . Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit geht die Kurve in eine Normalverteilung über. Mit weiterer Erhöhung von V verschiebt sich n_{50} in den positiven Bereich und nimmt immer mehr ab. Das bedeutet, dass man nur bei grossen oder schweren Körnern mit Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit den ausgeprägten "positiven" Charakter erreichen kann, bei dem die grossen "Blasen" die Dichteschwankungen beherrschen (siehe Kurve I, Abb. 8).

Mit zunehmendem Abstand H vom Anströmboden zeigen die Fließbettsysteme aus kleinen Körnern im allgemeinen keine grosse Änderung bezüglich der Symmetrie der Häufigkeitskurven.

Bei grossen Körnern entspricht die Änderung von n_{50} in Abhängigkeit von H ihrer Abhängigkeit von V , d.h. der positive Charakter wird immer stärker.

5.3. Mittlere Dichte

Die Tabellen 2 und 3 enthalten die gemessenen Werte der mittleren Dichte für die beiden Fließapparate. Wie zu ersehen ist, nimmt im allgemeinen bei allen Messhöhen die mittlere Dichte mit steigender Strömungsgeschwindigkeit ab. Für Fließbettsysteme mit $D_t = 7,5$ cm wurden bei der grössten Strömungsgeschwindigkeit folgende für das gesamte Bett gemittelte maximale relative Dichteänderungen $(\Delta\rho_{rel})_{max}$ in Prozent

beobachtet: G 50: 25,4 (26,0), G 70: 26,5 (25,7), Q 75: 28,5 (27,3), Q 105: 30,9 (27,3) und Kork: 29,5 (30,0),* wobei

$$(\Delta\rho_{rel})_{max} = \frac{(\rho_m - \rho_{fest})}{\rho_{fest}} 100 \text{ (Prozent)}$$

ist und ρ_m der Mittelwert von ρ_{50} der fünf Messhöhen. Zur Überprüfung dieser im Vergleich mit Literaturwerten [17] ziemlich hoch erscheinenden Werte wurden auch die entsprechenden relativen Volumenzunahmen

$$(\Delta V^*_{rel})_{max} = \frac{(V^* - V^*_{fest})}{V^*_{fest}} 100 \text{ (Prozent)}$$

durch unmittelbare Ausmessung der Betthöhen bestimmt und in Klammern angegeben.

Auch in den Fließbettsystemen mit $D_t = 13,25$ cm wurden die maximalen relativen Dichte- und Volumenänderungen bestimmt, dabei allerdings bedeutend kleinere relative Änderungen gefunden: Q 75: 12,3 (12,1), Q 105: 17,3 (16,6), Q 175: 20,0 (19,1), Q 450: 36,7 (26,1), Kork: 24,6 (32,6)*.

In beiden Fällen liegen die relativen Änderungen für die Dichte und das Volumen des Fließbettes also ziemlich dicht beieinander. Die gemessenen hohen Werte scheinen damit sichergestellt. Zwei Ausnahmen sind Q 450 und Kork. Bei dem ersteren liegt $(\Delta\rho_{rel})_{max}$ etwa 10 Prozent höher als $(\Delta V^*_{rel})_{max}$, bei dem letzteren umgekehrt die Dichteabnahme um etwa 8 Prozent niedriger als die Volumenzunahme. Diese grossen Unterschiede können durch eine ungenaue Mittelwertbildung erklärt werden, da Messungen im unteren Teil des Bettes nicht möglich waren und eine starke axiale Dichteänderung auftrat.

Die Abb. 10, 11, 12 und 13 zeigen den Zusammenhang zwischen der mittleren Dichte ρ_{50} und der Strömungsgeschwindigkeit V für verschiedene Fließbettsysteme bei einem Abstand $H = 15$ cm. Die Ergebnisse für andere Abstände unterscheiden sich nicht wesentlich. Für einige Fließbettsysteme mit $D_t = 7,5$ cm kann man diesen Zusammenhang in einem gewissen Geschwindigkeitsbereich annähernd mit einer linearen Beziehung wiedergeben (Abb. 10 und 11), wie auch

* $V = 3,5 \text{ Nm}^3/\text{hr.}$

Ermittlung der Dichteverteilung in gasdurchströmten Fließbettssystemen durch Röntgenstrahlen

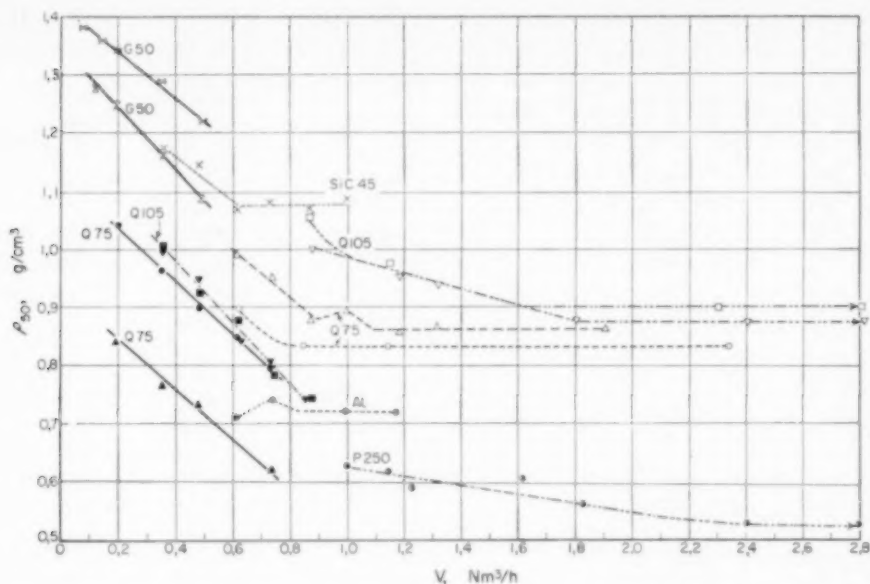


Abb. 10. Abhängigkeit der mittleren Dichte ρ_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für kleine Körner.

		D_t (cm)				D_t (cm)	
◀ —	G 50	7,5	ohne Zylinder	■ — · —	Q 105	7,5	ohne Zylinder
▼ —	G 50	7,5	mit Zylinder	▼ — · —	Q 105	7,5	mit Zylinder
● —	Q 75	7,5	ohne Zylinder	□ · · · —	Q 105	13,25	ohne Zylinder
▲ —	Q 75	7,5	mit Zylinder	▽ · · · —	Q 105	13,25	mit Zylinder
○ — —	Q 75	13,25	ohne Zylinder	⊗ · · · · ·	Al 90	13,25	} mit Zylinder
△ — —	Q 75	13,25	mit Zylinder	× · · · · ·	SiC 45	13,25	
				● — — —	P 250	13,25	

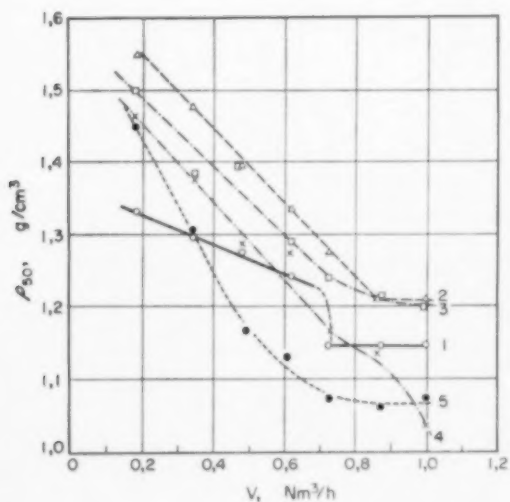


Abb. 11. Abhängigkeit der mittleren Dichte ρ_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für G 70 in verschiedenen Messhöhen H . ($D_t = 7,5$ cm)

Messhöhe H (cm)
 ○ 7,5 △ 12,5 □ 15,0 × 17,5 ● 20,0

Chem. Engng. Sci. Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

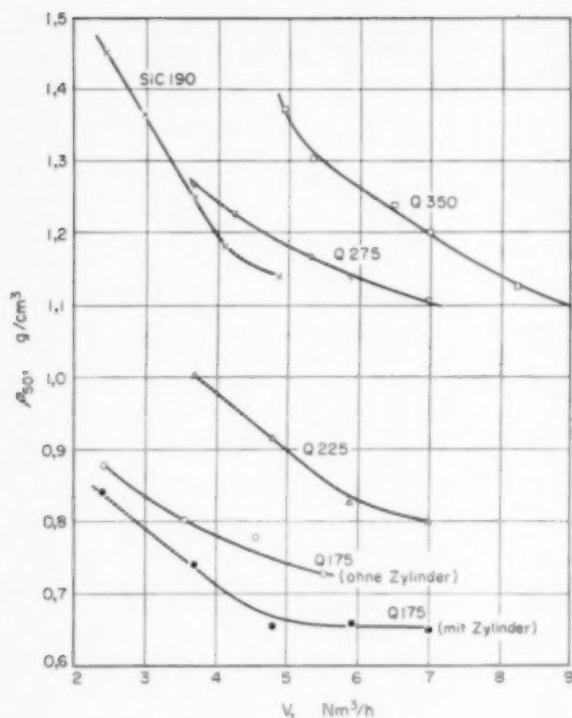


Abb. 12. Abhängigkeit der mittleren Dichte ρ_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für grosse Körner. ($D_t = 13,25$ cm)

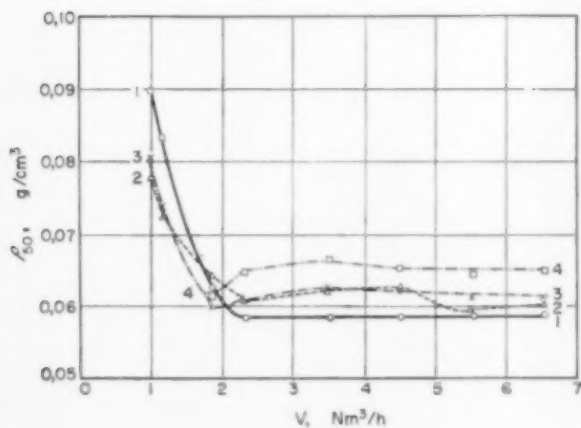


Abb. 13. Abhängigkeit der mittleren Dichte ρ_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für Kork in verschiedenen Messhöhen H . ($D_t = 7,5$ cm)

Messhöhe H (cm)
 ○ 8,7 △ 15,0 × 20,0 □ 25,0

von Bakker und Heertjes [3] gezeigt wurde. Bei Fließbettssystemen mit $D_t = 13,25$ cm gelten nur manchmal lineare Beziehungen. Im allgemeinen ist bei ihnen ein exponentieller Verlauf zu beobachten (Abb. 12). Bei Benutzung kleiner Körner erreicht man relativ schnell eine konstante Dichte (Abb. 10 und 13).

Es ist leicht zu erkennen, dass alle diese Beziehungen durch eine einheitliche Funktion

$$\rho_{50}(V) = \rho_{\text{fest}} - C_2' \exp \left[-\frac{C_1'}{(V - V_0)} \right] \quad (1)$$

beschrieben werden können, wobei C_1' und C_2' ($\leq \rho_{\text{fest}}$) Konstanten sind.

Die Form der Funktion $\rho_{50}(V)$ hängt in erster Linie von der Grösse von C_1' bzw. $(V - V_0)$ ab. Abb. 14 bzw. 15 zeigen den Verlauf der Funktionen

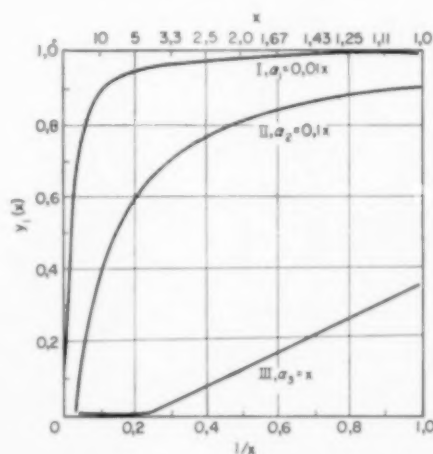


Abb. 14. Die Funktion $y_1(x) = [\exp - \alpha(x)]$

$$y_1(x) = \exp[-\alpha(x)] \quad \text{und} \quad y_2(x) = 1 - \exp[-\alpha(x)]$$

in Abhängigkeit von $1/x$. Dabei sind

$$y_1(x) = \frac{\rho_{\text{fest}} - \rho_{50}}{c_2'}$$

$$y_2(x) = \frac{\rho_{50}}{\rho_{\text{fest}}}, \quad \text{(für den Fall } c_2' = \rho_{\text{fest}})$$

$$\alpha = \frac{c_1'}{V - V_0}$$

Ermittlung der Dichteverteilung in gasdurchströmten Fließbettsystemen durch Röntgenstrahlen

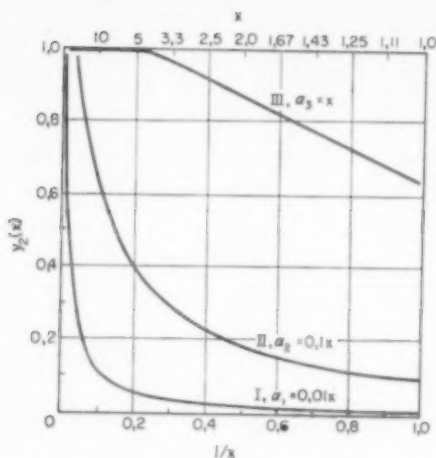


Abb. 15. Die Funktion $y_2(x) = 1 - \exp [(-\alpha(x))]$.

Aus den Abbildungen kann man im wesentlichen drei Bereiche erkennen:

Gruppe I: $\alpha = \frac{C_1'}{V - V_B} < 1$; $C_1' < (V - V_B)$

Die Dichte nimmt anfangs sehr rasch ab und erreicht sehr schnell einen konstanten Wert. Zu dieser Gruppe gehören Fließbettsysteme mit $D_t = 7,5$ und $13,25$ cm aus sehr leichten Körnern wie Kork (Abb. 13; Tabelle 2, 3 und 8) sowie kleine und mittlere, leichte Körner (Q 75, Q 105, P 250, SiC 45, Al 90) in Fließbettsystemen mit $D_t = 13,25$ (Abb. 10, Tabelle 3 und 8).

Gruppe II: $\alpha = \frac{C_1'}{V - V_B} < 1$; $C_1' < (V - V_B)$

Die Dichte nimmt gleichmässig ab und nähert sich langsam einem konstanten Wert. Zu dieser Gruppe gehören grosse Körner (Q 175, Q 225, Q 275, Q 350, SiC 190) in Fließbettsystemen mit $D_t = 13,25$ (Abb. 12, Tabelle 3 und 8).

Der Zusammenhang zwischen $\log (\rho_{\text{fest}} - \rho_{50})$ und $1/V$ kann als eine Gerade dargestellt werden.

Gruppe III: $\alpha = \frac{C_1'}{V - V_B} \simeq 1$; $C_1' \simeq (V - V_B)$

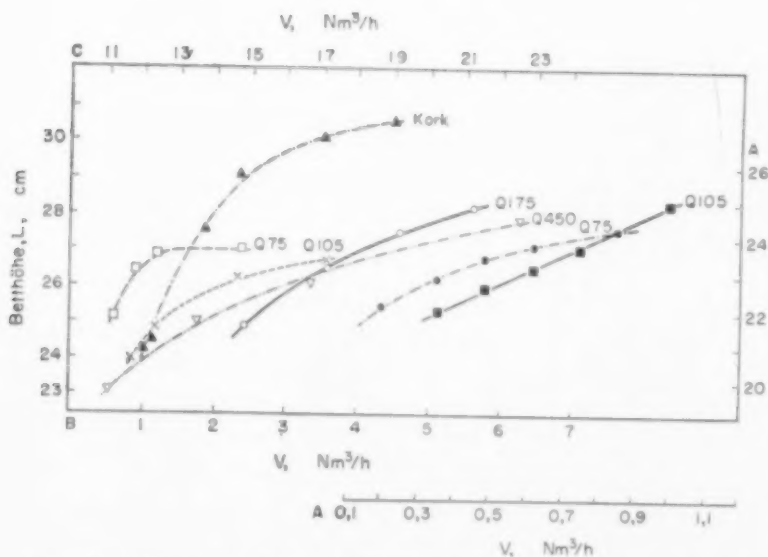


Abb. 16. Abhängigkeit der Betthöhe L von der Strömungsgeschwindigkeit V .

- Q 75 } $D_t = 13,25$ cm
- × Q 105 } Skala: B
- Q 175 } $D_t = 13,25$ cm, Skala: C
- ▽ Q 450 } $D_t = 7,5$ cm; Skala: B
- ▲ Kork } $D_t = 7,5$ cm
- Q 75 } Skala: A, A
- Q 105 }

Die Dichte nimmt mit Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit annähernd linear ab. Zu dieser Gruppe gehören kleine Körner (G 50, G 70, Q 75, Q 105) in Fließbettsystemen mit $D_t = 7,5$ cm und teilweise mittlere Körner in grossen Fließbettsystemen bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten (Abb. 10, 11, 12, Tabelle 2, 3 und 8).

Zu einer weiteren Gruppe IV können alle diejenigen Fließbettsysteme gerechnet werden, deren Dichte mit steigendem V zunächst ab-, darauf zunimmt und schliesslich wieder abnimmt. Solche Erscheinungen konnten besonders bei kleinen Körnern und in den unteren Teilen des Fließbettes beobachtet werden (Tabelle 2, G 50). Wenn dieses "Zusammensacken" des Fließbettes sehr ausgeprägt ist, kann es ausserdem durch ein Maximum der Volumenzunahme wahrgenommen werden (Tabelle 2, G 50), wie es auch GROHSE [1]

beobachtete. Daß Auftreten dieser Erscheinung auch bei dem relativ grossen Korn SiC 95 konnte bisher noch nicht erklärt werden.

Wie man aus der Abb. 16 sieht, kann eine ähnliche Beziehung wie Gleichung (1) auch für die Volumenzunahme des Fließbettes aufgestellt werden:

$$\Delta V^* = V^* - V_{\text{fest}}^* = C_2 \exp \left[-\frac{C_1}{V - V_d} \right] \quad (2)$$

Wie die Dichtefunktionen $\rho(V)$ kann man die Volumenfunktionen $V^*(V)$ auf Grund ihrer Formen ebenfalls in vier Gruppen einteilen, die denjenigen der Dichtefunktionen entsprechen. So wurde eine annähernd lineare Beziehung für die Volumenfunktion bei Benutzung von Glaskugeln schon früher von BAKKER und HEERTJES [3] ebenfalls festgestellt. Diese gehören also zur Gruppe III.

Abb. 10 zeigt, dass das Eintauchen eines

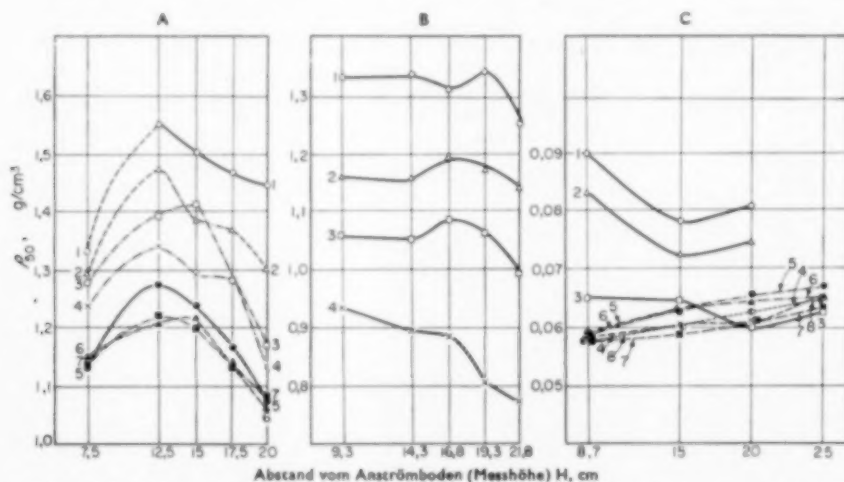


Abb. 17. Abhängigkeit der mittleren Dichte ρ_{50} von der Messhöhe H für Glaskugeln, Quarz und Kork.

A (G 70, $D_t = 7,5$ cm)

Nr.	V (Nm ³ /hr)
○ 1	0,19
△ 2	0,35
□ 3	0,48
× 4	0,62
● 5	0,74
▲ 6	0,87
■ 7	1,00

B (Q 450, $D_t = 13,25$ cm)

Nr.	V (Nm ³ /hr)
○ 1	11,0
△ 2	13,5
□ 3	16,6
× 4	22,5

C (Kork, $D_t = 7,5$ cm)

Nr.	V (Nm ³ /hr)
○ 1	1,01
△ 2	1,14
□ 3	1,85
× 4	2,30
● 5	3,50
▲ 6	4,50
■ 7	5,50
⊙ 8	6,50

Hohlzylinder in das Fließbett die relative Änderung der Dichte praktisch nicht beeinflusst. Der absolute Wert der Dichte nimmt durch Eintauchen eines Hohlzylinders vom Durchmesser 3 cm in ein Fließbett mit $D_t = 7,5$ cm in Falle G 50, G 70 und G 75 ab. Bei Q 105 und in allen grossen Fließbettssystemen ($D_t = 13,25$ cm) konnte dagegen praktisch kein bedeutender Unterschied der Dichten wahrgenommen werden.

Betrachtet man die Abhängigkeit der gemessenen mittleren Dichten ρ_{90} vom Abstand H über dem Anströmboden, können 3 verschiedene Typen beobachtet werden, die in Abb. 17 dargestellt sind.

Typ A zeigt ein Maximum der Dichte in mittlerer Entfernung vom Anströmboden, welches umso ausgeprägter ist, je geringer die Strömungsgeschwindigkeit ist (Abb. 17A). Zu diesem Typ gehören die Fließbettssysteme aus Glaskugeln. Auch BAKKER und HEERTJES [3] fanden bei der Untersuchung solcher Fließbettssysteme ähnliche Erscheinungen.

Typ B zeigt ein schwaches Maximum, d.h.

geringe Änderung der Dichte in axialer Richtung. Mit steigendem V flacht sich das Maximum ab, und ebenso sinkt die Dichte mit steigendem H (Abb. 17B). Hierher gehören alle Fließbettssysteme aus Quarz, vergl. auch die Untersuchungen von GROHSE [1].

Typ C, z.B. Kork, zeigt eine Abnahme der Dichte mit zunehmendem H bei kleineren V , worauf ein leichter Wiederanstieg erfolgt. Für grössere V ist kein Minimum zu beobachten, sondern nur ein gleichmässiger leichter Anstieg (Abb. 17C).

Obwohl für alle untersuchten Höhen H dieselbe Gesetzmässigkeit für die Funktion $\rho_{90}(V)$ gilt, sind zur genaueren Wiedergabe der Messungen unterschiedliche Konstanten C_1 notwendig; im allgemeinen nimmt C_1 mit steigendem H ab (Abb. 11).

5.4. Intensität der Dichteschwankungen

Die relative Intensität der Dichteschwankungen v_{90} nimmt im allgemeinen mit steigender Strömungsgeschwindigkeit V zu, wie aus den Tabellen

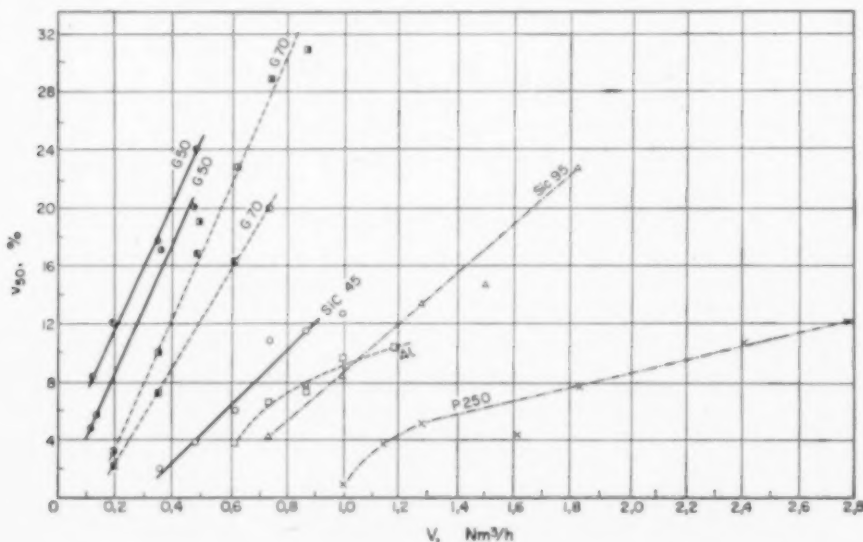


Abb. 18. Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{90} von der Gasgeschwindigkeit V für kleine Körner ($H = 15$ cm).

● G 50 ohne Zylinder
 ○ G 50 mit Zylinder
 ■ G 70 ohne Zylinder
 □ G 70 mit Zylinder

$D_t = 7,5$ cm

○ SiC 45
 △ SiC 95
 □ Al 90
 × P 250

$D_t = 13,25$ cm
mit Zylinder

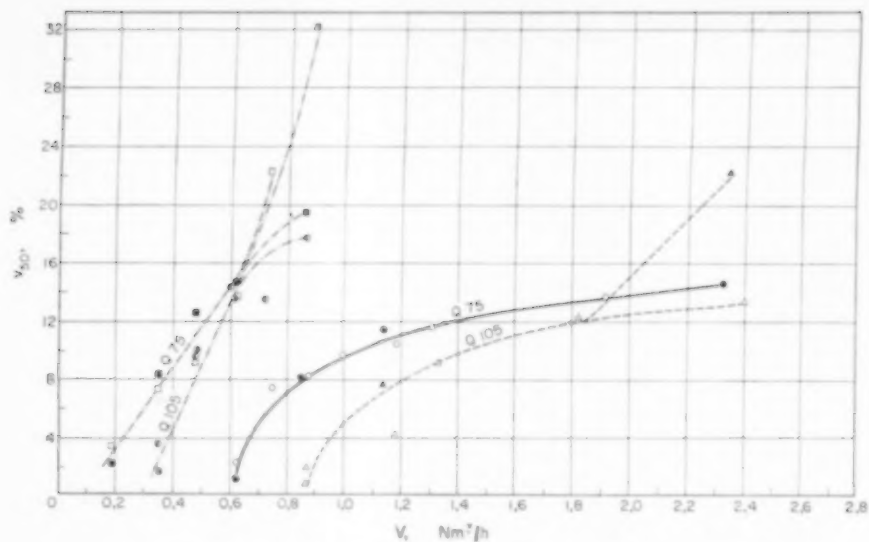


Abb. 19. Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{90} von der Gasgeschwindigkeit V für kleine Quarz-Körner ($H = 15$ cm).

- | | | | |
|-----------------------|------------------|-----------------------|--------------------|
| ● Q 75 ohne Zylinder | } $D_t = 7,5$ cm | ■ Q 75 ohne Zylinder | } $D_t = 13,25$ cm |
| ○ Q 75 mit Zylinder | | □ Q 75 mit Zylinder | |
| ▲ Q 105 ohne Zylinder | | ● Q 105 ohne Zylinder | |
| △ Q 105 mit Zylinder | | ○ Q 105 mit Zylinder | |

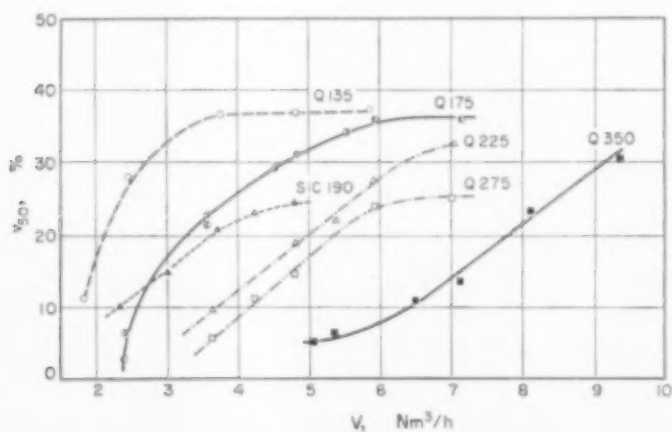


Abb. 20. Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{90} von der Gasgeschwindigkeit V für grosse Körner ($H = 15$ cm, $D_t = 13,25$ cm).

- | | |
|-----------------------|----------------|
| ○ Q 135 mit Zylinder | } mit Zylinder |
| ● Q 175 ohne Zylinder | |
| ● Q 175 | |
| △ Q 225 | |
| □ Q 275 | |
| ■ Q 350 | |
| ▲ SiC 190 | |

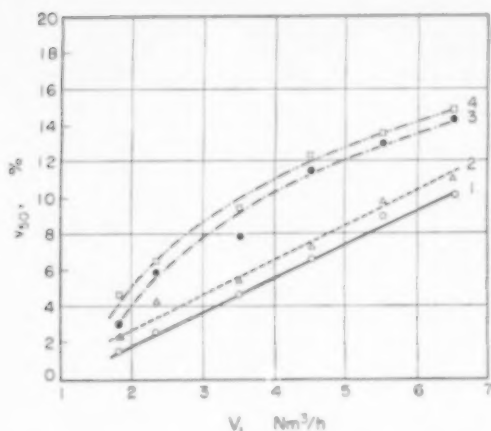


Abb. 21. Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für Kork in verschiedenen Messhöhen. ($D_t = 7,5$ cm).

Nr.	Messhöhe H (cm)
○ 1	8,7
△ 2	15,0
● 3	20,0
□ 4	25,0

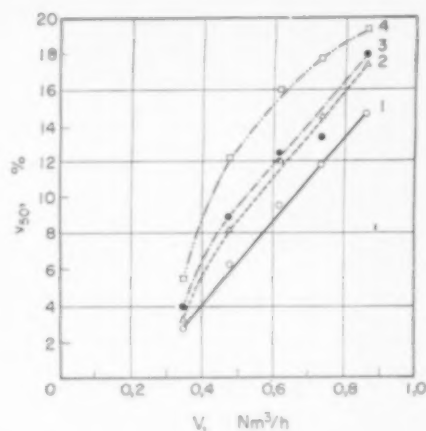


Abb. 22. Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{50} von der Gasgeschwindigkeit V für Q 105 in verschiedenen Messhöhen. ($D_t = 7,5$ cm).

Nr.	Messhöhe H (cm)
○ 1	7,5
△ 2	12,5
● 3	15,0
□ 4	17,5

4 und 5 und den Abb. 18, 19, 20, 21 und 22 zu erschen ist. Der maximal gemessene Wert von v_{50} beträgt bei Glaskugeln etwa 60 Prozent, bei Quarz etwa 20–30 Prozent und beim Kork etwa 15 Prozent in Fließbettssystemen von $D_t = 7,5$ cm. In Fließbettssystemen von $D_t = 13,25$ cm konnte bei Quarz eine eindeutige Zunahme der maximalen Werte von v_{50} in Abhängigkeit von der Korngrösse beobachtet werden:

$(v_{50})_{\max} \approx 18$ Prozent (Q 75), 35 Prozent (Q 105), 40 Prozent (Q 175), 68 Prozent (Q 450).

Bei Kork betrug das maximale v_{50} etwa 8 Prozent. Die Beziehung zwischen v_{50} und V ist zunächst nicht einheitlich. Sie ist bei einem gewissen Abstand vom Anströmboden in Fließbettssystemen mit $D_t = 7,5$ cm annähernd linear (Abb. 18, 19, 21 und 22). Bei grösseren Abständen H in denselben Fließbettssystemen oder in denjenigen mit $D_t = 13,25$ cm nimmt v_{50} zuerst

rasch zu und geht darauf gegen einen konstanten Wert. Trotzdem können all diese Beziehungen in ähnlicher Weise wie bei der mittleren Dichte durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$\Delta v_{50} = k_1 \exp \left[-\frac{k_2}{(V - V_n)} \right] \quad (3)$$

Da die Form der Gleichung (3) in ähnlicher Weise wie bei Gleichung (1) oder Gleichung (2) von $k_2/(V - V_n)$ abhängt (Abb. 14), kann man auch hier die drei verschiedenen Gruppen unterscheiden, wenn jetzt

$$y_1(x) = \frac{v_{50}}{k_1} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{k_1}{V - V_n} \quad \text{ist.}$$

$$\text{Gruppe I: } \alpha = \frac{k_2}{V - V_n} < 1; \quad k_2 < (V - V_n)$$

Die Intensität der relativen Dichteschwankungen nimmt anfangs rasch zu und erreicht schnell einen konstanten Wert. Zu dieser Gruppe gehören alle Fließbettssysteme, die auch gemäss

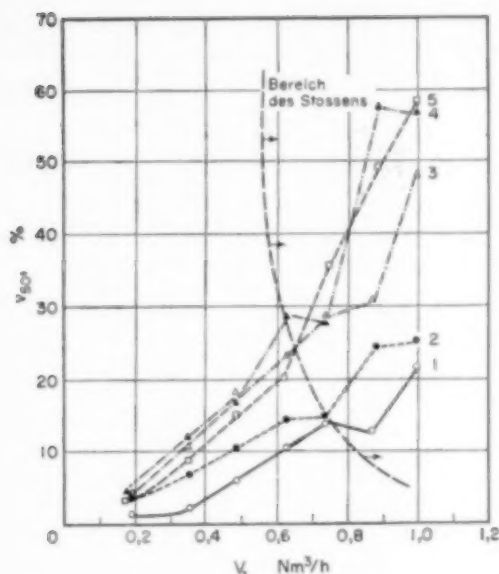


Abb. 23. Einfluss des "Stossens" auf die Abhängigkeit der relativen Intensität der Dichteschwankung v_{50} von der Gasgeschwindigkeit V ($D_f = 7,5$ cm).

Nr.	Messhöhe H (cm)
○ 1	7,5
● 2	12,5
△ 3	15,0
▲ 4	17,5
□ 5	20,0

der mittleren Dichte zur genannten Gruppe I gehören (Abb. 18, 19 und 20 (Q 185), Tabelle 5 und 8).

Gruppe II: $\alpha = \frac{k_2}{V - V_n} < 1$; $k_2 < (V - V_n)$

v_{50} nimmt gleichmässig zu und nähert sich langsam einem konstanten Wert. Hierher gehören wiederum die Fließbettssysteme, die gemäss der Dichte zur genannten Gruppe gehörten (Tabelle 5 und 8, Abb. 20).

Gruppe III: $\alpha = \frac{k_2}{V - V_n} \geq 1$; $k_2 \geq (V - V_n)$

v_{50} nimmt mit steigender Strömungsgeschwindigkeit annähernd linear zu. Auch Gruppe III ist

mit der entsprechenden Gruppe gemäss der Dichte gleich (Abb. 18, 19, Tabelle 4 und 8).

Der absolute Wert von v_{50} und die Funktion $v_{50}(V)$ hängen von der Grösse des Abstandes H vom Anströmboden ab. Mit steigendem H nimmt v_{50} im allgemeinen zu (Tabelle 4 und 5) und die Konstante k_2 der Gleichung (3) ab, wie man aus Abb. 21 und 22 erkennen kann. Diese zeigen sehr anschaulich, wie sich die Kurven nach Gleichung (3) mit Abnahme von k_2 (bzw. α) von einer annähernd linearen Beziehung (Gruppe III) zur rein exponentiellen Form (Gruppe II) bzw. teilweise zur Gruppe I (Abb. 22) verschieben können.

Es ist bemerkenswert, dass der Abstand vom Anströmboden H auf den absoluten Wert von v_{50} und auf die Funktion $v_{50}(V)$ viel grösseren Einfluss hat als auf die entsprechenden Werte für die Dichte. Bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten hat v_{50} im allgemeinen in der relativen Betthöhe von 0,75 ein Maximum (Tabelle 4 und 5). Mit zunehmendem V verschwindet dieses Maximum, und es besteht eine annähernd lineare Beziehung zwischen v_{50} und H . Der Abstand vom Anströmboden beeinflusst v_{50} mit zunehmender Korngrösse immer weniger, so war v_{50} bei Q 450 in allen Betthöhen praktisch konstant.

Die hier angegebenen Beziehungen gelten nur so weit, wie das Fließbett die Grenze des Stossens noch nicht erreicht hat. Oberhalb dieser Grenze nimmt v_{50} wieder rasch zu, wie man aus Abb. 23 gut erkennen kann. In Fließbettssystemen mit $D = 7,5$ cm liegt sie bei etwa $v_{50} = 30$ Prozent, so dass für grössere v_{50} auf jeden Fall Stossen anzunehmen ist. In dem grösseren Apparat begann das Stossen erst bei etwa $v_{50} = 35$ Prozent und erstreckte sich auf das ganze Bett, im Gegensatz zu den kleinen Fließbettssystemen, bei denen es sich auf den oberen Teil des Betts beschränkte. In Tabelle 4 und 5 sind die Bereiche des Stossens besonders vermerkt.

Durch Eintauchen eines Hohlzylinders in das Fließbett konnte eine wesentliche Beeinflussung von v_{50} nur im kleinen Fließbett bei Glaskugeln beobachtet werden (Abb. 18). Bei nicht sehr grossen Geschwindigkeiten fielen die Funktionen $v_{50}(V)$ für Quarz mit und ohne Zylinder in beiden

Fließbettapparaturen im wesentlichen zusammen (Abb. 19).

6. DISKUSSION

6.1. Mittlere Dichte

Die Messergebnisse in 5.3 zeigen, dass man die Beziehung zwischen Dichte bzw. Volumen eines Fließbettes und der Strömungsgeschwindigkeit durch die Gleichung (1) bzw. (2) beschreiben kann. Es liegt nahe, diese Beziehungen zu vergleichen mit der Volumen-Temperaturfunktion für Flüssigkeiten, die von FRENKEL [18] abgeleitet wurde. Sie beruht auf dem von BATSCINSKI [19] gefundenen Zusammenhang zwischen der Viskosität von Flüssigkeiten und ihrem spezifischen Volumen. Die Erweiterung dieses Zusammenhangs durch die Löchertheorie führt zu Gleichung (4):

$$V^* - b = c \exp \left[- \frac{W^*}{kT} \right], \quad (4)$$

wobei V^* das Flüssigkeitsvolumen mit und b dasselbe ohne Leerstellen bedeutet.

Die wesentliche T -Abhängigkeit steht im Exponentialfaktor, wogegen die T -Abhängigkeit in der Konstanten c vernachlässigt werden kann.

Auch in einem Fließbett kann man von einem Energieinhalt U der Körner sprechen, der durch ihre Bewegungsenergie bedingt ist und welcher der Temperatur in der Thermodynamik entspricht. Dadurch sind die Körner in die Lage versetzt, ihre gegenseitige Behinderung zu überwinden, welche durch eine Aktivierungsenergie gekennzeichnet werden kann. Man erhält also für ein Fließbett entsprechend (4):

$$\Delta V^* = V^* - V_{\text{fest}}^* = c_2^* \exp \left[- \frac{W^*}{U} \right] \quad (5)$$

Dieser Energieinhalt U als Intensität der Bewegung der Körner ist abhängig von der Gasgeschwindigkeit V : $U = f(V)$. Ein Zusammenhang zwischen beiden Größen kann auf folgende Weise hergestellt werden.

Beim Durchströmen eines Fließbettes tritt ein Druckverlust Δp des Gases auf, welcher durch die Reibung des Gases an den Körnern und der Körner unter sich bedingt ist. Auf diese Weise wird dieser Druckverlust - Energie in Wärme

umgesetzt, die 1-10 kcal/hr für die hier betrachteten Fließbettsysteme beträgt. Da das Fließbett wegen seiner guten wärmeübertragenden Eigenschaften trotzdem isotherm bleibt, kann man diese Leistung des Gases durch $V\Delta p$ darstellen. Um den Energieanteil zu ermitteln, der in Bewegungsenergie der Körner umgesetzt wird, muss der Reibungsverlust des Gases an den Körnern gesondert bestimmt werden. Da die Körner im Auflockerungspunkt noch keine kinetische Energie besitzen und der Druckabfall Δp_n in diesem Punkt gleich demjenigen Δp im Fließbett ist, wird versuchsweise die Leistung des Gases im Auflockerungspunkt $V_n \Delta p_n$ dem Reibungsverlust des Gases im Fließbett gleichgesetzt. Die höhere Gasströmungsgeschwindigkeit im Fließzustand bewirkt deshalb keine wesentliche Erhöhung des Reibungsverlustes, weil (1) sich die Körner gleichzeitig mitbewegen, sodass die Relativgeschwindigkeit im wesentlichen dieselbe bleibt, auf die es allein ankommt; (2) wird die Lineargeschwindigkeit des Gases durch die Zunahme des Zwischenkornvolumens verringert.

Der Energieanteil, der an die Körner abgegeben wird, ist also

$$E = V\Delta p - V_n \Delta p_n = (V - V_n) \Delta p_n \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}} \quad (6)$$

Im Auflockerungspunkt kann man für den Zusammenhang zwischen Druckverlust und Gasströmungsgeschwindigkeit noch die Beziehung für das Festbett benutzen, die für kleine Reynoldszahlen und kleine Korndurchmesser gilt:

$$\Delta p_n = \frac{c}{\text{Re}_{dp}} \cdot \frac{W_n^2 \rho L^*}{d_p} = \frac{u_g W_n L^*}{d_p^3} \quad (7)$$

Für ein gegebenes System gilt also

$$\Delta p_n = \tau V_n \quad (8)$$

Somit wird aus (6)

$$E = \tau (V - V_n) V_n \frac{\text{erg}}{\text{sec}} \quad (9)$$

Nun wird angenommen, dass für eine bestimmte Kornart in erster Näherung das mittlere Energieniveau U der Körner (Translations- und

Rotationsenergie) diesem Energieanteil, der von den Körnern pro Zeiteinheit aufgenommen wird, im stationären Zustand proportional ist. Da im stationären Zustand der von den Körnern aufgenommene Energieanteil gleich der von ihnen durch Reibung aneinander wieder abgegebenen Energie ist, bedeutet diese Annahme, dass der Reibungsverlust der Körner untereinander proportional ihrer Bewegungsenergie U ist. Somit wird aus (9)

$$U = aE = \tau' (V - V_n) V_n \text{ erg} \quad (10)$$

Die Konstante τ' hat dann die Dimension (sec). Der Ausdruck $(V - V_n)$ entspricht der absoluten Temperatur in der Thermodynamik. Der Auflockerungspunkt bedeutet einen gewissen "Absoluten Nullpunkt" für die kinetische Energie der Körner. Man erhält somit für die Volumenzunahme des Fliessbettes anstelle (5)

$$V^* - V_{\text{fest}}^* = c_2 \exp \left(- \frac{W^*}{\tau' (V - V_n) V_n} \right) \quad (11)$$

oder ähnlich für die Dichteabnahme

$$\rho_{\text{fest}} - \rho = c_2' \exp \left(- \frac{W^*}{\tau' (V - V_n) V_n} \right) \quad (12)$$

Da in diesen Gleichungen dieselbe funktionale Beziehung zwischen V^* bzw. ρ und V zum Ausdruck kommt wie in den empirisch ermittelten Gleichungen (1) bzw. (2), erscheinen die in der voranstehenden Ableitung gemachten Annahmen gerechtfertigt und gestatten ein tieferes Verständnis der genannten Gleichungen. In 5.3. konnten die Fliessbettssysteme in drei Gruppen eingeteilt werden entsprechend der Grösse $\alpha = C_1/(V - V_n)$. Dieser entspricht in der entwickelten Deutung das Verhältnis der Aktivierungsenergie W^* zur "kinetischen" Energie der Körner, die von der Gasgeschwindigkeit abhängig ist.

Leichte Körner (Kork, P 250) haben eine kleine Aktivierungsenergie W^* , sodass bei Durchlaufen der Fliezzustände mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und damit Anwachsen von U das Verhältnis W^*/U sehr schnell gegen null geht; sie gehören Gruppe I ($\alpha < 1$) an. Dasselbe gilt für kleine Körner (Q 75, Q 105, SiC 45, Al 90) im grossen Fliessbett, wo man mit wachsendem V sehr schnell eine grosse Bewegungs-

energie der Körner erzielt; auch diese gehören in dieselbe Gruppe I.

Im kleinen Fliessbett können dagegen die kleinen aufgeführten Körner bei gleicher linearer Strömungsgeschwindigkeit nur weniger Bewegungsenergie U aufnehmen, sodass das Verhältnis W^*/U immer in der Nähe von 1 bleibt; sie gehören zur Gruppe III. Dass die Körner in dem kleinen Fliessbett weniger Energie vom Gas bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit aufnehmen als in dem grösseren Fliessbett, ist vermutlich auf Wandeffekte zurückzuführen.

Bei mittleren und grossen Körnern ist die Aktivierungsenergie grösser, gleichzeitig aber auch die Bewegungsenergie grösser, sodass das Verhältnis W^*/U bei kleinen U (d.h. kleinen V) in der Nähe von 1 liegt und damit in diesem Bereich noch zu Gruppe III zählt. Im allgemeinen liegt aber W^*/U in der Nähe von 0,1, sodass diese Systeme zur Gruppe II ($\alpha < 1$) gehören.

Mit zunehmender Betthöhe H ist die Änderung von ρ_{90} nicht immer einheitlich. Bei kleineren Strömungsgeschwindigkeiten konnte in der mittleren Höhe des Fliessbettes ein Dichtemaximum nachgewiesen werden, wie es auch von BAKKER und HEERTJES [3] sowie GROHSE [1] beobachtet wurde. Wie bereits bemerkt (vergl. 5.3), verschwindet dieses Maximum mit steigender Strömungsgeschwindigkeit, und ρ_{90} nimmt einsinnig mit zunehmendem H ab. Wenn man in Gleichung (12) die druckunabhängige Massengeschwindigkeit G und $\tau' = \text{Konst. } \mu_g L^*/d_p^2$ einsetzt, erhält man

$$\rho = \rho_{\text{fest}} - C_2' \exp \left[- \frac{W^* d_p^2 \rho_g^2}{\text{konst.} (G - G_n) G_n \mu_g L^*} \right] \quad (13)$$

Da die Dichte des Gases ρ_g mit seinem Druck p_g proportional ist, kann man statt ρ_g in Gleichung (13) p_g einsetzen:

$$\rho = \rho_{\text{fest}} - C_2' \exp \left[- \frac{W^* d_p^2 p_g^2}{\text{konst.} (G - G_n) G_n \mu_g L^*} \right] \quad (14)$$

Mit zunehmendem Abstand vom Anströmboden nimmt p_g ab. Die relative Abnahme von p_g

$$(\Delta p_g)_{\text{rel}} = \frac{\Delta p_g}{p + \Delta p_g}$$

beträgt bei Quarz und Glaskugeln etwa 1,5 bis 3 Prozent und damit $(\Delta p_g)_{\text{rel}}^2 \approx 2,5$ bis 9 Prozent. Diese Änderung von p_g wirkt sich auf die relative Abnahme der Dichte der Mischphase $\Delta \rho$ nach Gleichung (14) aus.

Bei der Gruppe III kann die Gleichung (14) durch eine lineare Beziehung ersetzt werden, wodurch die relative Abnahme von $\Delta \rho$ den gleichen Wert wie $(\Delta p_g)_{\text{rel}}^2$ erhält. Bei genügend grossen Strömungsgeschwindigkeiten liegt sie tatsächlich in diesem Bereich. Das Auftreten eines Dichtemaximums in der mittleren relativen Betthöhe konnte dagegen noch nicht gedeutet werden.

6.2. Intensität und Charakter der Dichteschwankungen

Aus den Messdaten und dem Vergleich der Gleichungen (1) und (3) kann man erkennen, dass eine ziemlich enge Beziehung zwischen der Dichteabnahme $\Delta \rho$ bzw. der Volumenzunahme ΔV^* und der Änderung Δv_{50} der relativen Intensität der Dichteschwankungen v_{50} besteht. v_{50} ist definitionsgemäss der mittleren Dichte umgekehrt proportional. Daher kann man in die Gleichung (3) den Exponential-Faktor aus Gleichung (5) einsetzen

$$\Delta v_{50} = k_1 \exp\left(-\frac{W^*}{U}\right), \quad (15)$$

v_{50} nimmt also mit steigendem V zu. Die Form dieser Beziehung hängt in ähnlicher Weise wie bei $\Delta \rho$ von der Grösse des Exponenten $\alpha = W^*/U$ ab, wobei gilt

$$\frac{1}{U} = \frac{p_g^2 d_p^3}{\text{konst.} (G - G_n) G_n L^* \mu_g}. \quad (16)$$

Auch bezüglich der Dichteschwankungen gehören also hiernach Fließbettssysteme mit sehr kleinem W^*/U zur Gruppe I (vergl. 5.4). Mit zunehmendem W^*/U kommt man in den Bereich der Gruppe II bzw. der Gruppe III. Hinsichtlich der Dichteschwankungen kann dieser Übergang von einer Gruppe zur anderen unter Umständen auch im selben Fließbett mit zunehmendem Abstand vom Anströmboden erfolgen. DOTSON [10] hat

für einige Fließbettssysteme ähnliche Kurven für die Abhängigkeit der relativen Dichteschwankungen von der Gasgeschwindigkeit erhalten. Seine Messergebnisse gehören zur Gruppe II. In einigen Fällen kann bei ihm ein Abfall der Intensität der relativen Dichteschwankungen bei grossem V beobachtet werden. Dieser ist eine charakteristische Erscheinung an der Grenze des Stossens.

Mit zunehmendem H nimmt v_{50} zu, und diese Zunahme ist viel ausgeprägter als die achsiale Dichteabnahme. Hier hat die Abnahme von p_g neben dem Einfluss auf U noch eine sekundäre Wirkung, nämlich die Ausbreitung der "Blasen" durch ihren zunehmenden "Überdruck" gegenüber dem Druck ihrer Umgebung. Die Gasanteile in den feststoffarmen Teilen des Fließbettes verlieren bedeutend weniger Energie und damit Druck als die durch die Mischphase strömenden Anteile. Um diesen "Überdruck" auszugleichen, nimmt das Volumen der "Blasen" entsprechend zu [20]. Gleichzeitig erfolgt auch eine Vereinigung kleiner "Blasen." Bei kleinerem V zeigt die achsiale Verteilung von v_{50} in der relativen Höhe von etwa 0,75 ein Maximum. Bei grösserem V nimmt v_{50} mit H etwa proportional zu. Der Zusammenhang zwischen v_{50} und H konnte noch nicht eindeutig geklärt werden.

SHUSTER und KISLIAK [5], HENWOOD und THOMAS [6] und HEIDEL [8] erhielten charakteristische Grössen für die "Inhomogenität" der Mischphase auf Grund von Messungen der Druckschwankungen. Auch diese zeigten in einem begrenzten Bereich der Strömungsgeschwindigkeit eine lineare Zunahme mit V .

Der Charakter der Häufigkeitsverteilung der Dichteschwankungen wird hauptsächlich durch die "Blasenverteilung" bestimmt. Fließbettssysteme aus kleinen Körnern ergaben bei sehr kleinen Strömungsgeschwindigkeiten für die Häufigkeitsverteilung der Dichteschwankungen einen Charakter mit negativer Schiefe. Nur einzelne "Blasen" durchbrechen die "homogene" Mischphase. Mit Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit kommt man in einen Bereich, in dem V und H die Häufigkeitsverteilung und damit auch die relative Blasenverteilung nicht beeinflussen. In diesen Systemen kommt die Normal-

Verteilung überraschend häufig vor, d.h. die Häufigkeit der verschiedenen Dichtezustände ("Blasen") wird entsprechend den statistischen Gesetzen nur durch ihren Unterschied zu ihrem Mittelwert bestimmt.

Bei grossen Körnern dagegen beeinflusst die Strömungsgeschwindigkeit den Charakter der Dichteverteilung. Bei kleinen Gasgeschwindigkeiten herrscht eine Verteilung mit negativer Schiefe vor. Mit zunehmendem V geht sie in eine Normalverteilung über; bei sehr grossem V wird sie immer asymmetrischer und zwar in Richtung positiver Schiefe. In der positiven Schiefe kommt nicht nur eine Verschiebung der relativen Blasenverteilung zum Ausdruck, indem der Anteil der grossen Blasen gegenüber den kleinen stark zunimmt, sondern die Grösse der letztgenannten wird auch nach oben scharf begrenzt. Dadurch erscheinen viele grosse "Blasen" mit einer gewissen, gut definierten Grösse, wie sie experimentell beobachtet wurden. Diese scharfe "Begrenzung" der Blasengrösse nach oben kann durch die Stabilitätstheorie [21] erklärt werden. In diesen Systemen mit positiver Schiefe erreichen nämlich viele Blasen die Stabilitätsgrenze, die durch die "kritische Wellenlänge" der Störungen bedingt ist. Alle Blasen, deren Durchmesser über dieser Wellenlänge liegt, werden zerstört, weil die Amplitude der Störwellen in der oberen Phasengrenze durch die Beschleunigung der "Blasen" verstärkt wird. Diese Beschleunigung wird durch den im Fließbett parallel mit der Achse nach oben gerichteten Druckgradienten erzeugt, der die Blasen nach oben treibt.

Bei Fließbettsystemen mit normaler Dichteverteilung oder negativer Schiefe spielt die Instabilität der "Blasen" keine Rolle, da diese die "Stabilitätsgrenze" nicht erreichen. So gelten die rein statistischen Gesetze ungestört wie bei einer normalen Dichteverteilung oder die rein statistischen Gesetze werden nur durch die "scheinbaren Kohäsionskräfte" der Körner beeinflusst, welche diese im "Festbettzustand" zu erhalten bestrebt sind. Dieser letztgenannte Einfluss wirkt besonders auf eine negative Schiefe hin. Die bereits besprochene langsame Dichteänderung (5.5.1.), die durch unregelmässiges Erscheinen bzw. Verschwinden gewisser verdün-

ter Zonen (Strömungskanäle) entstehen, können ebenfalls auf diese scheinbaren Kohäsionskräfte zurückgeführt werden.

7. ZUSAMMENFASSUNG

1. Die scheinbare Dichte der aus Feststoff und Gas bestehenden Mischphase von Fließbettsystemen und deren zeitliche Schwankungen wurden durch Absorption von Röntgenstrahlen gemessen, und zwar in fünf verschiedenen Höhen über dem Anströmboden in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit und der Kornart. Die Fließbettsysteme mit einem Durchmesser von 7,5 cm oder 13,25 cm bestanden aus Glaskugeln (50 und 70 μ), Quarz (75, 105, 175 und 450 μ) oder Kork (10–100 μ).

2. Um für spätere Versuche den Einfluss eines ins Fließbett eintauchenden Hohlzylinders vom Durchmesser 3,0 cm zu untersuchen, wurde ferner die scheinbare Dichte der angegebenen Fließbettsysteme mit einem solchen Hohlzylinder in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit bestimmt und zwar mit Glaskugeln (50 und 70 μ), Quarz (75, 105, 135, 175, 225, 275 und 350 μ), Polystyrol (250 μ), Siliciumcarbid (45, 95 und 105 μ), Aluminium (90 μ) und Kork (10–100 μ).

3. Die zeitlichen Intensitätsänderungen der Röntgenstrahlen als Mass für die Dichteschwankungen wurden mittels zweier Scintillometer in Differenzschaltung registriert.

4. Der Registrierkurve wurden pro Sekunde etwa 100 Merkmalwerte entnommen und jeweils für eine Zeitspanne von 15–30 sec eine Häufigkeitsverteilung ermittelt, die mit Hilfe einer empirischen Eichkurve zur Häufigkeitsverteilung der relativen Dichte umgeformt wurde.

5. Aus dieser Häufigkeitsverteilung wurden der Zentralwert der Dichte ρ_{50} als mittlere Dichte und die wahrscheinlichste Abweichung v_{50} (bezogen auf die mittlere Dichte ρ_{50}) als relative Intensität der Dichteschwankungen ermittelt. Die Häufigkeitsverteilungen konnten durch χ^2 -Verteilungen mit verschiedenen Freiheitsgraden n_{50} als charakteristische Grösse für die Asymmetrie der Verteilungen beschrieben werden.

6. Eine zusätzliche statistische Analyse wurde für solche Fließbettsysteme angewendet, bei denen

eine langsame Änderung der Dichte die kurzperiodischen Dichteschwankungen überlagerte.

7. Die untersuchten Fließbettssysteme zeigten bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten eine Dichteverteilung mit negativer Schiefe, bei der die ideale Normal-Verteilung wahrscheinlich durch "scheinbare Kohäsionskräfte" beeinflusst wird.

8. Fließbettssysteme aus grossen Körnern bei mittleren Strömungsgeschwindigkeiten V und solche aus kleinen Körnern bei fast allen nicht zu kleinen V ergaben Normal-Verteilungen. Fließbettssysteme aus grossen Körnern bei grossem V und grossem Abstand vom Anströmboden ergaben Dichteverteilungen mit positiver Schiefe, bei denen die Normal-Verteilung wahrscheinlich durch die "Stabilitätsgrenze" der Blasen beeinflusst wird.

9. Die mittlere Dichte nahm mit steigender Strömungsgeschwindigkeit nach folgender Gleichung ab

$$\rho = \rho_{\text{fest}} - C_2' \exp \left[- \frac{W^*}{\text{konst.} (V - V_n) V_n} \right] \quad (12)$$

10. Die relative Intensität der Dichteschwankungen nahm mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und wachsender Höhe über dem Anströmboden zu. Diese Beziehung konnte ähnlich Gleichung (12) beschrieben werden

$$\Delta v_{50} = k_1 \exp \left[- \frac{W^*}{\text{konst.} (V - V_n) V_n} \right] \quad (15)$$

11. Ein in das Fließbett eingetauchter Hohlzylinder veränderte die mittlere Dichte und die Intensität der Dichteschwankungen nur in dem kleineren Fließbettapparat.

Anerkennung—Für die Förderung der Arbeit danken wir dem Institutsdirektor, Herrn Prof. Dr. G. SCHIEMANN; Herrn Dr. H. RÖTGER sei für viele Ratschläge, Herrn Prof. Dr. JAECKEL für seine Hilfe bei der statistischen Auswertung gedankt. Dem Verband der Chemischen Industrie dankt der erstgenannte Autor für ein Stipendium. Für die grosszügige Bereitstellung der Apparaturen danken wir dem Bundesminister für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft.

9. FORMELVERZEICHNIS

$$\left. \begin{array}{l} A, a = \\ B, b = \\ C, c = \end{array} \right\} \text{Konstanten}$$

d_p = Korndurchmesser cm

D_t = Durchmesser des Fließbettes cm

E = die vom Gas im Fließbett abgegebene kinetische Energie pro Zeiteinheit erg sec⁻¹

f = Konstante

F = Querschnitt des Fließbettes cm²

G, G_n = Massengeschwindigkeit des Gases, dieselbe beim Fließpunkt g sec⁻¹

H = Abstand vom Anströmboden im Fließbett cm

k_1, k_2 = Konstanten

k = Boltzmannsche Konstante

L^* = Höhe des Festbettes cm

L = Höhe des Fließbettes cm

M = Gewicht des Fließbettes g

N = Gesamtzahl der Beobachtungen

n_{50} = Freiheitsgrad aus R_{50} bestimmt

n_{90} = Freiheitsgrad aus R_{90} bestimmt

P_{10}, P_{90} = Percentile 10, 90 (der Wert der relativen Dichte, der 10 bzw. 90 Prozent der Summenhäufigkeit entspricht)

p = Atmosphärendruck

Δp = Druckabfall des Gases

dyn cm⁻² oder kp m⁻²

p_g = Gasdruck dyn cm⁻²

Q_1, Q_2, Q_3 = 1., 2., und 3. Quartile (der Wert der relativen Dichte, der 25, 50 bzw. 75 Prozent der Summenhäufigkeit entspricht)

$$R_{90} = \frac{(Q_3 - Q_2)}{(Q_2 - Q_1)}$$

$$R_{90} = \frac{(P_{90} - Q_2)}{(Q_2 - P_{10})}$$

$\text{Re } d_p = \frac{w d_p}{g}$ modifizierte Reynoldszahl für Festbettssysteme

S = Standard Abweichung = $\sqrt{S^2}$

S^2 = mittlere quadratische Abweichung

$$= \frac{\sum x^2 - [(\sum x)^2 / N]}{N - 1}$$

$S(v_{50})$ = Standard-Abweichung von v_{50} der einzelnen Proben

$S(\rho_{50})$ = Standard-Abweichung von ρ_{50} der einzelnen Proben

t = Zeit sec

T = absolute Temperatur K°

$T50 = (Q_3 - Q_1)$ g cm⁻³

U = mittlere kinetische Energie der Körner erg

V = Variabilitätskoeffizient $\sqrt{S^2/\bar{x}}$

$v_{50} = (Q_3 - Q_1)/\rho_{50}$

v_{50} = Mittelwert von v_{50} der einzelnen Proben

$v_{50}' = (Q_3 - Q_1)/\rho_{50}$ für die Summe der Proben

$v_{\text{rel}} = (v_{50}' - v_{50})/v_{50}$

$v(v_{50}) = S(v_{50})/v_{50}$

$v(\rho_{50}) = S(\rho_{50})/\rho_{50}$

V^*, V_{fest}^* = Fließbettvolumen bzw. Festbettvolumen cm³

V, V_g = volumetrische Gasgeschwindigkeit, dieselbe
beim Fließpunkt $\text{Nm}^3 \text{hr}^{-1}$ bzw. $\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}$

W, W_g = lineare Gasgeschwindigkeit, dieselbe beim
Fließpunkt cm sec^{-1}

W^* = Aktivierungsenergie erg

\bar{V} = Mittelwert von V

$\alpha = W^*/U$

γ = Konstante

ϵ = Energieniveau der Körner erg

μ_g = dynamische Zähigkeit des Gases

$\text{dyn cm}^{-2} \text{sec}$

ν_g = kinematische Zähigkeit des Gases $\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$

ρ, ρ_{fest} = Dichte des Fließbettes bzw. Festbettes g cm^{-3}

ρ_{50} = Zentralwert der Häufigkeitsverteilung der
Dichte g cm^{-3}

$\bar{\rho}_{50}$ = Mittelwert von ρ_{50} der einzelnen Proben

ρ'_{50} = Zentralwert der Summe der Proben g cm^{-3}

τ = Konstante

10. LITERATUR

- [1] GROHSE E. W. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1955 **1** 358.
- [2] BARTHOLOMEW R. N. und CASAGRANDE R. M. *Ind. Engng. Chem.* 1957 **49** 428.
- [3] BAKKER P. I. und HEERTJES P. M. *Brit. Chem. Engng.* 1958 **3** 240.
- [4] MORSE R. D. und BALLOU C. O. *Chem. Engng.* 1951 **47** 199.
- [5] SHUSTER W. W. und KISLIK P. *Chem. Engng. Progr.* 1951 **48** 453.
- [6] HENWOOD G. A. und THOMAS D. G. A. *Instrum. Pract.* 1954 **8** 606.
- [7] BOETTGER G. *Beitrag zur Messung der Homogenität von Wirbelschichten*. Diplomarbeit, T. H. Hannover 1957.
- [8] HEIDEL K. *Zur Inhomogenität von Wirbelschichten*. Diplomarbeit, T. H. Hannover 1959.
- [9] YASUI G. und JOHANSON L. N. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1958 **4** 455.
- [10] DOTSON J. M. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1959 **5** 169.
- [11] GLOCKER R. *Materialprüfung mit Röntgenstrahlen*. Springer-Verlag, Berlin 1949.
- [12] WEBER E. *Grundriss der biologischen Statistik*. VEB Gustav Fischer Verlag, Jena 1956.
- [13] LINDER A. *Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediz. und Ing.*, Birkhäuser V. Basel 1957.
- [14] BENNETT C. A. und FRANKLIN N. L. *Statistical Analysis in Chemistry and the Chemical Industry*. John Wiley, New York 1954.
- [15] PEARSON K. *Tables of the Incomplete Γ -Function*. Cambridge University Press (Re-issue) 1946.
- [16] SCHÜGERL K. *Zur Kinetik und Rheologie von Fließbettsystemen*. Dissertation, T. H. Hannover 1959.
- [17] BRÖTZ W. *Chem.-Ing.-Tech.* 1952 **24** 60.
- [18] FRENKEL J. J. *Kinetische Theorie der Flüssigkeiten*. V. E. B. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1957.
- [19] BATSCHINSKI A. J. *Z. phys. Chem.* 1913 **84** 643.
- [20] WICKE E. und HEDDEN K. *Chem.-Ing.-Tech.* 1952 **24** 82.
- [21] RICE W. J. und WILHELM R. H. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1958 **4** 423.
- [22] OTHMER D. F. *Fluidization*. Reinhold, New York 1956.
- [23] SCHIEMANN G., SCHÜGERL K. und FETTING F. *Chem.-Ing.-Tech.* 1961 **31**.

Unregelmässiges Verhalten von Fließbettsystemen bei rheologischen Messungen

K. SCHÜGERL*, M. MERZ† und F. FETTING

Institut für Technische Chemie, Technische Hochschule Hannover

(Received 31 July 1960)

Zusammenfassung—Während der rheologischen Messungen in gasdurchströmten Fließbettsystemen mit rotierendem Zylinder können die auf die Mischphase wirkende Scherkraft und Zentrifugalkraft eine Änderung der Struktur des Fließbettes hervorrufen. Diese Strukturänderung macht sich in Abweichungen vom normalen Verhalten der Fließkurven bemerkbar. Durch gleichzeitige Messung der Dichte der Mischphase mittels Röntgenstrahlabsorption konnte ein Verständnis der Abweichungen erzielt werden. Erstreckte sich die Strukturänderung auf den ganzen Messspalt, war damit eine Abnahme des Fließbettvolumens verbunden. Die Stabilität der Mischphase gegenüber Strukturänderungen in der Wandzone hängt von der Beweglichkeit der Körner ab. Es konnte unterschieden werden zwischen einer Instabilität mit und ohne Ablösung der Mischphase von der Zylinderwand.

Abstract—During rheological measurements in fluidized beds by a concentric cylinder viscosimeter the shear stress and the centrifugal forces are able to change the structure of the gas-solid phase. This causes deviations from the normal pattern of the flow curves. The deviations could be explained by simultaneous measurements of the density of the fluidized bed by X-ray absorption. If the change of the structure appeared in the whole space of the viscosimeter the volume of the fluidized bed decreased. The stability of the fluidized bed against changes of the structure close to the wall of the rotating cylinder depends of the mobility of the particles. It was possible to classify the instabilities into those with and those without separation of the particles from the wall of the cylinder.

Résumé—Pendant les mesures rhéologiques dans les lits fluidisés, au moyen d'un viscosimètre à cylindres concentriques la force déformante et les forces centrifuges peuvent faire varier la structure de la phase solide-gaz. Ceci produit des variations dans l'allure habituelle des courbes d'écoulement. Les déviations peuvent être expliquées par des mesures simultanées de la densité du lit fluidisé par absorption de rayons X. Si le changement de structure apparaît dans tout le volume du viscosimètre, le volume du lit fluidisé décroît. La stabilité du lit fluidisé par rapport à la variation de la structure près de la paroi du cylindre tournant dépend de la mobilité des particules. On a classé les instabilités du lit fluidisé selon qu'elles s'accompagnaient ou non d'une séparation de particules au niveau de la paroi du cylindre.

1. EINFÜHRUNG UND MESSMETHODIK

BEI RHEOLOGISCHEN Messungen in Fließbettsystemen mit dem Rotationsviskosimeter wurden Unregelmässigkeiten beobachtet [1], welche die Bestimmung des Reibungsgesetzes erschwerten. Die Abweichungen vom regelmässigen Verhalten der Fließkurven wurden daraufhin systematisch untersucht.

Die Viskositätsmessungen, die zusammen mit ihrer Auswertung bereits ausführlich beschrieben worden sind [1], wurden teilweise unter gleichzeitiger Messung der Dichte des Fließbettes durchgeführt, um die durch den rotierenden Zylinder verursachten tiefgreifenden Veränderungen des Fließbettsystems leichter verfolgen zu können. Ebenso wie in [2] wurde dabei die

*Z.Zt.: Department of Chemical Engineering, New York University, U.S.A..

†Z.Zt.: Department of Chemical Engineering, Imperial College, London, England.

Dichte des Fließbettes durch Absorption von Röntgenstrahlen erfasst und die Auswertung mit statistischen Methoden durchgeführt.

Zur Kennzeichnung des Dichtezustandes der Mischphase wurden folgende drei Größen benutzt:

(1) Der Zentralwert der Häufigkeitsverteilung der Dichte ρ_{50} ; er wurde als Mittelwert betrachtet,

(2) die T 50-Spanne, d.h. die wahrscheinlichste Abweichung der Dichte-Häufigkeitsverteilung bezogen auf den Mittelwert. Diese stellt eine Art Variabilitätskoeffizient v_{50} dar und gibt die relative Intensität der Dichteschwankungen an,

(3) der für die Asymmetrie der Häufigkeitsverteilungen charakteristische "Freiheitsgrad" n_{50} [2].

Abb. 1 zeigt die Messanordnung, mit der gleichzeitig die rheologischen und Dichte-

Messungen ausgeführt wurden (vergl. [1]). In das Fließbett tauchte ein Hohlzylinder aus Plexiglas vom Durchmesser 30/25 mm und der Länge 100 mm ein, dessen Aussenfläche mechanisch aufgeraut war. Die Unterkante dieses Zylinders befand sich 10 cm über dem Anströmboden. Die Durchstrahlung erfolgte in seiner Mitte, also in einer Höhe von 15 cm. Bei diesen Messungen wurden zwei Fließbettapparate mit 30 cm hohen Wänden aus Plexiglas und den Durchmessern 7,5 oder 13,25 cm benutzt, während für die rein rheologischen Messungen ohne Dichtebestimmung ein Fließbettapparat vom Durchmesser 13,25 cm mit Glaswand diente. Für die Messungen mit gleichzeitiger Dichtebestimmung wurde nur ein Rotationszylinder benutzt. Die bei den Messungen angewandten Spaltdurchmesser und -Breiten wurden in [1] mitgeteilt, und im folgenden werden die dort

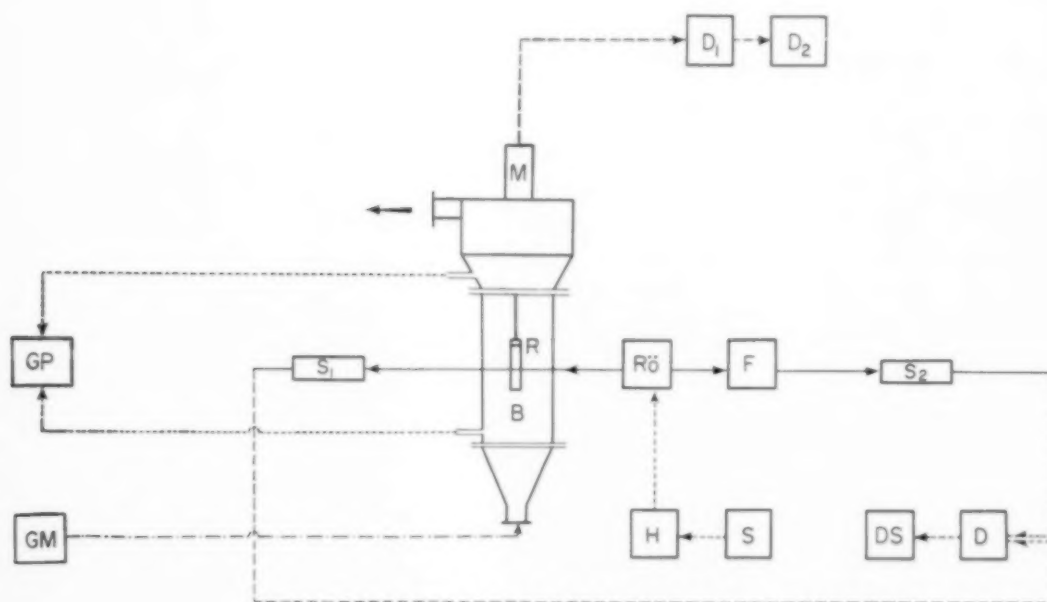


Abb. 1. Versuchsanordnung.

B Fließbett
R Rotationszylinder
M Messkopf
D₁ Viskosimeter - Schalter
D₂ Viskosimeter - Schreiber
GM Ringwaage f. Mengennmessung
S₁, S₂ Scintillationszähler

Rö Röntgenröhre
F Filtersystem
H Hochspannungserzeuger
S Röntgen - Schalter
D Differenzgerät
DS Schnellschreiber
GP Druckabfall - Messung

angegebenen Bezeichnungen in gleicher Weise benutzt.

2. MESSERGEBNISSE

2.1. Messdaten

Es wurden dieselben Feststoffe wie in [1] benutzt. Die Versuchsbedingungen der rein rheologischen Messungen sind in [1] und die für die gleichzeitigen Zähigkeits- und Dichtemessungen in [2] tabellarisch zusammengestellt. Einige charakteristische Ergebnisse der gemessenen Schubspannungen bei gleichzeitiger Dichtemessung, die dazu gehörigen mittleren Dichten ρ_{50} sowie die relativen Intensitäten der Dichteschwankungen v_{50} und die Freiheitsgrade n_{50} sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Gesamtheit aller Messergebnisse mit und ohne gleichzeitige Dichtemessung sind in [4]* zusammengefasst.

Bei instationären Systemen wurden $\bar{\rho}_{50}$ und \bar{v}_{50} durch doppelte statistische Auswertung ermittelt [2].

2.2. Unregelmässigkeiten der Fliesskurve

Die in [1] erkannte allgemeine Gesetzmässigkeit für das rheologische Verhalten von Fliessbettsystemen stellt eine Beziehung dar zwischen der Schubspannung τ und der Winkelgeschwindigkeit ω und kann durch eine Sinushyperbolikus-Funktion angenähert wiedergegeben werden. Es wurden jedoch bei einigen Fliessbettsystemen Abweichungen von der obigen Gesetzmässigkeit beobachtet. Diese waren besonders merkwürdig, weil sie bei einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit auftraten. Die Fliesskurve verhielt sich am Anfang regelmässig, zeigte aber von dieser an einen abweichenden Verlauf. Da $sh(x)$ für $x > 3$ durch $\frac{1}{2} \exp(x)$ angenähert werden kann, ergaben die regelmässigen Fliesskurven bei grösseren Schubspannungen τ auf halblogarithmischem Netz eine Gerade, die zur Bestimmung der Gleichung der Fliesskurve benutzt werden konnte. Auf Grund dieser Gleichung konnte die berechnete Fliesskurve aufgetragen und geprüft werden, ob die gemessenen und berechneten

Kurven im ganzen Messbereich wirklich zusammenfallen. In diesem Falle wurden diese regelmässigen Fliesskurven zur Berechnung des Reibungsgesetzes benutzt [1]. Wiche dagegen die berechnete von der gemessenen Kurve ab, so musste das Auftreten einer Störung angenommen werden. Diese zeigte sich in zwei Arten:

1. Mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit nimmt die Schubspannung τ bei einem gewissen ω_{K1} ab oder weniger zu, als man auf Grund der bis zu diesem Punkt gültigen Funktion erwarten konnte, d.h. die gemessene Kurve $\tau(\omega)$ verlässt die berechnete Kurve $\tau(\omega)$ nach unten, in Richtung auf kleinere Schubspannungen ("Abweichung 1. Art"). Es tritt also eine scheinbare Verringerung der effektiven Zähigkeit auf.

2. Mit zunehmendem ω nimmt τ bei einem gewissen ω_{K2} stärker zu, als man auf Grund der bis zu diesem Punkt gültigen Funktion erwarten würde. Die gemessene Kurve $\tau(\omega)$ verlässt die berechnete $\tau(\omega)$ bei ω_{K2} nach oben, in Richtung auf grössere Schubspannungen ("Abweichung 2. Art"). Dann tritt eine Erhöhung der effektiven Zähigkeit auf.

Abb. 2 zeigt einige regelmässige Fliesskurven, die sich für den ganzen Messbereich durch eine sh-Funktion berechnen liessen. Abb. 3 zeigt eine Fliesskurve, die bei etwa $\omega = 2 \text{ sec}^{-1}$ (ω_{K1}) die erwartete Kurve nach unten verlässt, während bei $\omega = 10-15 \text{ sec}^{-1}$ (ω_{K2}) die Schubspannung rascher als zu erwarten zunimmt. Man erkennt, dass beide Arten von Abweichungen auftraten. Abb. 4 zeigt einige Fliesskurven, die fast im ganzen Messbereich der sh-Funktion folgen und nur bei grösseren Winkelgeschwindigkeiten (ω_{K2}) von ihr nach oben abweichen. Abb. 5 zeigt eine ähnliche Fliesskurve. Hier tritt die Abweichung zuerst nach oben auf (ω_{K2}) und bei $\omega = 50,3 \text{ sec}^{-1}$ geht sie als eine thixotrope Erscheinung in die Abweichung erster Art über. Diese ist in diesem Fall der eigentlich stabile Zustand. Während die Unregelmässigkeiten der Abb. 4 sehr oft zu beobachten waren, konnten die nach Abb. 3 und 5 nur selten wahrgenommen werden. In Tabelle 2 sind die kritischen Winkelgeschwindigkeiten der rheologischen Messungen zusammengestellt, die auf Grund der Fliesskurve bestimmt

*Diese Tabelle ist bei der Bibliothek der Technischen Hochschule Hannover hinterlegt worden und kann von dort als Vervielfältigung bezogen werden.

Tabelle 1. Charakteristischer Ausschnitt der gemessenen Schubspannungen τ (dyn cm⁻²) und der dazugehörigen mittleren Dichte ρ_{50} (g cm⁻³), der relativen Intensität der Dichteschwankungen v_{50} (—) und des Charakters der Dichteschwankungen n_{50} für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten ω . (392 bis 396 instationäre Systeme).

Nr.	V (Nm ³ /hr)	ω (sec ⁻¹)	0,0	0,31	0,64	0,94	1,88	2,82	5,65	8,46	16,9	25,35	50,70
356	6,48	τ	—	188,4	193,0	197,6	206,7	211,4	225,2	238,9	294,1	331,0	422,8
		ρ_{50}	—	1,239	1,248	1,240	1,212	1,263	1,262	1,269	1,269	1,293	1,382
		v_{50}	10,9	10,5	10,0	9,0	6,9	9,3	11,4	11,6	11,8	10,4	12,2
		n_{50}	— N	—	— 16	— 24	—	— 9	—	— 15	—	— 6	— 1
357	7,02	τ	—	202,2	220,5	234,3	248,1	252,7	271,2	280,3	317,0	340,0	404,4
		ρ_{50}	—	1,201	1,208	1,210	1,203	1,196	1,221	1,222	1,250	1,252	1,289
		v_{50}	13,4	13,4	14,0	14,5	14,7	12,9	15,1	15,3	13,5	11,6	11,4
		n_{50}	— 5,5	— 5,5	— 68	—	— 4,5	+ 69	+ 6	—	— 9	— 8	— 10
358	8,91	τ	—	64,3	91,9	124,1	174,6	220,5	284,9	307,9	358,5	386,0	468,7
		ρ_{50}	—	1,075	1,083	1,129	1,100	1,060	1,080	1,133	1,163	1,136	1,259
		v_{50}	29,0	29,3	15,8	28,9	26,7	19,9	21,8	27,2	33,1	20,8	24,2
		n_{50}	+ 4	+ 2	+ 11	—	+ 4	+ 3	+ 4	—	+ 3	+ 5	— 18
392	0,62	τ	—	138,5	142,0	148,9	155,9	169,7	183,6	105,6	100,5	114,3	415,7
		ρ_{50}	—	0,708	0,717	0,697	0,735	0,735	0,715	0,689	0,731	0,759	0,838
		v_{50}	3,9	4,4	5,4	—	8,0	5,8	5,8	3,0	4,7	3,9	2,4
		n_{50}	— 7	— 16	— 5	—	— 10	— 10	— 18	— 10	— 10	— 13	— 11
393	0,74	τ	—	135,1	138,5	114,3	107,4	159,3	159,3	72,7	86,6	97,0	398,4
		ρ_{50}	—	0,743	0,745	0,753	0,735	0,735	0,715	0,715	0,729	0,742	0,825
		v_{50}	6,7	6,2	5,2	—	8,0	8,0	5,8	5,8	7,3	9,86	2,1
		n_{50}	— 21	— 11	— 6	—	— 10	—	— 18	— 18	— 16	— 5	N
394	0,87	τ	—	45,0	55,4	64,1	69,3	74,5	76,2	77,9	86,6	90,1	303,7
		ρ_{50}	—	0,707	0,695	0,704	0,693	0,693	0,704	0,692	0,754	0,754	0,792
		v_{50}	7,2	6,6	7,0	7,8	10,0	9,5	7,5	9,6	6,6	6,0	4,3
		n_{50}	— 41	— 12	— 14	— 9	N	— 37	— 20	— 26	— 27	— 17	— 16
395	1,0	τ	—	48,5	65,8	67,5	77,9	79,6	84,9	91,8	102,2	117,8	367,2
		ρ_{50}	—	0,724	0,719	0,700	0,695	0,686	0,697	0,692	0,717	0,745	0,780
		v_{50}	9,7	8,6	7,0	10,0	10,0	9,5	9,6	9,6	11,2	11,0	5,2
		n_{50}	— 21	— 25	— 14	— 11	N	— 37	N	— 26	— 20	— 13	— 8
396	1,18	τ	—	62,35	65,8	76,21	90,1	90,1	84,9	91,8	102,2	117,8	350,0
		ρ_{50}	—	0,719	0,712	0,692	0,695	0,705	0,697	0,688	0,717	0,745	0,766
		v_{50}	10,3	11,8	12,1	12,1	10,5	10,5	9,6	10,7	10,7	11,0	9,4
		n_{50}	— 17	— 8	N	N	— 14	— 14	N	— 24	— 24	— 73	— 25
396	1,18	v	15,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		τ	—	48,5	65,8	67,5	77,9	79,6	84,9	91,8	102,2	117,8	367,2
		ρ_{50}	—	0,724	0,719	0,700	0,695	0,686	0,697	0,692	0,717	0,745	0,780
		v_{50}	9,7	8,6	7,0	10,0	10,0	9,5	9,6	9,6	11,2	11,0	5,2
396	1,18	n_{50}	— 21	— 25	— 14	— 11	N	— 37	N	— 26	— 20	— 13	— 8
		v	15,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		τ	—	48,5	65,8	67,5	77,9	79,6	84,9	91,8	102,2	117,8	367,2
		ρ_{50}	—	0,724	0,719	0,700	0,695	0,686	0,697	0,692	0,717	0,745	0,780
		v_{50}	9,7	8,6	7,0	10,0	10,0	9,5	9,6	9,6	11,2	11,0	5,2
		n_{50}	— 21	— 25	— 14	— 11	N	— 37	N	— 26	— 20	— 13	— 8
		v	15,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

S = quasistationär

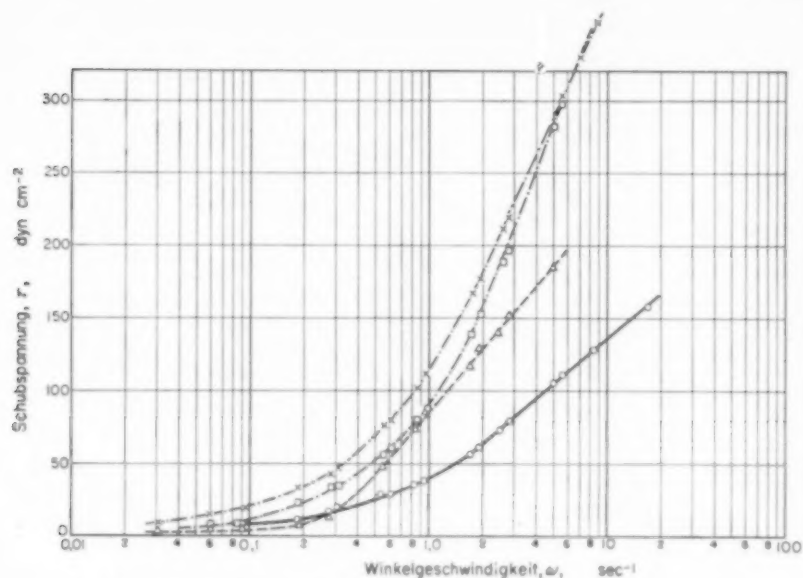


Abb. 2. Regelmässige Fliesskurven ($D_t = 13,25$ cm)

- × Q 450, S. 3, $V = 13,5$ Nm³/hr
- Q 450, S. 3, $V = 16,6$ Nm³/hr
- △ Q 105, S. 1, $V = 5,6$ Nm³/hr
- Q 75, S. 1, $V = 2,34$ Nm³/hr

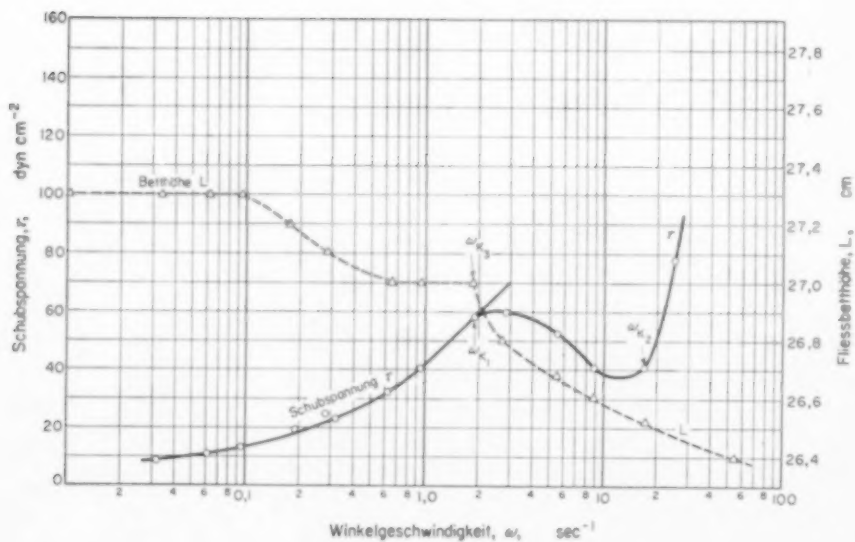


Abb. 3. Schubspannung τ und Betthöhe L in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω mit Abweichungen 1. und 2. Art (G. 50, S. 3, $V = 0,19$ Nm³/hr, Nr. 48, $D_t = 13,25$ cm).

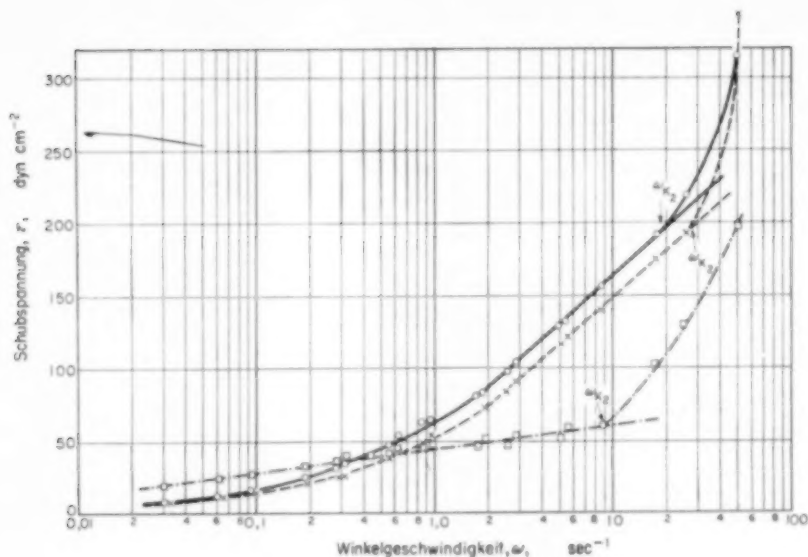


Abb. 4. Fließkurven mit Abweichungen 2. Art.

- G 110, S. 2, $V = 2,34 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $H = 15 \text{ cm}$
- Q 105, S. 3, $V = 1,14 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $H = 15 \text{ cm}$
- × G 110, S. 2, $V = 2,34 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $H = 10 \text{ cm}$

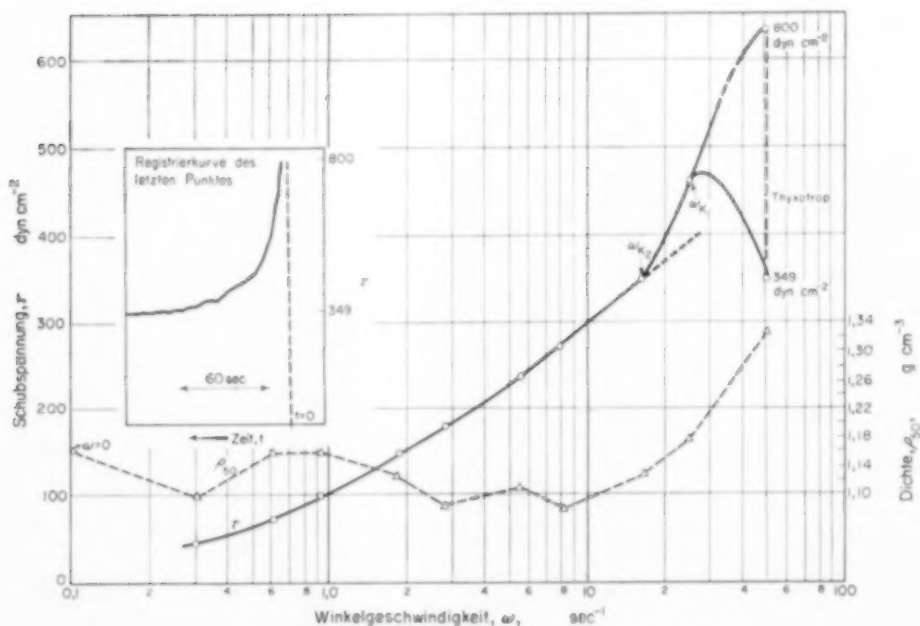


Abb. 5. Fließkurve mit Abweichungen 1. und 2. Art.

Nr. 351, Q 275, $V = 5,33 \text{ Nm}^3/\text{hr}$

Unregelmässiges Verhalten von Fliessbettssystemen bei rheologischen Messungen

Tabelle 2. Kritische Winkelgeschwindigkeiten ω_{K1} und ω_{K2} bzw. Schubspannungen τ_{K1} und τ_{K2} bei verschiedenen Fliessbettssystemen und Spaltbreiten. $D_t = 13,25 \text{ cm.}$

Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}	Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}
G.50 S.1	31			7,0	12	G.250 S.2	91			8,5	170
	32			8,5	14		92*			8,5	200
	33			8,5	24		93*			8,5	250
	34			8,5	32		94*			8,5	260
	35			8,5	40	S.3	96*			8,5	160
S.2	37	0,06	11	8,5	16		97*			16,9	245
	38			16,9	40		98*			16,9	270
	39			16,9	50		99*			16,9	300
	40			16,9	67	G.450 S.3	101*	0,06	190	2,7	300
	41			16,9	75		102*	1,9	300		
S.3	43	2,8	60	16,9	40		103*	2,8	122	2,7	250
	44			8,5	20		104*				260
	45			16,9	42						240
	46			16,9	65	Q.105 S.1	132			5,5	175
	47			16,9	80		133				120
G.70 S.1	49	0,03	55				134				145
	50			2,8	27		135				170
	51			5,5	32		136				185
	52			5,5	45	S.2	137	0,3	55	8,5	60
	53			8,5	77		138				175
	54			8,5	77		139				170
	55			8,5	120		140				178
						S.3	142	1,0	40	8,5	60
S.2	57	0,05	92				143				170
	58			5,5	30		144				160
	59			5,5	35		145				160
	60			7,0	52	Q.75 S.3	146			5,5	54
	61			8,5	92		147			8,5	60
	62			8,5	120		148			8,5	58
S.3	63	0,03	92				149			8,5	62
	64	1,0	25	5,0	30		150				160
	65			7,0	45	S.2	151	0,3	62	5,5	62
	66			8,5	70		152			5,5	58
	67			8,5	90		153			5,5	70
	68			8,5	115		154			8,5	78
G.110 S.1	69*	0,18	145	9,5	160		155			8,5	135
	70*	2,8	78	5,0	80	S.1	156			5,5	40
	71*			1,0	55		157			5,5	45
	72*			1,0	75		158			8,5	60
	73*			1,0	105		159			8,5	70
S.2	74*	0,05	105	5,5	135		160			8,5	90
	75*	0,1	30	5,5	85	Q.175 S.3	161			8,5	130
	76*			5,5	90		162*			8,5	175
	77*			5,5	125		163			16,9	245
	78*			8,5	270		164			16,9	290
S.3	79	0,06	130	8,5	180		165				320
	25		305			S.2	166	0,06	50	8,5	135
	80	0,1	105	8,5	180		167	25	275	8,5	135
	25		200				168	25	342	10,0	190
	81	25	200	16,9	150		169	25	340	16,9	232
	82			16,9	240		170*			16,9	340

*Über $\omega = 25 \text{ sec}^{-1}$ wurde nicht gemessen.

Tabelle 2. (Fortsetzung).

Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}	Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}
G.50 S.6* $D_1 = 7,5$	301			8,5	30	SiC.45 S.4*	361	1,9	207	25	175
	302			8,5	37		362	1,9	140	25	110
	303			8,5	50		363	2,8	93	25	110
	304			8,5	62		364	0,6	53	25	110
	305			8,5	64		365	0,9	55	20	110
G.70 S.6* $D_1 = 7,5$	306			17	75	SiC.95 S.4*	369			17	173
	307			17	125		370	1,8	110	17	175
	308			17	145		371	10	190	17	200
	309			17	170		372	10	210	25	255
	310			17	175						
Q.75 S.6* $D_1 = 7,5$	311	1,0	103	8,5	110	SiC.190 S.4*	373	0,8	150	8	163
	312	0,65	25	17	103		374	1,8	150	25	210
	313			17	115		375	5,5	195	25	300
	314			17	128		376	7,5	240	50	400
	315			17	135		377	8,5	260	50	350
Q.105 S.6* $D_1 = 7,5$	316b	0,95	170			P.250 S.4*	380	0,3	35	8,5	42
	317			8,5	110		381	0,6	27	8,5	42
	318			17	145		382			25	80
	319			17	165		383			17	88
	320			17	175		384			25	122
Q.75 S.4*	323	0,9	37	2,8	50	Kork S.4*	385			17	118
	324			17	90		389	0,9	184	17	152
	325			17	100		390	25	173		
	326			17	112			0,94	156	17	140
	327			17	187						
Q.105 S.4*	329	1,8	100	17	100	Al.90 S.4*	392	2,8	175	25	110
	330	2,8	87	17	114		393	0,5	140	25	110
	331	8,5	115	17	125		394	0,9	60	25	95
	332			17	195		395	0,9	60	25	110
	333			17	220		396	2,8	90	25	110
Q.135 S.4*	334	2,8	105	20	150	Q.275 S.3	172	0,18	85	8,5	220
	335			25	200		173	25	426		
	336			25	225		174*	25	396	16,9	285
	337			25	312		175*				450
	338			25	350		176*				434
Q.175 S.4*	339	0,3	22	17	18	S.2	177*			5,5	160
	340	0,6	37	25	237		178*			15	270
	341			25	315		179*				364
	342			25	512		180*				390
	343			17	358		181*	25	315		310
Q.225 S.4*	344	10	23	17	26	Q.450 S.3	182*	0,06	190		
	345			25	300		183	18	290		
	346			25	375		184*	25	425		
	347			25	920		185*				
							186*				390
Q.275 S.4*	349	0,3	170	8,5	175	G.110 S.1	189			8,5	190
	350	25	395	8,5	257		190			8,5	150
	351	25	468	17	350		191			8,5	130
	352	25	349	17	350		192			8,5	162
	353	25	313	17	413						
Q.350 S.4*	354	25	579	8,5	395	S.2	193			8,5	158
	355	25	440	8,5	395		194			16,9	190
	356	25	410	17	290		195			16,9	175
	357			17	300		196			25	265
	358			17	300						
	359			25	430						

*Über $\omega = 25 \text{ sec}^{-1}$ wurde nicht gemessen.

Tabelle 2. (Fortsetzung).

Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}	Feststoff Spalt	Nr.	ω_{K1}	τ_{K1}	ω_{K2}	τ_{K2}
S.3	197			16,9	215	G.110 S.4*	214	0,3	438		
	198			25	200			2,8	337		
	199			25	185		215	0,65	190	25	225
	200			50	340			1,9	190		
SiC 190 S.4*	201	0,03	1870				216	0,65	210	25	275
	202	0,03	1000					2,8	225		
	203	0,95	650				217	0,65	175	25	200
		2,8	700					2,8	225		
	204	2,8	300	18	360			5,8	225		
	205	1,8	150	18	305		218	0,3	130	25	200
	206	2,8	220	18	305			2,8	155		
	207			18	340		219			25	200
	208			18	385	S.1	220	25	355	8,5	196
S.7*	209			8,5	240		221	25	381	8,5	162
	210			18	315		222	25	357	8,5	190
	211			18	370		223	25	347	8,5	202
	212			18	365		224	25	403	8,5	226

*Über $\omega = 25 \text{ sec}^{-1}$ wurde nicht gemessen.

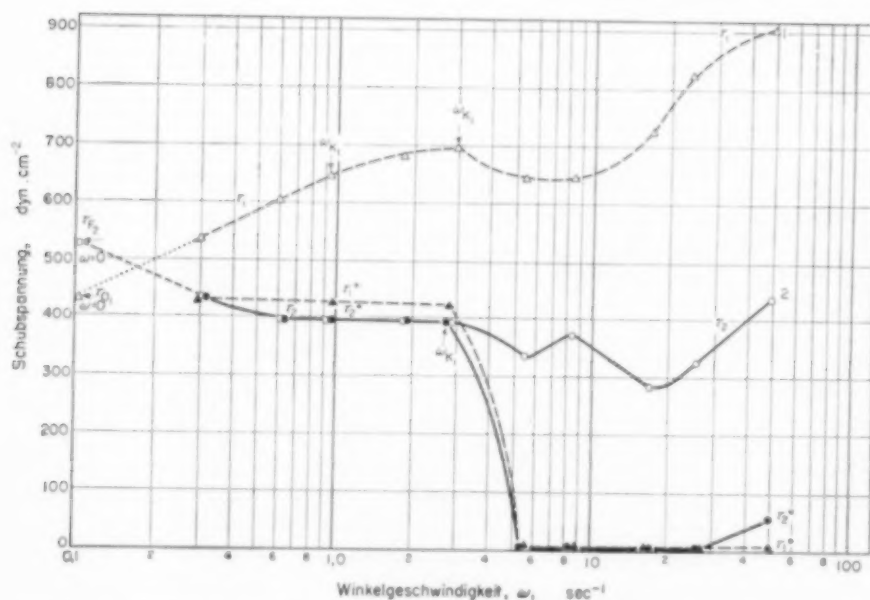
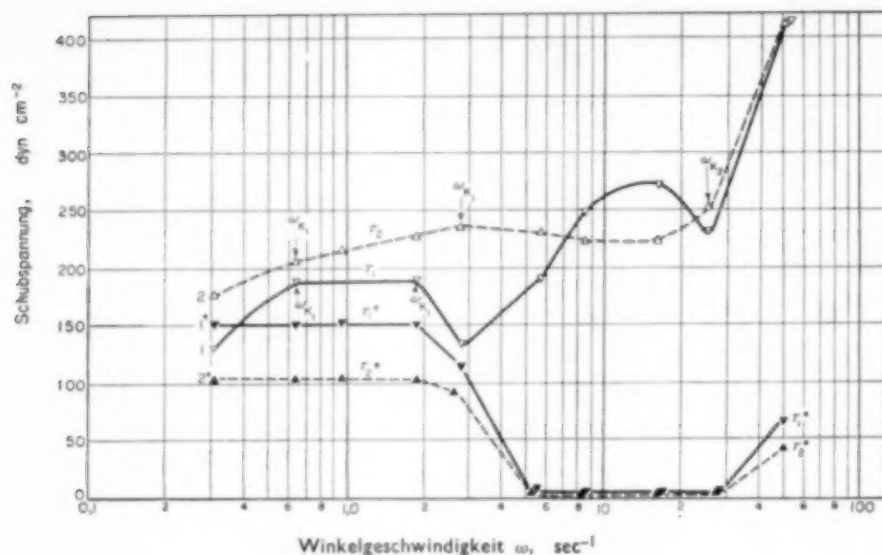


Abb. 6. Abhängigkeit der Schubspannungen τ und τ^* von der Winkelgeschwindigkeit ω .

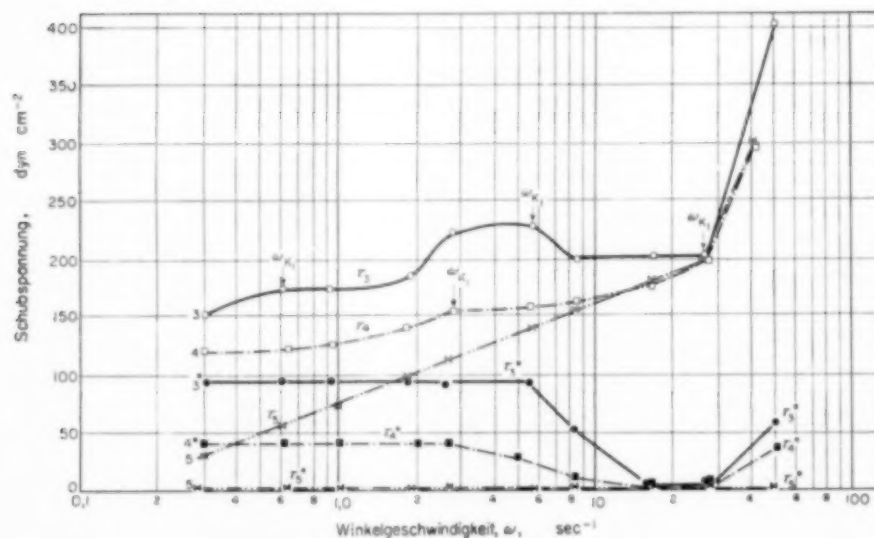
6 (a) \triangle \blacktriangle SiC 190 $V = 2,38 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 203 \circ \bullet G 110 $V = 0,65 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 214

werden konnten. Daraus ist zu erschen, dass die Winkelgeschwindigkeit ω_{K2} von der Gasströmungsgeschwindigkeit V nicht oder kaum abhängt. Bei grösseren Zylinderlängen l wird

ω_{K2} kleiner und bei grösserem Abstand H vom Anströmboden grösser, besonders bei den Spalten S. 2 und S. 3. Je breiter der Spalt ist, um so grösser ist ω_{K2} .



6 (b) ∇ \blacktriangledown G 110 $V = 0,7 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 215
 \triangle \blacktriangle G 110 $V = 0,75 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 216



6 (c) \circ \bullet G 110 $V = 0,83 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 217
 \square \blacksquare G 110 $V = 1,14 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 218
 \triangleleft \blacktriangleright G 110 $V = 1,27 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ Nr. 219

Die Schubspannung τ_{K2} , die zu ω_{K2} gehört, nimmt mit steigender Gasströmungsgeschwindigkeit V , wachsender Korngrösse d_p , grösser

werdendem Abstand H vom Anströmboden und zunehmender Spaltbreite zu. τ_{K2} hängt offenbar nicht von der Zylinderlänge ab.

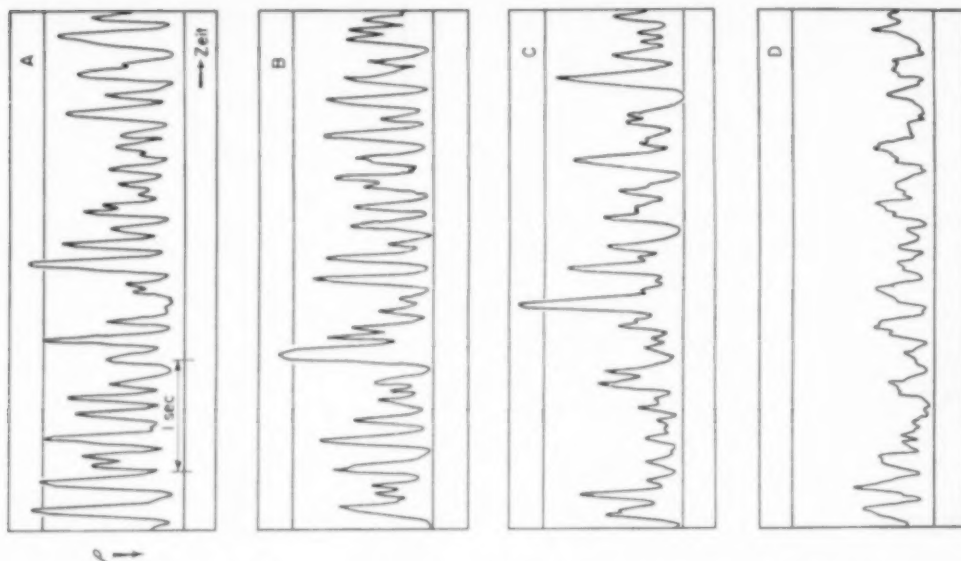


Abb. 7 (a). Abschnitte der Registrierkurven. $G = 50$, $D_t = 7,4$ cm, $V = 0,36$ Nm³/hr

A.	$\omega = 8,46 \text{ sec}^{-1}$	B.	$\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$	C.	$\omega = 25,35 \text{ sec}^{-1}$	D.	$\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$
$\rho_{50} = 1,220 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,265 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,311 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,404 \text{ g/cm}^3$				
$v_{50} = 12,1$	$v_{50} = 10,4$	$v_{50} = 9,9$	$v_{50} = 6,9$				
$n_{50} = -7$	$n_{50} = -7$	$n_{50} = -7$	$n_{50} = -21$				

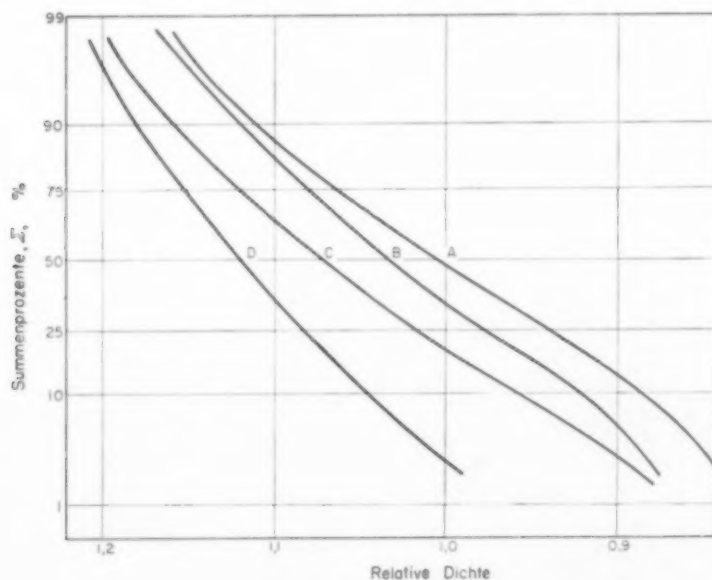


Abb. 7 (b). Häufigkeitsverteilungen der relativen Dichte. Bezeichnung wie Abb. 7 (a).

2.3. Die Abweichung 1. Art in Nähe des Auflockerungspunktes

Die Abweichung 1. Art zeigt eine nicht so eindeutige Abhängigkeit von verschiedenen Parametern wie diejenige 2. Art. Vielleicht handelt es sich hier um mehrere Ursachen, die denselben Einfluss haben. In einem speziellen Fall konnte diese Abweichung wirklich als von zwei verschiedenen Ursachen abhängig erkannt werden, wie im folgenden dargelegt wird.

Es wurde schon gezeigt, dass in Fließbettsystemen eine Fließgrenze τ_0 in der Nähe des Auflockerungspunktes vorhanden ist [1]. Bestimmt man für diese Systeme die Fließkurve, erhält man eine Funktion der Schubspannung von der Winkelgeschwindigkeit, die von der Fließgrenze τ_0 ausgeht, und bei denen τ immer über τ_0 liegt, ausgenommen in Festbettsystemen. Registriert man die Schubspannung τ bei einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit ω und kuppelt sodann den Motor aus (damit ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0$), so muss die Schubspannung τ abnehmen, bis sie die Fließgrenze erreicht, und dort stehen bleiben. Die untersuchten Systeme verhalten sich wirklich so, soweit die Mischphase auf der Oberfläche des Zylinders haftet. Oberhalb einer gewissen Winkelgeschwindigkeit besteht diese Haftung offensichtlich nicht mehr, weil die Schubspannung τ nach der Auskuppelung des Motors sogleich unter τ_0 , oft bis auf $\tau = 0$ sinkt. Wenn man jetzt eine langsamere Winkelgeschwindigkeit einschaltet und damit die Schubspannung τ über τ_0 erhöht und wieder auskuppelt, fällt τ nur bis τ_0 zurück. Daraus ist klar zu erkennen, dass dies scheinbare Verschwinden der Fließgrenze bei den erwähnten grösseren Winkelgeschwindigkeiten nur während der Drehung des Zylinders, bzw. kurz nach der Auskuppelung wirklich vorliegt. Bei kleineren Winkelgeschwindigkeiten erscheint τ_0 wieder, d. h. die Fließgrenze kann durch die Drehung des Zylinders nur oberhalb einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit und nur während der Drehung scheinbar aufgehoben werden. Dies kann vermutlich mit dem Verschwinden der Haftung erklärt und als eine "Ablösung" der Mischphase angesehen werden. Es ist bemerkenswert, dass dies "Verschwinden" der Fließgrenze τ_0 immer mit dem Auftreten der Abweichung 1. Art zusammenfällt, während umgekehrt eine Abweichung 1. Art nicht immer gleichzeitig mit dem "Verschwinden" von τ_0 auftritt. Die Abb. 6 (a), (b) und (c) zeigen einige Fließkurven, bei denen die scheinbaren Fließgrenzen τ^* in der erwähnten Art gefunden wurden. Anschliessend wurde die kleinste Winkelgeschwindigkeit eingeschaltet und so die wahre Fließgrenze bestimmt.

Auf Abb. 6 (a) sieht man zwei Fließkurven, von denen Kurve 1 die Fließgrenze τ_{01} unterhalb und Kurve 2 die Festigkeitsgrenze τ_{F2} oberhalb der Fließkurve zeigt. Die letztgenannte gehört denjenigen Systemen an, bei denen die Festigkeitsgrenze τ_F grösser ist als die Fließ-

grenze τ_0 , was nur im Festbett bis zum Auflockerungspunkt vorkommt. Die Schubspannung τ nimmt also schon bei einer minimalen Winkelgeschwindigkeit ab. Diese Systeme wurden in [1] schon eingehend behandelt. Bei der Fließkurve 1 nahm die Schubspannung τ^*_{11} nach der Auskuppelung des Motors nur bis zur Fließgrenze τ_{01} ab, soweit die Winkelgeschwindigkeit ω den Wert $2,8 \text{ sec}^{-1}$ nicht übertraf. Oberhalb dieser fiel τ^*_{11} bis auf Null ab. Ging man wieder auf $\omega = 0,3$ zurück und bestimmte erneut τ^*_{11} , ergab sich wiederum 425 dyn cm^{-2} .

Bei Kurve 2 in Abb. 6 (a) liegt τ_{F2} über der Fließkurve. Hier blieb die Schubspannung τ^*_{22} bei Auskuppelung des Motors bis $\omega = 2,8 \text{ sec}^{-1}$ dieselbe wie τ_2 . Oberhalb dieser fiel sie auf $\tau^*_{22} \approx 0$ ab, und nur bei $\omega = 50 \text{ sec}^{-1}$ begann sie wieder zu steigen.

Die Abb. 6 (b) und (c) zeigen τ und τ^* für dasselbe Fließbettsystem wie für 2 in Abb. 6 (a), nur bei höheren Anströmgeschwindigkeiten V . Man kann gut erkennen, dass die zwei ausgeprägten ω_{K1} nur bei den geringen V auftreten. Das erste ω_{K1} scheint, ohne das zweite ω_{K1} mit "Ablösung." Bei $V = 1,14$ verschwindet das erste ω_{K1} . Bei $V = 1,27 \text{ Nm}^3/\text{hr}$ verschwindet die Fließgrenze τ_0 und es tritt überhaupt keine Abweichung erster Art mehr auf. Der Auflockerungspunkt liegt bei etwa $V = 1 \text{ Nm}^3/\text{hr}$. Man sieht also, dass ω_{K1} in diesem Fall glatter Glaskugeln oberhalb des Auflockerungspunktes verschwindet.

Wenn ω_{K1} kleiner als 1 sec^{-1} war, zeigte sich bei allen untersuchten Systemen keine Ablösung, während für alle $\omega_{K1} > 1 \text{ sec}^{-1}$ Ablösung auftrat. Diese Feststellung wurde auch als gültig angenommen für Fließbettsysteme ohne Fließgrenze, in denen durch die genannte Versuchsmethode nicht unterschieden werden konnte, ob ω_{K1} mit oder ohne Ablösung vorlag.

2.4. Einfluss der Winkelgeschwindigkeit auf das Bettvolumen und Schwankungen der Schubspannung

Parallel mit dem Auftreten der Unregelmässigkeiten der Fließkurve konnten noch einige andere Besonderheiten beobachtet werden. Bei Fließbettsystemen aus kleinen Körnern, bei denen die Betthöhe genau bestimmt werden konnte, wurde nach Einschalten des Rotationsviskosimeters ein Zusammenfallen des Fließbettes beobachtet, das mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit anwuchs. Dieses sollte im Regelfall eine gleichzeitige Zunahme von τ nach sich ziehen. Tritt aber Ablösung ein, sinkt τ sogar (Abb. 3) und erst, nachdem die Ablösung bei höheren ω wieder aufgehoben ist, wächst τ sprunghaft an. Ablösung kann also die

unregelmässige Zunahme von τ (Abweichung zweiter Art) für einen gewissen Bereich von ω unterbrechen.

In [1] wurde schon darauf hingewiesen, dass die gemessenen Schubspannungen gewisse Schwankungen zeigten. Aus der Registrierkurve von τ wurde deren Häufigkeitsverteilung τ ermittelt und festgestellt, dass sie einer Normal-Verteilung folgt. Deshalb wurde der Mittelwert und die mittlere quadratische Abweichung s^2 aus den Merkmalwerten, die aus der Registrierkurve entnommen wurden, nach üblicher statistischer Methode berechnet.

Es wurde festgestellt, dass das Verhältnis der Standard-Abweichung $\sqrt{s^2}$ zum Mittelwert, d.h. der Variabilitätskoeffizient v^* , für jede Fließkurve unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit konstant ist [1]. Diese Unabhängigkeit von v^* von der Winkelgeschwindigkeit ω gilt nur für "regelmässige" Fließkurven. v^* nimmt mit zunehmendem ω ab, wenn die Schubspannung unregelmässig zunimmt. Tabelle 3 zeigt einige v^* in Abhängigkeit von ω . Man bemerkt, dass v^* bei kleinen Körnern oberhalb des Grenzwertes von ω mit steigendem ω abnimmt.

2.5. Einfluss der Winkelgeschwindigkeit auf die Dichte der Mischphase

Nachdem die rheologischen Messungen vermuten liessen, dass eine enge Beziehung zwischen den Unregelmässigkeiten der Fließkurve und der Änderung der Feststoffkonzentration besteht, wurden weitere Messungen ausgeführt, bei denen die Änderung der Dichte der Mischphase während der Aufnahme der Fließkurve durch Röntgenstrahlabsorption registriert wurde.

Abb. 7 (a) zeigt ein typisches Beispiel für den Einfluss der Winkelgeschwindigkeit auf die Dichte der Mischphase bei einem quasistationären System [2]. Mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit ist eine immer grösser werdende Zunahme der mittleren Dichte ρ_{50} und gleichzeitige geringe Abnahme der Intensität der Dichteschwankungen zu beobachten.

Abb. 7 (b) enthält die Summenprozent der entsprechenden Häufigkeitsverteilungen auf Wahrscheinlichkeitsnetz. Als Abszisse wurde die "relative Dichte" aufgetragen. Dabei wurden die gemessenen Dichten auf eine willkürliche Dichte bezogen, die sich als vorteilhaft bei dem Mess- und Eichvorgang ergab. Sie liegt ziemlich nahe der mittleren Dichte ρ_{50} .

Abb. 8 (a) zeigt ein Beispiel eines anderen Typs. Die mittlere Dichte und die Intensität der

Dichteschwankungen bleibt bis $\omega = 25,3 \text{ sec}^{-1}$ etwa konstant, dagegen verschieben sich die Freiheitsgrade der Dichteschwankungen vom "positiven" zum "negativen" Charakter. Erst bei einer Winkelgeschwindigkeit $\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$ fällt das Bett stark zusammen, nimmt die Intensität der Dichteschwankungen ab und treten niedrige "negative" Freiheitsgrade auf. Abb. 8 (b) enthält die dazugehörigen Häufigkeitsverteilungen.

In Abb. 9 bleibt der negative Charakter der Freiheitsgrade für alle ω erhalten; bis $\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$ zeigt sich keine Dichteänderung. Erst bei der höchsten Winkelgeschwindigkeit ($\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$) nimmt die Dichte stark zu, und die "Blasen" verschwinden völlig.

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei instationären Systemen. Abb. 10, 11 und 12 geben Beispiele für solche Fließbettsysteme aus Aluminiumpulver. Bei kleineren Strömungsgeschwindigkeiten nimmt die Dichte mit steigendem ω zu, und bei $\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$ tritt eine sprunghafte Änderung der mittleren Dichte ρ_{50} auf. Gleichzeitig nehmen die Amplituden der kurzperiodischen Schwankungen stark ab (Abb. 10). Bei grösserer Strömungsgeschwindigkeit bleibt die Dichte bis $\omega = 25,3 \text{ sec}^{-1}$ praktisch konstant, abgesehen von dem ersten Sprung bei beginnender Drehung, und nur bei $\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$ nimmt die mittlere Dichte ρ_{50} zu und die Intensität der Dichteschwankungen v_{50} ab (Abb. 11 und 12). Das Verhalten der mittleren Dichte ρ_{50} und der kurzperiodischen Schwankungen der Dichte ist bei diesen instationären Systemen also dasselbe wie bei quasistationären Systemen. Jedoch muss auf eine interessante Erscheinung hingewiesen werden. Durch den Einfluss des rotierenden Zylinders, d.h. durch das "Scheren" der Mischphase, verschwinden teilweise die langperiodischen Dichteschwankungen und erscheinen erst wieder bei grossen Winkelgeschwindigkeiten, wenn die Dichte stark zunimmt. Hier sind die langperiodischen Dichteänderungen noch ausgeprägter als ohne "Scheren." In Tabelle 1 (Nr. 392-396) kann man gut erkennen, dass v_{rel} mit steigendem ω zuerst abnimmt und bei $\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$ wieder stark zunimmt. Tabelle 1 und auch die Abb. 7 bis 12 zeigen also, dass die Winkel-

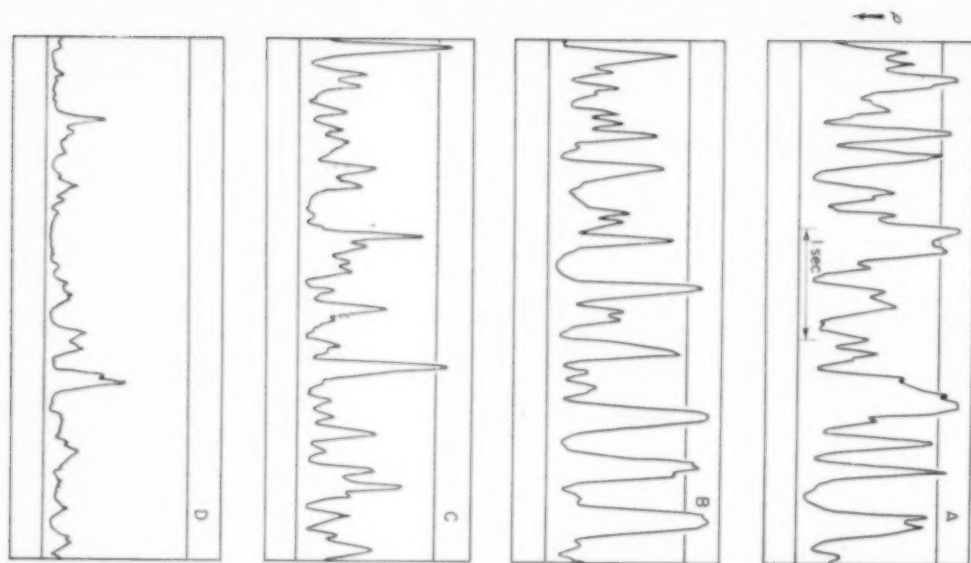
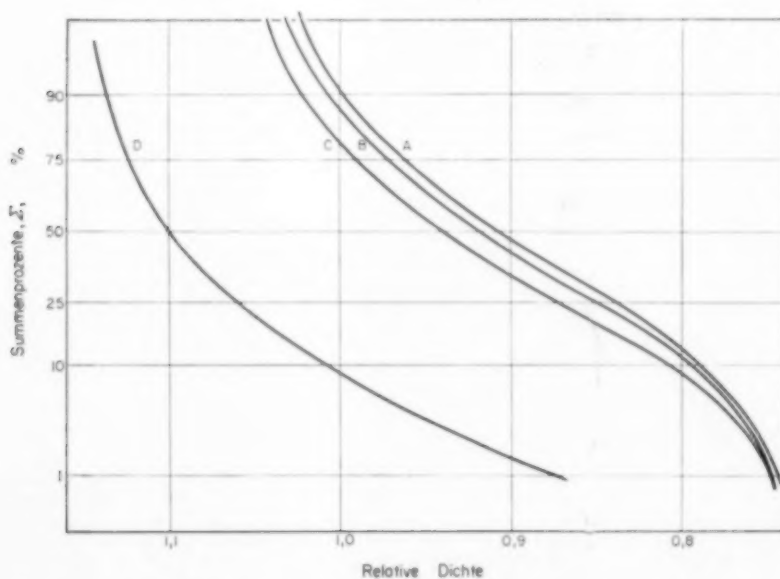


ABB. 8 (a). Abschnitte der Registrierkurven. $Q = 105$, $D_f = 7,4$ cm, $V = 0,9$ Nm³/hr.

A.	$\omega = 8,46 \text{ sec}^{-1}$	B.	$\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$	C.	$\omega = 25,35 \text{ sec}^{-1}$	D.	$\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$
	$\rho_{50} = 0,717 \text{ g/cm}^3$		$\rho_{50} = 0,739 \text{ g/cm}^3$		$\rho_{50} = 0,777 \text{ g/cm}^3$		$\rho_{50} = 1,031 \text{ g/cm}^3$
	$v_{50} = 23,3$		$v_{50} = 24,3$		$v_{50} = 24,3$		$v_{50} = 14,0$
	$n_{50} = -55$		$n_{50} = -30$		$n_{50} = -11$		$n_{50} = -3$



Ann. 8 (b). Häufigkeitsverteilung der relativen Dichte. Bezeichnung wie Abb. 8 (a).

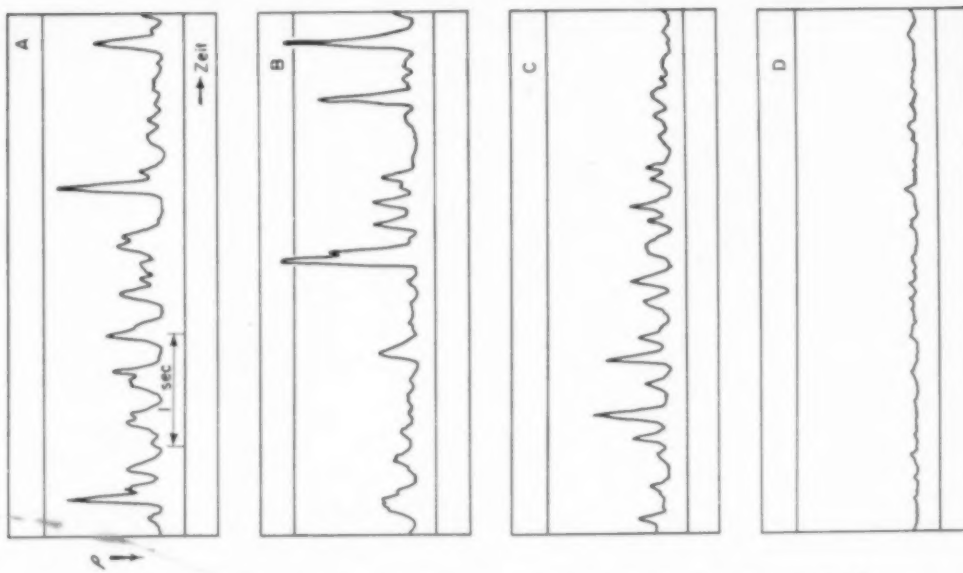


Abb. 9 (a). Abschnitte der Registrierkurven. $G = 70$, $D = 7,4$ cm, $V = 0,20$ Nm³/hr

A.	$\omega = 8,46 \text{ sec}^{-1}$	B.	$\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$	C.	$\omega = 25,35 \text{ sec}^{-1}$	D.	$\omega = 50,7 \text{ sec}^{-1}$
$\rho_{50} = 1,040 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,048 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,119 \text{ g/cm}^3$	$\rho_{50} = 1,212 \text{ g/cm}^3$				
$v_{50} = 17,5$	$v_{50} = 16,6$	$v_{50} = 14,4$	$v_{50} = 3,9$				
$n_{50} = -10$	$n_{50} = -10$	$n_{50} = -3$	$n_{50} = -$				

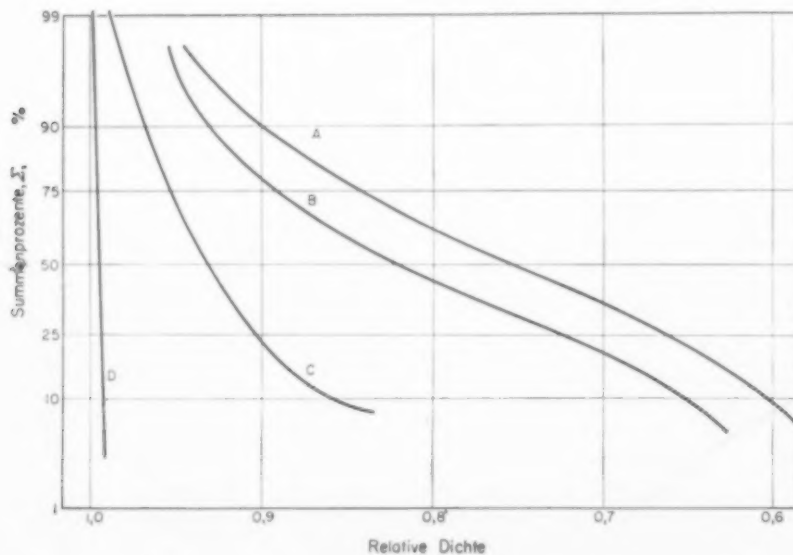
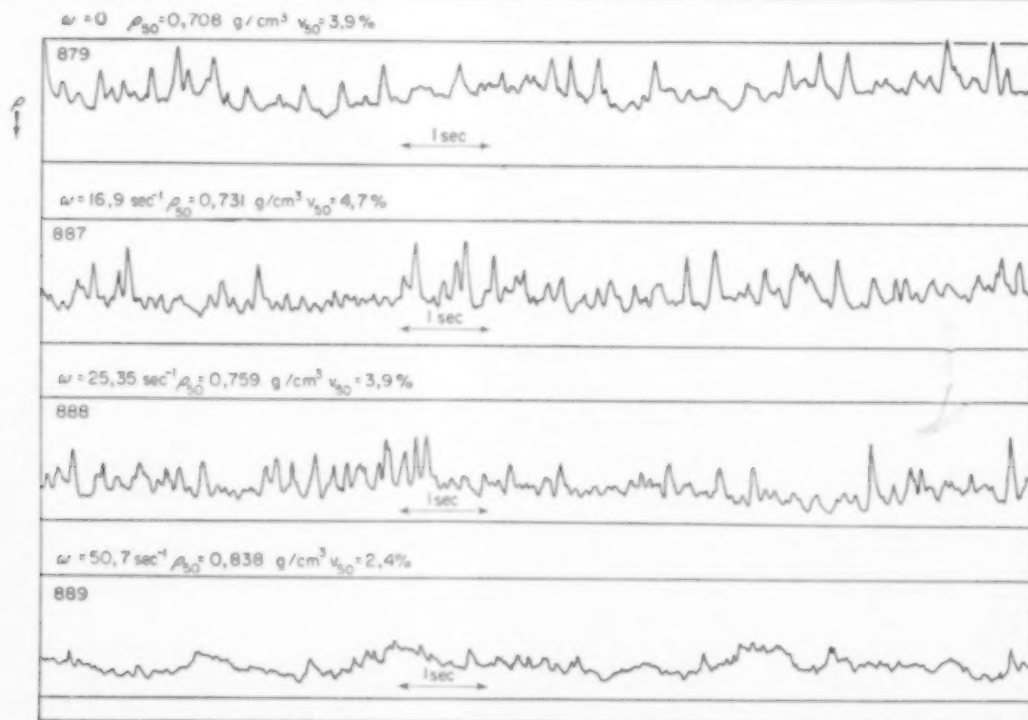


Abb. 9 (b). Häufigkeitsverteilung der relativen Dichte. Bezeichnung wie Abb. 9 (a).

Tabelle 3. Einfluss der Winkelgeschwindigkeit auf den Variabilitätskoeffizienten v^* (Prozent).

Nr.	Winkelgeschwindigkeit ω (sec ⁻¹)												Korngr.
	0,31	0,62	0,94	1,60	1,88	2,53	2,82	5,07	5,65	8,46	16,9	25,3	
82	6,3		8,3		5,6		4,8		5,8	3,3	2,6		G.110
133			1,9		1,0				2,5				Q.105
134			2,9		2,5		2,6	2,4	2,2	2,2			
135			2,5		2,3		2,2						
143					1,2		1,1		1,1		0,80		
144			2,8		2,1		2,4		1,5	1,4			
145			3,4		3,0		2,2						
146			2,0		1,5		2,0			0,76		0,0	Q.75
148							2,0						
149					5,3				1,5	1,5	0,52		
150			4,7				2,1		2,1		1,4		
152			3,7	2,9		2,1					1,3		
153			2,1				2,2			1,1			
154					2,8						1,9	0,0	
155		4,6			2,6					1,1		0,6	
158			1,6							0,9		0,6	
159							2,1			2,2		0,0	

Ann. 10. Registrierkurven für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten.
Al 90, ($M = 2740$ g), $I' = 0,62$ Nm²/hr, $D_t = 13,25$ cm

Unregelmässiges Verhalten von Fließbettsystemen bei rheologischen Messungen

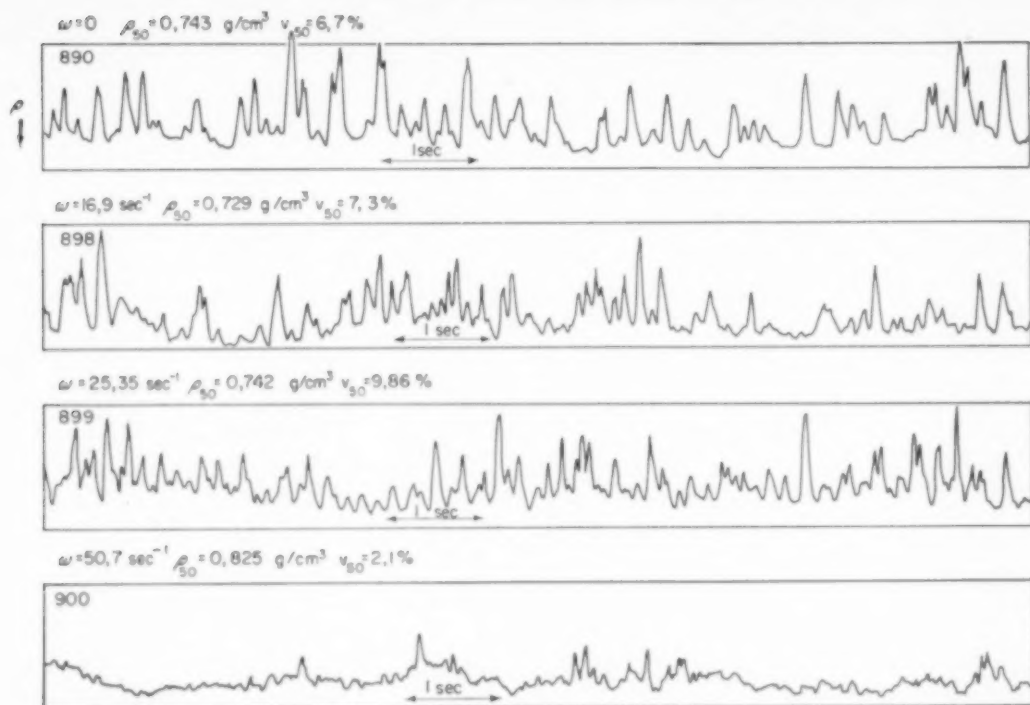


Abb. 11. Registrierkurven für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten.

Al 90, ($M = 2740 \text{ g}$), $V = 0,74 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $D_t = 13,25 \text{ cm}$

geschwindigkeit des rotierenden Zylinders die Fließbettsysteme verschiedenartig beeinflussen kann. Im allgemeinen nimmt die Dichte des Fließbettes bei einer kritischen Winkelgeschwindigkeit zu. Die Grösse dieser Zunahme hängt vom Charakter des Fließbettes (Korngrösse, Kornoberfläche und Strömungsgeschwindigkeit) ab.

Im regelmässigen Bereich der Fließkurven bleibt bei Anwachsen der Dichte die Intensität der Dichteschwankungen etwa konstant. Gelangt man oberhalb eines Grenzwertes der Winkelgeschwindigkeit in den unregelmässigen Bereich, nimmt die Intensität der Dichteschwankungen ab, obwohl die Dichte weiter zunimmt. Mit einer Zunahme der Winkelgeschwindigkeit kann sich der Freiheitsgrad der Dichteschwankungen ändern, jedoch bleibt der "positive" oder "negative" Charakter erhalten.

2.6. Zusammenhang zwischen den kritischen Winkelgeschwindigkeiten

Um den Zusammenhang zwischen den Unregelmässigkeiten der Fließkurve mit der Dichteänderung leichter zu erkennen, werden folgende charakteristische Winkelgeschwindigkeiten eingeführt:

- (1) Die kritische Winkelgeschwindigkeit ω_{K1} ist diejenige, bei der die unregelmässige Abnahme der Schubspannung τ auftritt. Sie wird aus der Fließkurve bestimmt (s. 2.2.).
- (2) Die kritische Winkelgeschwindigkeit ω_{K2} ist diejenige, bei der die unregelmässige Zunahme der Schubspannung τ auftritt. Sie wird ebenfalls aus der Fließkurve bestimmt (s. 2.2.).
- (3) Die kritische Winkelgeschwindigkeit ω_{K3} ist diejenige, bei der die mittlere Dichte ρ_{90} stark zunimmt (s. 2.5.).

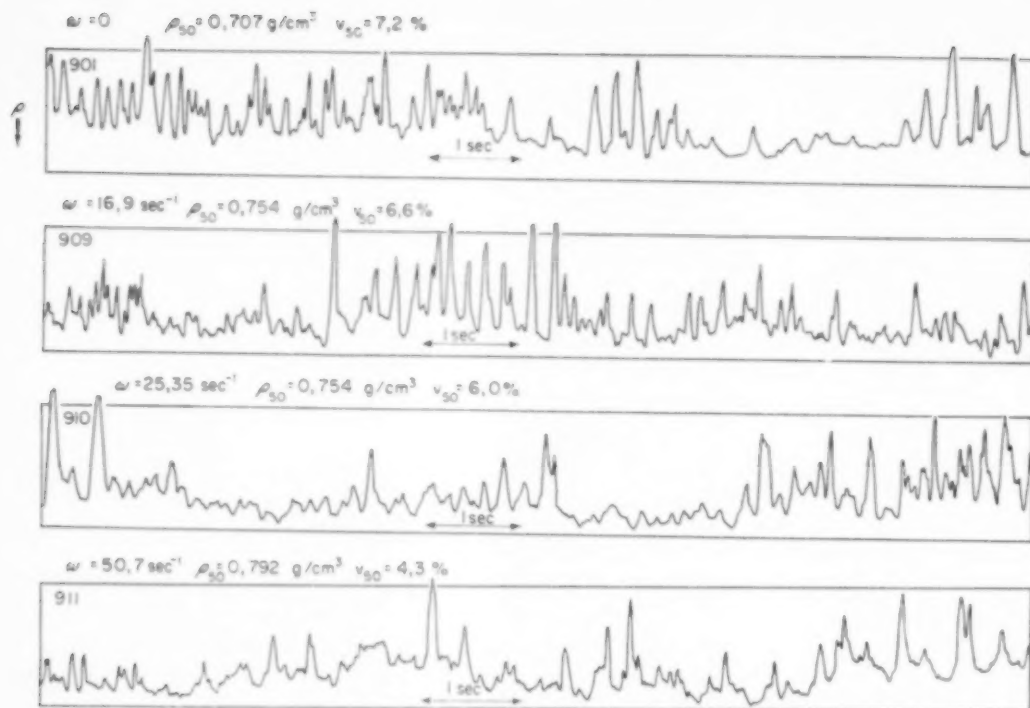


Abb. 12. Registrierkurven für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten.

Al 90, ($M = 2740 \text{ g}$), $V = 0,87 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $D_t = 13,25 \text{ cm}$

(4) Die kritische Winkelgeschwindigkeit ω_{K4} ist diejenige, bei der die relative Intensität der Dichteschwankungen v_{50} stark abnimmt (s. 2.5.).

In Tabelle 4 sind ω_{K2} , ω_{K3} und ω_{K4} zusammengestellt. Bis zur kritischen Winkelgeschwindigkeit ω_{K3} treten geringfügige Änderungen der mittleren Dichte auf, wie man aus der Gesamtheit der Messungen erkennen kann [4]. Diese können in folgende drei Gruppen eingeteilt werden:

- I. Ständige Zunahme der Dichte.
- II. Anfängliche Abnahme der Dichte, darauf langsamer Wiederanstieg.
- III. Anfängliche Zunahme der Dichte, darauf stetige Abnahme und wiederum stetige Zunahme.

Fliessbettsysteme mit konstanter Dichte bis ω_{K3} werden in Tabelle 4 mit c bezeichnet.

Die geringfügigen Änderungen von v_{50} bis ω_{K4} entsprechen denen der Dichte, so dass die Inten-

sität der Dichteschwankungen in diesem Bereich als Funktion der Dichte angesehen werden kann. (Mit zunehmender Dichte wächst die Intensität der relativen Dichteschwankungen). Folglich gelten auch die oben angeführten drei Gruppen für den Charakter der Dichteänderungen.

Wie aus der Tabelle 4 zu ersehen ist, fällt ω_{K3} fast immer mit dem aus der Fliesskurve ermittelten ω_{K2} zusammen. Das für die starke Abnahme von v_{50} charakteristische ω_{K4} liegt an der oberen Grenze von ω_{K3} oder darüber. Alle diese ω_K sind praktisch von der Strömungsgeschwindigkeit unabhängig. Bei der kritischen Winkelgeschwindigkeit ω_{K3} tritt eine starke Verschiebung des Charakters der Dichteverteilung in "negativer" Richtung auf. Unterhalb dieser kritischen Grenze bleibt der Charakter der Dichteverteilung konstant. Nur in wenigen Fällen verschoben sich die n_{50} in "positiver" bzw. "negativer" Richtung.

Abb. 13 zeigt ein typisches Beispiel für den

Tabelle 4. Kritische Winkelgeschwindigkeiten ω_{K2} , ω_{K3} , ω_{K4} .

Feststoff	ω_{K2}	ω_{K3}	ω_{K4}	Typ
G 40	8,46–16,9	8,46	8,46–16,9	III
G 60	16,9	16,9	25,35	e
Q 75	16,9–25,35	16,9	25,35–50,7	III
Q 105	16,9–25,35	8,46–16,9	25,25	I, III
Q 75	50,7	16,9–25,35	50,7	I
Q 105	50,7	16,9–25,35	50,7	I
Q 135	25,25–50,7	16,9–25,35	50,7	II
Q 175	25,35	16,9–25,35	25,35–50,7	e
Q 225	16,9–25,35	16,9	25,35–50,7	II
Q 275	25,35–50,7	25,35	50,7	II, III
Q 350	25,35	25,35	16,9	II, III
P 250	50,7	25,35	50,7	e
SiC 45	25,35	25,35	25,35	e
SiC 95	50,7	25,35	50,7	e
SiC 105	25,35	25,35–50,7	25,35	e

Einfluss der Dichtezunahme auf die Fliesskurve. Man kann gut erkennen, dass die drei kritischen Winkelgeschwindigkeiten ω_{K2} , ω_{K3} und ω_{K4} zusammenfallen.

Das Auftreten einer unregelmässigen Abnahme von τ kann das Zusammenfallen von ω_{K2} und

ω_{K3} durch Ablösung (vergl. 2.4.) stören. Abb. 14 zeigt ein solches Beispiel. Man sieht, dass die Dichtezunahme bei $\omega = 8,5 \text{ sec}^{-1}$ das Auftreten von ω_{K1} auslöst. Deshalb kann ω_{K2} nur später erscheinen. Abb. 3 zeigt einen ähnlichen Fall. Die plötzliche starke Zunahme der Dichte

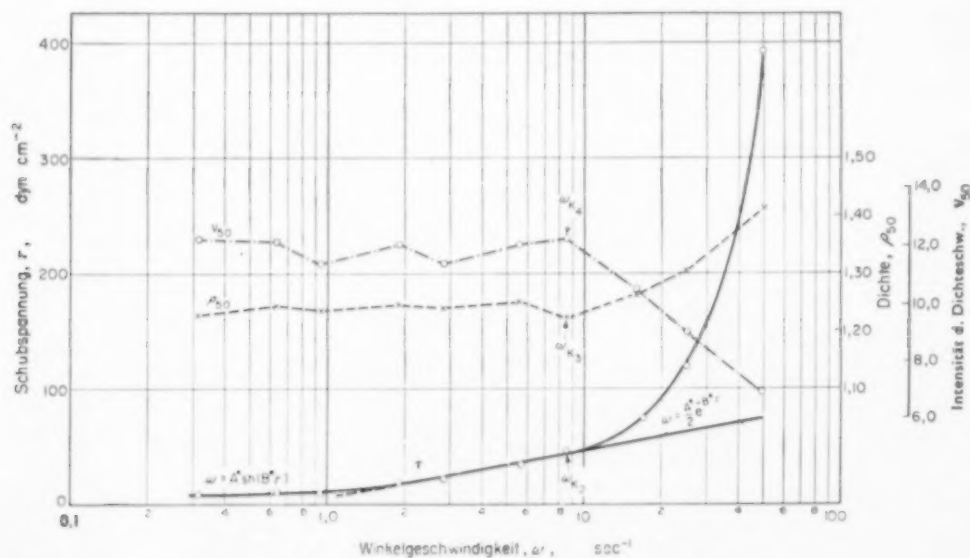


Abb. 13. Einfluss der Winkelgeschwindigkeit auf die Schubspannung τ , die Dichte ρ_{50} und die Intensität der Dichteschwankungen v_{50} .

Nr, 303, G 50, $V = 0,19 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $D_1 = 7,5 \text{ cm}$

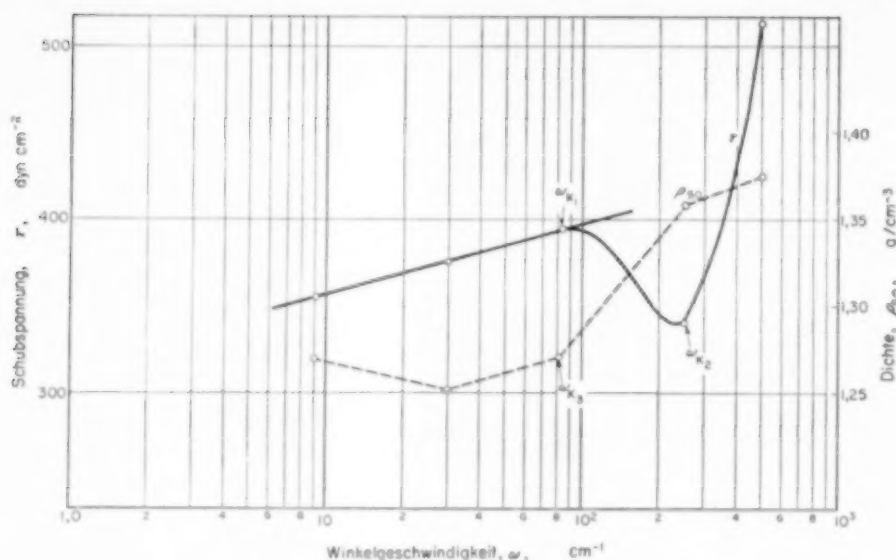
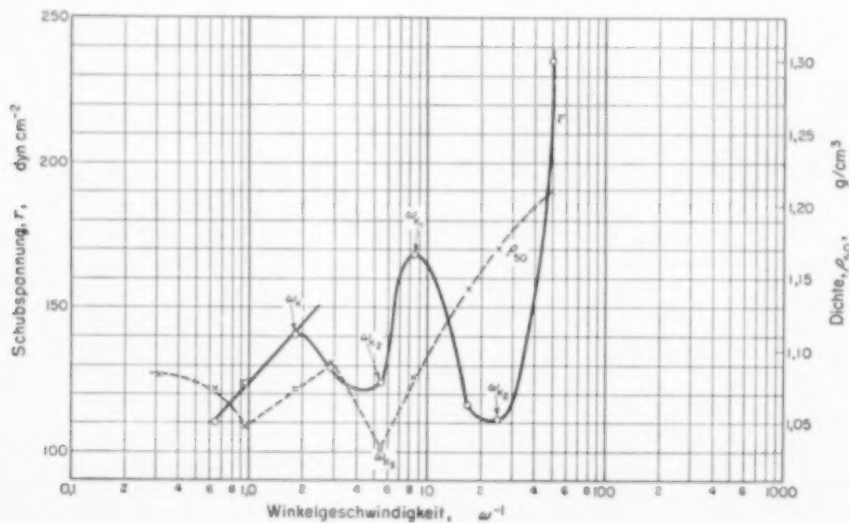


Abb. 14. Einfluss der Abweichung 1. Art auf die Fließkurve.

Nr. 355, Q 350, $V = 5,33 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $D_i = 13,25 \text{ cm}$

(Abnahme der Betthöhe) bei $\omega = 1,88 \text{ sec}^{-1}$ löst die Abnahme von τ aus. So tritt ω_{K2} erst später bei $\omega = 16,9 \text{ sec}^{-1}$ auf. Es ist interessant, dass die Abnahme von τ schon durch eine verhältnismässig schwache Dichtezunahme ausgelöst werden kann, wie man es aus Abb. 15 erkennen kann.

Das erste Auftreten von ω_{K1} wird bei $\omega = 1,88 \text{ sec}^{-1}$ durch eine geringe Zunahme der Dichte verursacht. Dadurch nimmt diese wieder ab. Bei $\omega = 5,5 \text{ sec}^{-1}$ erreicht man ω_{K3} , damit steigt die Dichte stark an, und es erscheint ω_{K2} . Trotz steigender Dichte erscheint bei $\omega = 7,5 \text{ sec}^{-1}$

Abb. 15. Schubspannung τ und mittlere Dichte ρ_{50} in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω .Nr. 362, SiC 45, $V = 0,62 \text{ Nm}^3/\text{hr}$, $D_i = 13,25 \text{ cm}$

ω_{K1} noch einmal. Von $\omega = 25,5 \text{ sec}^{-1}$ an beherrscht die Zunahme von τ endgültig das System.

Wenn man das Auftreten von ω_{K1} genauer überprüft, kann es immer auf eine geringere oder stärkere Dichtezunahme zurückgeführt werden.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass die unregelmässige Zunahme der Schubspannung immer auf eine Zunahme der Feststoffkonzentration zurückgeführt werden kann. Die unregelmässige Abnahme von τ wird bei kleinen Winkelgeschwindigkeiten durch eine strukturelle Änderung der Mischphase in nächster Nähe der Wand des rotierenden Zylinders bedingt. Bei grösseren Winkelgeschwindigkeiten tritt eine lokale Abnahme der Feststoffkonzentration in Wandnähe auf. Durch diese Verdünnung der Mischphase an der Zylinderwand besteht keine "Haftung" der Mischphase an der Zylinderoberfläche mehr, und das Auftreten einer Gleitschicht verfälscht die Fliesskurve. Starker Einfluss des "Gleitens" auf die Fliesskurve konnte schon bei Rotationszylindern mit polierter Oberfläche beobachtet werden [1]. Die Zunahme der Feststoffkonzentration im Messspalt kann die Ausbildung und das Verschwinden solcher Gleitschichten ermöglichen.

3. DISKUSSION

3.1. Das Zusammenwirken der Kräfte im Messspalt

Die unregelmässigen Veränderungen der Fliesskurve können auf Veränderungen in der Mischphase zurückgeführt werden. Diese werden durch äussere Kräfte bedingt, die während der rheologischen Messungen auf diese einwirken. Übertrifft die äussere Kraft einen gewissen kritischen Wert, so ist sie in der Lage, die ursprüngliche Struktur der Mischphase in der beobachteten Weise zu verändern.

Durch die Drehung des Zylinders tritt eine Kraft K_w an seiner Oberfläche auf. Sie besteht aus zwei Komponenten, der tangentialen, welche als Scherkraft K_s wirkt, und einer radialen, nämlich der Zentrifugalkraft K_r . Im allgemeinen bildet K_w mit der Wandtangente einen Winkel θ , sodass für K_s gilt

$$K_w \cos \theta = K_s \text{ dyn}$$

Diese ist gleich der Schubkraft, die von der

Mischphase aus dem Scheren längs der Zylinderwand entgegen wirkt. Die entsprechenden Spannungen sind

$$\tau_w \cos \theta = \tau_s = -\tau \text{ dyn cm}^{-2}$$

wobei τ_s die Schubspannung der Wand und τ die gemessene gleich grosse Schubspannung ist, die von der Seite der Mischphase jener entgegenwirkt.

Entsprechend gilt für die Normalspannung

$$\tau_w \sin \theta = p_r \text{ dyn cm}^{-2}.$$

Sie wirkt als Staudruck p_r , wirkt, bedingt durch die Zentrifugalkraft.

3.2. Strukturänderung an der Zylinderwand

Ist die Schergeschwindigkeit grösser als die Fliessgeschwindigkeit, können die Körner wegen der grossen "inneren Reibung" der Scherkraft nicht folgen, und dadurch wird die Struktur der Mischphase in unmittelbarer Nähe des rotierenden Zylinders zerstört [1]. Für diese Strukturzerstörung kann man zwei Fälle unterscheiden:

- (a) Die Haftung an der Wand wird nicht aufgehoben.
- (b) Die Haftung wird gleichzeitig aufgehoben.

(a) Im Festbett tritt die Zerstörung der Mischphase schon bei einer sehr kleinen Winkelgeschwindigkeit auf, und das System kann sich aus einer solchen Zerstörung nicht erholen, da die Fliessgeschwindigkeit null ist. Mit steigendem V nimmt die Beweglichkeit der Körner und damit die Fliessgeschwindigkeit zu, daher benötigt man immer grössere Schergeschwindigkeiten, um die Fliessgeschwindigkeit zur Zerstörung der Mischphase zu übertreffen. Gleichzeitig erholt sich das System aus dieser Zerstörung immer schneller.

Bei Körnern mit unregelmässiger Form und Oberfläche konnte diese Erscheinung häufiger beobachtet werden als bei solchen mit kugelförmiger Gestalt und glatter Oberfläche, da deren Beweglichkeit grösser ist. Bei Kork konnte man z.B. überhaupt keine "regelmässige Fliesskurve" aufnehmen, da das System selbst bei grossem V noch immer "schwerflüssig" war, sodass die Schubspannung mit zunehmendem ω ständig abnahm. Da die Beweglichkeit in Beziehung zur

Konstante A des Reibungsgesetzes steht [1], kann ein qualitativer Zusammenhang zwischen A und ω_{K1} erkannt werden.

(b) Ist das System im ausgebildeten Fließzustand, d.h. ist es leicht flüssig, kann eine ähnliche Erscheinung auch auftreten, aber nur bei bedeutend grösseren Winkelgeschwindigkeiten. Auch hier wird die Mischphase in nächster Nähe der Zylinderoberfläche durch die schnelle Drehung des Zylinders zerstört. Hinzu kommt noch die Wirkung der Zentrifugalkraft p_r , die hier als Staudruck wirkt

$$p_r = \rho r \omega^2 \delta \text{ dyn cm}^{-2},$$

wobei ρ Dichte der Mischphase, $g \text{ cm}^{-3}$

r Radius der Kreisbahn der vom rotierenden Zylinder mitgerissenen Schicht der Mischphase, cm

ω Winkelgeschwindigkeit der mitgerissenen Schicht, sec^{-1}

δ Dicke der mitgerissenen Schicht (cm) ist.

Wäre die Struktur der Mischphase in der Wandzone des Zylinders nicht zerstört, dann würde der hydrostatische Druck p_h in der Höhe H gegen den Staudruck p_r wirken

$$p_h = \rho g (L - H) \text{ dyn cm}^{-2}$$

und eine Ablösung der Mischphase würde dann auftreten, wenn $p_r \geq p_h$ ist.

Durch Gleichsetzen von p_h mit p_r erhält man die kritische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{K1} = \sqrt{\frac{[(L - H) g]}{R_i d_p}} \text{ sec}^{-1},$$

bei der Ablösung eintreten sollte. Das so berechnete ω_{K1} liegt aber bedeutend höher als das gemessene; das bedeutet, dass der hydrostatische Druck bei der Zerstörung der Struktur der Mischphase an der Wandzone bei der Ablösung von untergeordneter Bedeutung ist.

Dass hier nicht nur die Zentrifugalkraft, sondern auch die Beweglichkeit der Körner eine Rolle spielt, kann man dadurch erkennen, dass ω_{K1} (mit Ablösung) bei unregelmässigen Körnern, die bei der Bewegung behindert sind, bedeutend kleiner ist als bei Kugeln mit glatter Oberfläche und dass ω_{K1} mit steigendem V zunimmt (s. SiC).

Beim Aluminium zeigt A keine eindeutige Abhängigkeit von V , wahrscheinlich hängt deshalb ω_{K1} in diesem Fall auch nicht von V ab.

Je grösser die Beweglichkeit der Körner ist, um so grösser ist die Stabilität gegen die "Abweichung erster Art," d.h. um so grösser ist ω_{K1} .

Bei grossen und schweren Körnern (mit Kugelform) liegt ω_{K1} (mit Ablösung) bei etwa 25 sec^{-1} . Für kleinere kugelförmige Körner konnte ω_{K1} (mit Ablösung) nicht wahrgenommen werden. Es liegt wahrscheinlich über 50 sec^{-1} .

3.3. Strukturänderung im ganzen Messspalt

Bei "flüssigen" Fließbettsystemen erstreckt sich das Scheren der Mischphase auf den ganzen Messspalt. Mit steigendem ω nimmt der Widerstand gegen die Scherkraft zu, wie es quantitativ in [1] besprochen wurde. Oberhalb einer kritischen Winkelgeschwindigkeit kann die Schubspannung τ unregelmässig zunehmen, was durch die Änderung der Dichte der Mischphase bedingt ist. Die Mischphase strebt einem Zustand zu, in dem der Widerstand gegen die Scherkraft am kleinsten ist. Infolgedessen tritt eine gewisse Änderung in der Anordnung der Körner auf. Soweit sie in gewissen Grenzen blieb, konnte festgestellt werden, dass dadurch die Mischphase strukturviskosen Charakter hatte [1]. Diese Änderung der Anordnung der Körner konnte auch unmittelbar beobachtet werden. Bei sehr homogenen Fließbettsystemen konnte im kritischen Bereich die Grenze zwischen den gescherten und ungescherten Teilchen der Mischphase visuell erkannt und die Ausbreitung des gescherten Teiles mit zunehmendem ω mit blossen Augen verfolgt werden [1]. Das Auftreten dieser Grenze auch bei kugelförmigen Körnungen ist nur dadurch erklärbar, dass die Körner unterschiedliche Anordnung in der gescherten bzw. ungescherten Mischphase annehmen.

Wirkt eine äussere Kraft auf die Körner, dann wird die ursprüngliche statistische Anordnung so beeinflusst, dass die Körner jetzt gezwungen sind, eine andere Anordnung einzunehmen, die den kleinsten Widerstand sowohl gegen die Strömung als auch gegen die äussere Kraft bedeutet. Überschreitet diese Kraft eine gewisse Grenze, hier die kritische Schubspannung

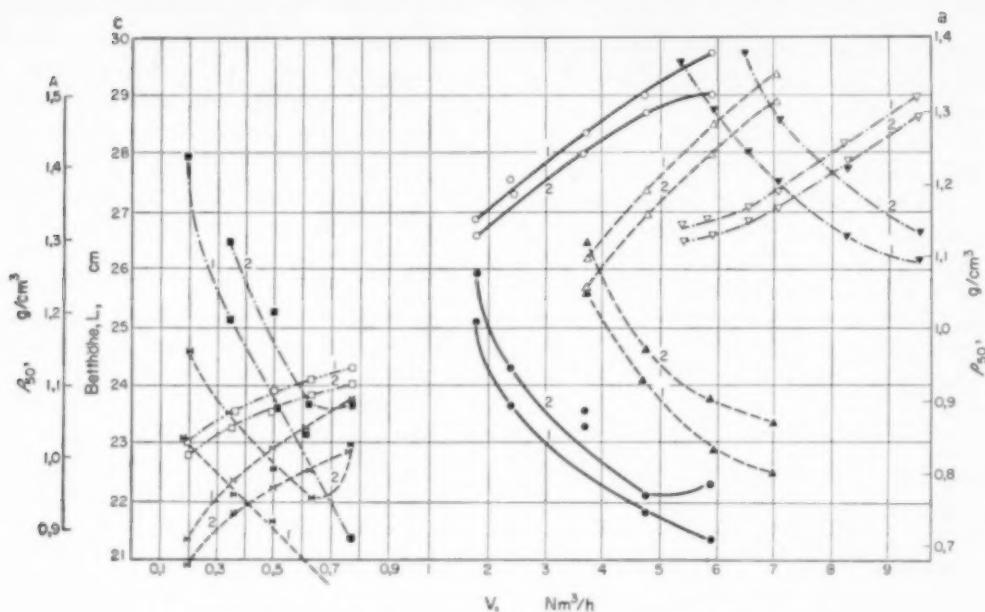


ABB. 16. Einige Volumen- und Dichtefunktionen für Fliessbettssysteme für $\omega = 0$ (Kurve 1) und $\omega = 50 \text{ sec}^{-1}$ (Kurve 2).

Volumenfunktionen $V^* = f(V)$

□	G 70	} Skala: C
◊	Q 75	
○	Q 135	
△	Q 225	
▽	Q 350	

Dichtefunktionen $\rho_{50} = g(V)$

■	G 70	} Skala: B
◼	Q 75	
●	Q 135	
▲	Q 225	
▼	Q 350	

$H = 15 \text{ cm}$

τ_{K2} , "fallen" die Körner in die Zwischenräume der Mischphase. Daher wird im ersten Moment die Dichtezunahme bzw. Volumenabnahme gross, wie es beobachtet werden konnte. Danach nimmt die Dichte wieder langsam ab, da sich der Strömungswiderstand der Körner in dichter Packung erhöht. Darauf stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, der aber von dem ursprünglichen ungescherten oder nur mässig gescherten Zustand abweicht. Abb. 16 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Bettvolumen V^* und der Anströmgeschwindigkeit V bei ungescherten ($\omega = 0$) und stark gescherten Zuständen ($\omega = 50 \text{ sec}^{-1}$). Es ist leicht zu erkennen, dass die entsprechenden Kurvenpaare annähernd parallel laufen, d.h. die Beziehung [2]

$$\Delta V^* = V^* - V_{\text{fest}}^* = c_1 \exp\left(\frac{W^*}{U}\right) \quad (a)$$

bleibt auch während des Scherens erhalten, nur nimmt der absolute Wert von V^*_{fest} bzw. V^* ab. Die relative Abnahme des Volumens $\Delta V^*/V^*_{\text{fest}}$ beträgt etwa 1–5 Prozent.

Durch das Scheren wird also schon im Festbett eine dichtere Packung angenommen. Auch nach Überschreiten des Auflockerungspunktes bleibt diese erhalten, sodass man im ausgebildeten Fliessbett mit Scheren eine grössere Dichte hat als ohne Scheren.

In Abb. 16 sind auch noch einige Dichtefunktionen aufgetragen. Man sieht, dass diese nicht so einheitlich verlaufen wie die Volumenfunktionen $V^*(V)$. Einige Kurven laufen z. B. mit zunehmendem V über ein Dichteminimum, obwohl der Verlauf für das entsprechende Bettvolumen regelmässig ist. Man kann vermuten, dass bei der Dichtezunahme gleichzeitig starke Änderungen in der axialen Dichteverteilung

auftreten, die nicht genau erfasst wurden. Und zwar bildet sich im oben erwähnten Fall örtlich begrenzt ein Dichtemaximum gerade im Messspalt aus.

Die Zunahme der Dichte beginnt bei ω_{K2} . Bei dieser kritischen Geschwindigkeit wirkt $\tau_s = -\tau_{K2}$ auf die Körner. Mit steigender Gasströmungsgeschwindigkeit ändert sich ω_{K2} im allgemeinen nicht, dagegen nimmt τ_{K2} annähernd proportional V zu. Das bedeutet, dass man bei grösserem V eine grössere Kraft braucht, um die ursprüngliche statistische Anordnung der Körner zu ändern.

Nimmt die Dichte der Mischphase durch Änderung der Packungsdichte zu und wird damit die Beweglichkeit kleiner, kann eine "Ablösung" durch diese Änderung hervorgerufen werden (Abb. 3, 5, 14, 15). Da bei der "Ablösung" die Schubspannung τ und damit die auf die Körner wirkende Kraft abnimmt, kann die Änderung der Packungsdichte durch die "Ablösung" wiederum aufgehoben werden, wenn τ dadurch unter τ_{K2} sinkt (Abb. 5, 15, Tab. 2). Bei kleinen Körnern kann eine starke Zunahme der Packungsdichte die "Ablösung" ausschalten (Abb. 3, 6b, 14, 15, Tabelle 2), wenn die Beweglichkeit der kleinen Körner noch ausreichend ist.

Je grösser die Zylinderlänge ist, um so kleiner ist ω_{K2} . Da die auf die Körner wirkende Kraft der Fläche des Zylinders proportional ist, erreicht man schon bei einem kleineren ω_{K2} die kritische Kraft auf das gesamte Bett $K_{s2} = \tau_{K2} F$ (Tabelle 2).

Je breiter der Spalt ist, um so grösser ist τ_{K2} . Da die Strukturänderung der Mischphase in einem breiten Spalt eine grössere Kraft erfordert, benötigt man eine höhere τ_{K2} , welche nur durch grösseres ω_{K2} erreicht wird. Mit zunehmendem Abstand H vom Anströmboden nehmen ω_{K2} und τ_{K2} zu (Tabelle 2). Die rheologischen Messungen zeigten [1], dass die Konstante B im Reibungsgesetz mit zunehmendem H abnimmt. Sie ist der statistischen Grösse β direkt und der mittleren kinetischen Energie der Körner umgekehrt proportional. Dadurch steigt der Widerstand gegen die Strukturänderung mit zunehmendem H . Mit zunehmender

Korngrösse nimmt τ_{K2} ebenfalls zu. Dieser Befund bekräftigt ebenfalls, dass der Widerstand gegen die äusseren Kräfte, d.h. die Stabilität der Mischphase, vom mittleren Energiegehalt der Körner abhängt. Dieser Zusammenhang kann auch aus der experimentell bestimmten Gleichung der Fliesskurve abgeleitet werden.

3.4. Instabilitäten der Mischphase

Nachdem somit die im Anfang aufgeführten Abweichungen erster und zweiter Art der Fliesskurven von ihrem regelmässigen Verlauf auf die Strukturänderungen in der Mischphase zurückgeführt werden können, erscheint es gerechtfertigt, die genannten Abweichungen als "Instabilitäten erster und zweiter Art" der Mischphase zu bezeichnen. Die Instabilität erster Art mit Ablösung ist analog der reibungslosen Instabilität zwischen coaxialen Zylindern, die durch die Zentrifugalkraft hervorgerufen wird ("Taylor'sche Instabilität") [3]. Die Instabilität zweiter Art ist eine durch die Scherkraft verursachte Strukturänderung der Mischphase. Sie bewirkt eine Abnahme des Bettvolumens bzw. Zunahme der Dichte und damit verbunden eine Zunahme der Zähigkeit. Gleichzeitig nimmt die Zahl und Grösse der Blasen ab.

4. ZUSAMMENFASSUNG

So kann das unregelmässige Verhalten der Fliesskurve von Fliessbettsystemen auf folgende Ursachen zurückgeführt werden:

Nimmt die Schubspannung bei kleinem ω und V mit zunehmendem ω ohne Ablösung der Mischphase ab, so tritt eine Zerstörung der Struktur der Mischphase in der Wandzone durch die Scherkraft des rotierenden Zylinders auf. Diese findet sich nur in "halbflüssigen" Fliessbettsystemen.

Nimmt die Schubspannung bei grösserem ω und V mit zunehmendem ω bei gleichzeitiger Ablösung der Mischphase ab, so wirken die Scher- und Zentrifugalkraft gleichzeitig in der Weise, dass die Scherkraft durch die Zerstörung der Struktur der Mischphase an der Wand den hydrostatischen Druck der letzteren ausschaltet und die Ablösung der Mischphase durch die Zentrifugalkraft ermöglicht.

Nimmt die Schubspannung mit steigendem ω unregelmässig zu, so wird die Anordnung der Körner im ganzen Messspalt durch die Scherkraft so geändert, dass die Körner eine dichtere Packung einnehmen. Damit nimmt die Dichte der Mischphase zu, ihr Volumen ab, und die Blasengrösse und Blasenhäufigkeit nehmen ebenfalls ab. Je grösser die Beweglichkeit der Körner ist, um so grösser ist die Stabilität der Mischphase gegen ihre Zerstörung in der Wandzone (Stabilität erster Art).

Je grösser die mittlere Bewegungsenergie der Körner ist, um so grösser ist die Stabilität der Mischphase gegen die Änderung der Fließbettstruktur (Stabilität zweiter Art.).

Kleine glatte kugelförmige Körner besitzen grosse Beweglichkeit, aber verhältnismässig kleine Energie. Sie haben Fließkurven, die bei grossem ω unregelmässig zunehmen.

Kleine Körner von unregelmässiger Form haben kleine Beweglichkeit und kleine Energie. Deshalb zeigen sie nur bei sehr hohen Gasströmungsgeschwindigkeiten "regelmässige Fließkurven"; bei ihnen nimmt τ bei grossem ω unregelmässig zu.

Grosse glatte kugelförmige Körner haben mittlere Beweglichkeit und grosse Energie, daher besitzen sie in einem weiten Gasströmungsbereich "regelmässige Fließkurven"; bei ihnen nimmt τ im allgemeinen bei grossem ω ab.

Grosse Körner mit unregelmässiger Form haben kleine Beweglichkeit und grosse Energie. Sie besitzen nur bei grossem V "regelmässige Fließkurven"; bei grossem ω nimmt τ ab.

Der sehr unregelmässige Kork hat sehr kleine

Beweglichkeit und sehr kleine Energie, daher besitzt er keine "regelmässige Fließkurve."

Anerkennung—Für die Förderung der Arbeit danken wir dem Institutsdirektor, Herrn Prof. Dr. G. SCHIEMANN. Dem Bundesminister für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft und der Deutschen Forschungsgemeinschaft sei für die Bereitstellung von Apparaturen gedankt.

7. FORMELVERZEICHNIS

d_p = Korndurchmesser	cm bzw. μ
D_i = Durchmesser des Fließbettes	cm
H = Abstand der Mitte des rotierenden Zylinders vom Anströmboden	cm
L = Höhe des Fließbettes	cm
M = Gewicht des Bettes	g
n_{40} = Freiheitsgrad aus R_{50} bestimmt [2]	
p_s = Staudruck durch die Zentrifugalkraft	$g\text{ cm}^{-2}$
p_h = Hydrostatischer Druck	$g\text{ cm}^{-2}$
Δp = Druckabfall des Gases	kpm^{-2}
R_i = Radius des Innenzylinders	cm
s = Standardabweichung $\sqrt{s^2}$	
s^2 = mittlere quadratische Abweichung	
U = mittlere Bewegungsenergie der Körner	erg
v^* = Variabilitätskoeffizient s/τ der Schwankungen der Schubspannung	
v_{50} = Variabilitätskoeffizient der Schwankungen der Dichte der Mischphase [2]	
\bar{v}_{50} = Mittelwert von v_{50} der einzelnen Proben der instationären Systeme [2]	
$v'_{50} = v_{50}$ für die Summenkurven der Proben [2]	
$v_{rel} = (v'_{50} - v_{50})/\bar{v}_{50}$	
V = volumetrische Gasgeschwindigkeit	Nm^3/hr
V_{fl} = V beim Auflockerungspunkt	Nm^3/hr
ρ_{50} = Zentralwert der Häufigkeitsverteilung der Dichte der Mischphase	$g\text{ cm}^{-3}$
$\bar{\rho}_{50}$ = Mittelwert von ρ_{50} der einzelnen Proben	
ρ_{fest} = Dichte des Festbettes	$g\text{ cm}^{-3}$
τ = Schubspannung	$dyn\text{ cm}^{-2}$
ω = Winkelgeschwindigkeit	sec^{-1}

LITERATUR

- [1] SCHÜGERL K., MERZ M. und FETTING F., in this issue. *Chem. Eng. Sci.*
- [2] SCHÜGERL K., MERZ M. und FETTING F., in this issue. *Chem. Engng. Sci.*
- [3] SCHLICHTING H. *Grenzschichttheorie*. Braun, Karlsruhe 1958.
- [4] SCHÜGERL K., MERZ M. und FETTING F., *Rheologische Eigenschaften von gasdurchströmten Fließbettsystemen*. Bibliothek der Technischen Hochschule Hannover. (Tabellen).

Gas absorption with first-order chemical reaction in a spherical liquid film

G. A. RATCLIFF and J. G. HOLDCROFT*

Department of Chemical Engineering, Pembroke Street, Cambridge

(Received 25 July, 1960; in revised form 12 August 1960)

Abstract—The absorption rates of CO_2 and of 1, 1-dimethoxyethane vapour into spherical liquid films in which they undergo first-order chemical reactions have been measured. The diffusion equation assuming an irreversible first-order reaction has been solved. The solution has been used to calculate values of $c^* \sqrt{D}$ and the reaction velocity constant from the experimental absorption rates. Good agreement with independent kinetic measurements of the velocity constant was obtained. The method may be used for the measurement of the kinetics of fast reactions.

Résumé—Mesure des vitesses d'absorption de CO_2 et de vapeur de 1,1-diméthoxyéthane dans des films liquides sphériques avec réactions chimiques du 1^{er} ordre. L'équation de diffusion a été résolue en supposant la réaction irréversible. La solution a été utilisée pour calculer les valeurs de $c^* \sqrt{D}$ et les constantes de vitesse de la réaction à partir des vitesses d'absorption expérimentales. Concordance avec la constante de vitesse obtenue par des mesures cinétiques indépendantes. La méthode peut être utilisée pour mesurer la cinétique de réactions rapides.

Zusammenfassung—Die Absorptionsgeschwindigkeiten von CO_2 und 1, 1-Dimethoxyäthan-Dämpfen an kugelförmigen Flüssigkeitsfilmen, in denen sie einer Reaktion I. Ordnung unterliegen, wurden gemessen. Die Diffusionsgleichung wurde unter der Annahme einer irreversiblen Reaktion I. Ordnung gelöst. Diese Lösung wurde dazu benutzt, die Werte für $c^* \sqrt{D}$ und die Reaktionsgeschwindigkeitskonstante aus den experimentellen Absorptionsgeschwindigkeiten zu berechnen. Es wurde eine gute Übereinstimmung mit davon unabhängigen kinetischen Messungen der Reaktionsgeschwindigkeitskonstanten erzielt. Die Methode kann für die Messung der Kinetik schneller Reaktionen benutzt werden.

INTRODUCTION

ABSORPTION of sparingly soluble gases into spherical liquid films has been used by DAVIDSON [1] to measure diffusivities. The spherical-film absorber has the advantage that the end-effects are smaller than in the conventional wetted-wall

column. The method has now been extended to absorption with first-order chemical reaction, and offers a convenient method for the measurement of the kinetics of fast reactions.

Where the flow of liquid is laminar the solution of the diffusion equation is

$$G = 2 \sqrt{(3)} c^* \sqrt{(D)} \left(\frac{2\pi g}{3\nu} \right)^{1/6} \times R^{7/6} L^{1/3} \int_0^\pi \frac{\sin^{5/3} \theta}{\left(\int_0^\theta \sin^{5/3} \alpha d\alpha \right)^{1/2}} \times [\phi g'(\phi) + \frac{1}{2}] \exp \left(- \int_0^\theta \frac{kR}{u^*} d\alpha \right) d\theta \quad (1)$$

where

$$\phi g'(\phi) = \sin^{-4/3} \theta \exp \left(\int_0^\theta \frac{kR}{u^*} d\alpha \right) \int_0^\theta \frac{kR}{u^*} \sin^{4/3} \alpha d\alpha$$

The derivation of this equation and a list of symbols are in the Appendix.

*Present address: British United Shoe Machinery Co., Belgrave Road, Leicester.

The selection of a suitable chemical reaction of known kinetics with which to test equation (1) is difficult. Consider the reaction between a diffusing gas A and a substance B in the liquid. Many systems give kinetics that are first-order with respect to A but of total order greater than unity, so that the concentration of B must be held constant to obtain pseudo-first-order kinetics.

Normally substance B will be used up by the chemical reaction. Under these conditions, we may be able to keep the concentration of B effectively constant if

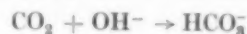
- (a) the initial concentration of B is very large compared with the concentration of a saturated solution of A, or
- (b) the concentration of B is maintained by a fast equilibrium reaction between B and some other substance, e.g. as in a buffer solution, or
- (c) substance B is effectively a catalyst and is reformed by a rapid subsequent step in the reaction.

Many chemical reactions come into this last category (e.g. the hydrolysis of esters in acid solution, catalysed by hydrogen ions). However, almost all of the reactions which have been studied are too slow for our purposes. This is not surprising since the traditional methods of physical chemistry for measuring reaction rates rely on diffusion to maintain uniform concentrations in batch reactors, i.e. they can only be used for systems where reaction times are much larger than diffusion times. In gas absorption, chemical reaction times must be of the same order of magnitude as diffusion times if the reaction is to effect the absorption. Special techniques are therefore required to measure the reaction velocity constants.

Little previous work has been done on gas absorption with chemical reaction under conditions such that the diffusion equation can be solved. DANCKWERTS and KENNEDY [2] absorbed carbon dioxide into carbonate-bicarbonate buffer solutions using a rotating drum to carry liquid through the gas. This is an ideally simple flow arrangement, but gave slightly low results,

probably partly due to the hydrodynamic end effect at the liquid exit and partly to the finite time required for the liquid to accelerate to the drum speed. NIJSING and KRAMERS [8] used a wetted-wall column for the same chemical system. They added a surface-active agent to eliminate rippling, but had an appreciable "end effect."

Under the conditions employed by both workers for the absorption of carbon dioxide the rate controlling step in the reaction is



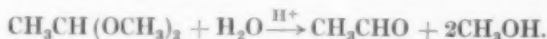
This chemical system has two disadvantages. Firstly, the buffering action can only reduce changes in the concentration of the hydroxyl ion, so that the reaction can only be considered first-order over a limited range of absorption. Secondly, the second-order velocity constant depends on the nature of the absorbing solution and is not known accurately for the solutions used. Moreover, the hydroxyl ion concentration must be calculated from the equilibrium constant for the reaction



and the relevant activity coefficients are not known for the solutions used. Thus there is considerable uncertainty in the pseudo-first-order reaction velocity constant.

The absorption of nitrogen tetroxide into water also involves the first-order reaction of the gas dissolved in the liquid phase [4, 5, 6]. This chemical reaction has the disadvantage that at a given temperature the first-order reaction velocity constant cannot be varied.

The chemical reaction chosen was the hydrolysis of 1, 1-dimethoxyethane by water into acetaldehyde and methanol.



The reaction is catalysed by hydrogen ions, and the reaction rate is given by

$$-\frac{d}{dt} [\text{CH}_3\text{CH}(\text{OCH}_3)_2] = k [\text{H}^+] [\text{CH}_3\text{CH}(\text{OCH}_3)_2]$$

The velocity constant k has been measured by OLSON [7] using a dilatometric technique. The

first step in this reaction is presumably the attack on the 1, 1-dimethoxyethane molecule by a hydrogen ion. Subsequent steps result in the formation of methanol and acetaldehyde and the regeneration of the hydrogen ion. Whatever the mechanism of the reaction, the observed kinetics justify the assumption that the hydrogen ions are not depleted.

Measurements were also made of the rate of absorption of carbon dioxide into buffer solutions for comparison with previous work.

EXPERIMENTAL METHOD

The spherical modification of a wetted-wall column employed by DAVIDSON and CULLEN [1] was employed to measure $c^* \sqrt{D}$ and k . The entire apparatus was placed in a constant-temperature room maintained at $25 \pm 1^\circ \text{C}$. The measurements with CO_2 were all made at atmospheric pressure, and the apparatus and procedure were essentially the same as those used by DAVIDSON. The air-free absorbing liquids were brought to 25°C by flowing through a copper coil in a thermostat, and were filtered before metering. Carbon dioxide was generated from the solid and stored in a large balloon. A continuous purge was taken from the column to prevent the build-up of impurities. The purge

gas was dried and metered by a second rotameter.

Fig. 1 is a flow diagram of the modified apparatus used for measurements with 1,1-dimethoxyethane. Since 1, 1-dimethoxyethane is a liquid at 25°C and atmospheric pressure, it was necessary to work either in the presence of an inert gas or at reduced pressure. In the former case it is difficult to eliminate the gas phase resistance, and it was therefore decided to work at a partial pressure of 1, 1-dimethoxyethane of 12 cm Hg. The required pressure was obtained by employing a vacuum pump and a controlled leak consisting of a $\frac{1}{16}$ in. needle valve, and was maintained constant to within 1 per cent. Dimethoxyethane vapour was generated by boiling in a flask immersed in a constant-temperature tank. The vapour was passed through the column and the soap film meter. The vapour supply was then cut off and the descent of the soap film timed to give the rate of absorption.

The table tennis ball used as a sphere was filled with "Araldite" casting resin to avoid leakage of air from the interior at the low pressure used.

RESULTS

(a) Absorption of carbon dioxide into carbonate-bicarbonate buffer solutions

Experimental results are shown in Figs. 2 and

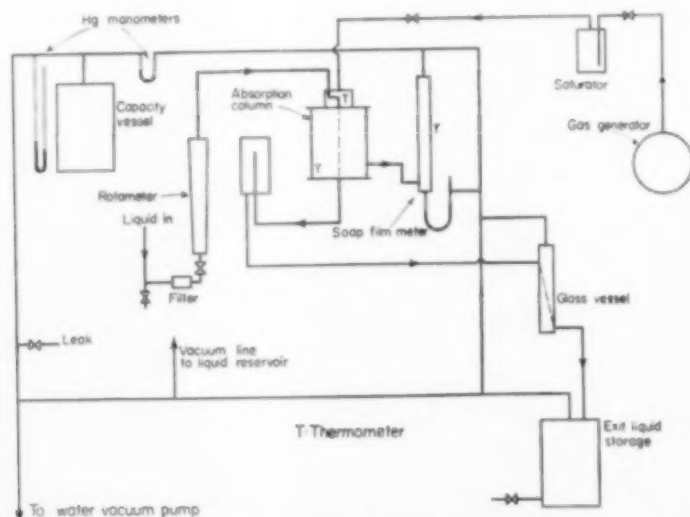


Fig. 1. Flow diagram of apparatus for 1, 1-dimethoxyethane absorption.

3. Values of $c^* \sqrt{D}$ and k have been found by fitting equation (1) to the experimental data. The points of these Figs. are the actual experimental results and the lines represent equation (1) with the fitted values of $c^* \sqrt{D}$ and k .

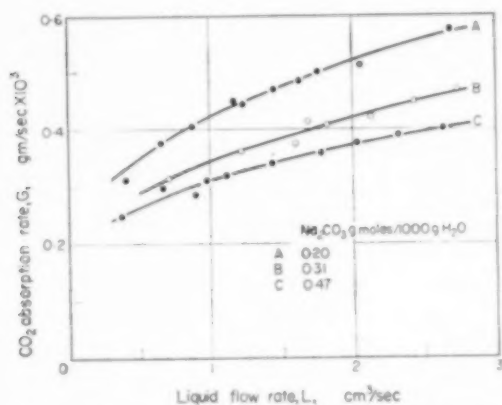


FIG. 2. Absorption of CO_2 into sodium carbonate-bicarbonate buffer solutions.

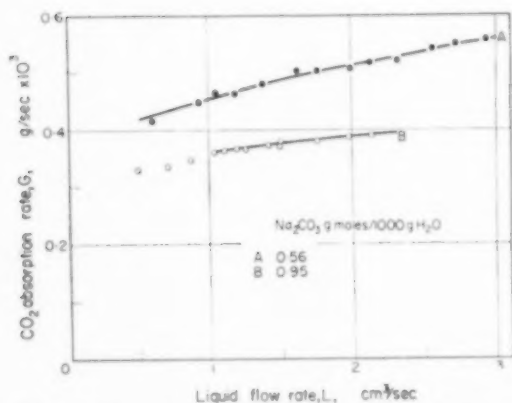


FIG. 3. Absorption of CO_2 into sodium carbonate-bicarbonate buffer solutions.

The accuracy of measurement of $c^* \sqrt{D}$ is greater than that of k . The values of $c^* \sqrt{D}$ could be estimated to within about 4 per cent by line-fitting. The sensitivity of equation (1) to k varies with the magnitude of k . The higher values could be estimated to within about 7 per cent and the lower to within about 12 per cent.

Results are summarized in Table 1.

Table 1. Absorption of carbon dioxide into sodium carbonate-bicarbonate buffer solutions at 25°C 1 atm total pressure

Run	$\frac{[\text{CO}_3^{2-}]}{[\text{HCO}_3^-]}$	I (g ions/kg water)	μ (cp)	Predicted values			Experimental values		
				c^* (g cm ⁻³)	D (cm ² sec ⁻¹ $\times 10^5$)	$c^* \sqrt{D}$ (g cm ⁻² sec ^{-1/2} $\times 10^6$)	k (sec ⁻¹)	$c^* \sqrt{D}$ (g cm ⁻² sec ^{-1/2} $\times 10^6$)	k (sec ⁻¹)
33	1.0	0.8	1.03	0.125	1.75	5.24	2.7	3.44	2.6
34	1.0	1.24	1.13	0.115	1.67	4.70	3.1	4.42	2.8
35	1.0	1.88	1.27	0.100	1.54	3.92	3.8	3.88	3.8
36	2.0	1.96	1.28	0.099	1.55	4.02	7.8	4.13	6.0
37	2.0	3.36	1.71	0.072	1.30	2.60	12.9	3.48	11.0

(b) *Absorption of 1, 1-dimethoxyethane into acid solutions*

Runs were made not only into aqueous hydrochloric acid but also into solutions containing both HCl and sodium chloride. Solutions containing sodium chloride were used for two reasons: (a) the addition of sodium chloride increases the value of k , and kinetic data for such solutions are available [7], and (b), the presence of sodium chloride improves the stability of the liquid film on the sphere.

With pure water or with dilute sodium chloride solutions the appearance of the liquid film ceased to be glassy during absorption. Although the surface of the film did not appear to be disturbed, it gave the impression of shimmering. Under most conditions this shimmering could be prevented by the addition of a surface-active agent. The addition of surface-active agent also permitted measurements to be made in the few cases where it was otherwise difficult to maintain a liquid film over the entire surface. In most runs no surface-active agent was added and no shimmering occurred.

Shimmering could be eliminated by lowering the pressure, by increasing the sodium chloride concentration, or by adding surface-active agent. All these effects reduce the change in surface tension caused by the absorption of 1, 1-dimethoxyethane. It seems likely that the shimmering is due to local variations of surface tension resulting from the absorption. Such variations might

be caused by the very small mechanical disturbances that are always present, and which at higher flow rates are amplified into visible ripples.

Typical experimental results are shown in Fig. 4. Except for runs 38–42, where the absorption was purely physical, $c^*\sqrt{D}$ and k have been found as before by fitting equation (1) to the experimental data. The points of Fig. 4 are actual experimental results and the lines represent equation (1) with the fitted values of $c^*\sqrt{D}$ and k . The accuracy of $c^*\sqrt{D}$ is again about ± 4 per cent for the runs with chemical reaction. That of k varies from about ± 10 per cent for the higher values to about ± 25 per cent for the lower values. Results are summarized in Table 2.

Runs 39–41 show the effect of adding surface-active agent, the flow being glassy in each case. Run 40, with 6 per cent teepol present, is lower than would be expected from linear interpolation between runs 39 and 41, but the discrepancy might be accounted for by experimental error.

Runs 55 and 56 were made under similar conditions, except that in run 55 six per cent teepol was added and the flow was glassy, while in run 56 no teepol was added and shimmering occurred at all liquid flow rates. Fig. 5 shows the experimental points and the fitted curves. The close agreement of the absorption rates suggest that neither teepol nor shimmering can be having much effect on the mass transfer, since the two

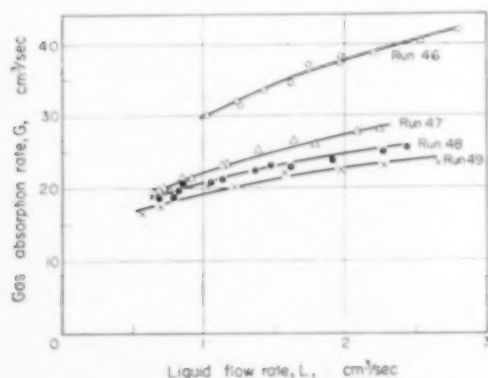


FIG. 4. Absorption of 1, 1-dimethoxyethane vapour into aqueous NaCl-HCl solutions.

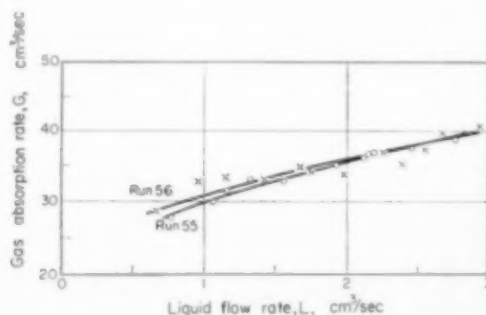


FIG. 5. Absorption of 1, 1-dimethoxyethane vapour into aqueous NaCl-HCl solutions, in presence of either shimmering (run 56) or of surface-active agent (run 55).

Table 2. Absorption of 1, 1-dimethoxyethane into acid solutions at 25°C, 12 cm Hg partial pressure of dimethoxyethane

Run	$\frac{[\text{NaCl}]}{[\text{HCl}]}$	I [NaCl] + [HCl] (g ions/l.)	Kinematic viscosity, ν (cm ² sec ⁻¹ $\times 10^5$)	Experimental values		$k_{\text{predicted}}$ (sec ⁻¹)	Notes
				$c^* \sqrt{D}$ (g cm ⁻² sec ^{-1/2} $\times 10^6$)	k (sec ⁻¹)		
38	∞	0	0.806	0.531	0	0	0% teepol
39	∞	2.17	1.023	0.294	0	0	
40	∞	2.24	1.031	0.256	0	0	6% teepol
41	∞	2.84	1.086	0.211	0	0	
42	∞	4.00	1.223	0.133	0	0	
43	4.0	3.06	1.008	0.260	1.1	1.1	
44	4.0	3.45	1.140	0.249	1.6	1.6	
45	4.0	5.06	1.330	0.184	6.5	6.5	
46	3.0	1.72	0.984	0.414	0.3	0.3	6% teepol
47	3.0	2.92	1.065	0.298	1.1	1.1	
48	3.0	4.14	1.190	0.252	4.0	3.2	
49	3.0	4.72	1.264	0.227	5.2	5.2	
50	2.0	1.38	0.974	0.445	0.3	0.3	6% teepol
51	2.0	3.60	1.123	0.314	3.2	2.2	
52	2.0	4.20	1.196	0.304	3.4	3.4	
53	2.0	5.04	1.298	0.253	6.4	6.4	
54	1.0	2.34	1.017	0.438	0.8	0.8	6% teepol
55	1.0	4.88	1.228	0.367	4.5	4.5	6% teepol
56	1.0	5.02	1.232	0.360	6.0	4.9	"shimmering" at all liquid flows
57	0	0.98	0.930	0.595	0.3	0.3	6% teepol
58	0	1.80	0.961	0.670	0	0.5	0% teepol
59	0	3.06	1.017	0.700	0.4	0.8	6% teepol and "shimmering"

effects would be expected to be in opposite directions.

These comparison runs indicate that addition of teepol or the presence of shimmering have an effect on the values of $c^* \sqrt{D}$ and k which is less than the experimental uncertainty.

DISCUSSION

(a) Carbon dioxide

Figs. 2 and 3 show that it is possible to choose values of $c^* \sqrt{D}$ and k so that the observed absorption rates follow the theoretical rates by equation (1). This fact by itself does not confirm the validity of equation (1), and it is necessary to compare the values of $c^* \sqrt{D}$ and k with those predicted from other measurements.

The solubility of a gas in a solution with which it reacts cannot be determined by equilibrium measurements. The solubility of gases in aqueous electrolyte solutions with which they do not react is given by the equation below [8]:

$$\ln \frac{c^*}{c_0^*} = -k_s I, \quad (2)$$

where c_0^* is the solubility of the gas in pure water. k_s may be expressed as the sum of three terms,

$$k_s = i_+ + i_- + i_g.$$

The terms i_+ , i_- and i_g are characteristic respectively of the positive ion of the electrolyte, the negative ion and the particular gas dissolving. VAN KREVELEN and HOFTIJZER [8] list values of i for several ions and gases, including sodium ($i = 0.094$) and carbonate ($i = 0.021$) ions, but not the bicarbonate ion. In general, anions have smaller values of i than cations, and with the exception of the hydroxyl ion, no anions listed have a value of i greater than 0.021. The nitrate ion, which has a similar electronic structure to the bicarbonate ion, has a value of i of zero. It seems probable that the value of i for the bicarbonate ion will be small compared with that for the sodium ion and will have a relatively small effect on k_s . In predicting the solubility of CO_2 in a mixed solution of sodium carbonate and bicarbonate, the value of i for the bicarbonate and carbonate ions have been assumed equal.

The diffusivity of carbon dioxide in aqueous electrolyte solution has been predicted on the basis of a correlation developed by the authors [9].

Under the experimental conditions employed, the rate-controlling step for the reaction of carbon dioxide with the buffer solution is:



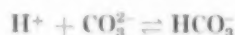
The reaction is effectively irreversible. The rate of reaction is given by:

$$-\frac{d[\text{CO}_2]}{dt} = k_2 [\text{CO}_2] [\text{OH}^-]$$

If the concentration of hydroxyl ions is held approximately constant by the buffer solution, the reaction may be regarded as first-order with velocity constant

$$k = k_2 [\text{OH}^-]$$

Equilibrium may be assumed to be maintained for the reactions:



$$\text{Hence } K_w = \gamma_{\text{H}^+} \gamma_{\text{OH}^-} [\text{H}^+] [\text{OH}^-]$$

$$\text{and } K_c = \frac{\gamma_{\text{H}^+} \gamma_{\text{CO}_3^{2-}} [\text{H}^+] [\text{CO}_3^{2-}]}{\gamma_{\text{HCO}_3^-} [\text{HCO}_3^-]}$$

where K_w is the ionic product of water and K_c the second ionization constant of carbonic acid.

$$\text{Hence } [\text{OH}^-] = \frac{K_w [\text{CO}_3^{2-}]}{K_c [\text{HCO}_3^-] \gamma_{\text{OH}^-} \gamma_{\text{HCO}_3^-}}$$

$$\text{i.e. } k = k_2 \frac{K_w [\text{CO}_3^{2-}]}{K_c [\text{HCO}_3^-] \gamma_{\text{OH}^-} \gamma_{\text{HCO}_3^-}}$$

PINSENT *et al.* [9] have measured k_2 as a function of ionic strength for solutions containing various inorganic salts. As would be expected, k_2 varies not only with ionic strength but to some extent with the nature of the solution. Furthermore, the activities of the several ions in the solutions are not known, so that the ratio of the activity coefficients has been taken as unity. The predicted value of k is therefore open to some doubt.

Predicted and experimental values of $c^* \sqrt{D}$ and k are compared in Table 1. Satisfactory

agreement is obtained between predicted and experimental values for $c^* \sqrt{D}$ except at the highest ionic strength. Under these conditions it would be expected that the predicted value would not be very accurate, since equation (2) is less reliable at high ionic strengths [8]. The experimental results are in agreement with the single value for $c^* \sqrt{D}$ (corrected to the same conditions) found by NIJSING and KRAMERS [3]. DANCKWERTS and KENNEDY [2] found appreciably lower values of $c^* \sqrt{D}$, but this may be partly explained by the fact that their apparatus gave low values for absorption rates.

The experimental values of k are in good agreement with the predicted values, but tend to be lower than the predicted values at high ionic strengths. This may be due to the ratio of the activity coefficients departing from unity with increasing ionic strength. The values of k are not consistent with those of NIJSING and KRAMERS, who found that k was independent of ionic strength at constant buffer ratio. Determination of the relevant activities would help to resolve this discrepancy.

(b) 1, 1-dimethoxyethane

Figs. 4 and 5 and corresponding plots for the remaining data show that it is again possible to choose values of $c^* \sqrt{D}$ and k so that the observed absorption rates follow the theoretical rates given by equation (1).

In this case it is difficult to predict a value of $c^* \sqrt{D}$. OLSON [7] gives values of k for the hydrolysis of 1, 1-dimethoxyethane for various concentrations of sodium chloride, but only at very low hydrogen ion concentrations. Table 2 compares these values of k with experimental results. In most cases agreement between the predicted and experimental values of k is excellent. Agreement is not quite so good in a few runs at high hydrochloric acid concentration. This may well be due to a dependence of the reaction velocity constant on the hydrogen chloride concentration.

The hydrolysis of 1, 1-dimethoxyethane is a convenient system for studies of absorption with reaction in which it is desired to vary the reaction velocity constant. Furthermore, by a suitable

choice of the NaCl and HCl concentrations the velocity constant may be varied without changing the solution viscosity.

Acknowledgement—The authors are grateful for the award of a Shell Studentship to one of them (J.G.H.).

APPENDIX

Derivation of equation (1)

Consider the diffusion of a gas into a liquid film flowing over a sphere when the absorption is accompanied by a first-order chemical reaction. Fig. 6 represents a vertical section through the centre of the sphere. At low flow rates the flow is laminar with a semi-parabolic velocity distribution [1].

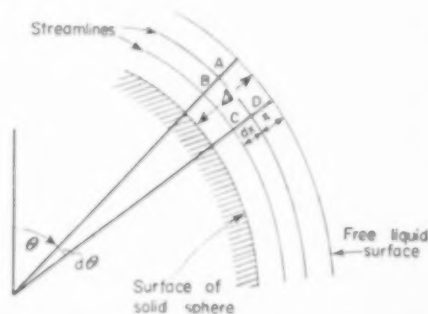


Fig. 6. Vertical section through centre of sphere.

Consider an annular element of liquid film of cross-section ABCD, where AD and BC are streamlines and AB and DC radial lines. Since conditions are steady the total amount of unreacted gas in the element remains constant. The net rate of diffusion of gas into the element must thus be equal to the rate of reaction within the element plus the net rate of convection out of the element.

Let R = radius of sphere

Δ = film thickness

x = distance from surface to element

θ = inclination of radial lines to vertical

D = diffusivity of unreacted gas in liquid

c = concentration of unreacted gas in liquid

k = reaction velocity constant

u = liquid velocity along streamline BC

ψ = volume flow rate between liquid surface and BC.

For the sphere used, $R \gg \Delta$.

The rate of diffusion of unreacted gas into the element across BC is $-2\pi(R + \Delta - x)^2 \sin \theta d\theta D (\partial c / \partial x)$. Subtracting from this the diffusion out of the element across AD and neglecting diffusion in the direction of liquid flow and $(\Delta - x)$ in comparison with R the net rate of diffusion into the element is

$$2\pi D \sin \theta \left[R^2 \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right)_\theta - 2R \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_\theta \right] dx d\theta$$

Since $R \gg \Delta$, we may neglect $\partial c / \partial x$ by comparison with $R \partial^2 c / \partial x^2$.

The rate of reaction of the gas in the element is $2\pi R^2 \sin \theta dx d\theta kc$.

The rate of convection of unreacted gas into the element across AB is $2\pi (R + \Delta - x) \sin \theta dx uc$.

Subtracting from this the convection out across DC , since there is no convection across the streamlines, the net rate of convection out of the element is $2\pi R \sin \theta u (\partial c / \partial \theta)_\phi dx d\theta$.

Hence

$$DR \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right)_\theta = Rkc + u \left(\frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_\phi \quad (\text{A.1})$$

Let $u^* =$ surface velocity of liquid

$$y = \frac{x}{\Delta} \quad (\text{A.2})$$

then since the velocity profile is parabolic,

$$u = u^* (1 - y^2) \quad (\text{A.3})$$

Integrating along a radial line, if L is the total liquid flow rate

$$\psi = \frac{3}{2} L \left(y - \frac{y^3}{3} \right) \quad (\text{A.4})$$

Eliminating x and ϕ from equation (A.1) using equations (A.2) and (A.4) and neglecting y^2 in relation to unity (i.e. assuming that the depth of penetration is small),

$$\frac{DR}{\Delta^2} \left(\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right)_\theta = Rkc + u^* \left(\frac{\partial c}{\partial \psi} \right)_y \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Let } c = \epsilon \exp \left(- \int_0^\theta \frac{kR}{u^*} dx \right) \quad (\text{A.6})$$

and define a function ϕ such that

$$\frac{d\phi}{d\theta} = \frac{R}{u^* \Delta^2} \quad (\text{A.7})$$

and $\phi = 0$ when $\theta = 0$.

Then equation (A.5) becomes

$$D \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial y^2} \right)_\phi = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} \right)_y \quad (\text{A.8})$$

The boundary conditions are

(i) $y = 0$, $c = c^*$ (no surface resistance)

$$\text{and } \epsilon = c^* \exp \left(\int_0^\theta \frac{kR}{u^*} dx \right)$$

(ii) $\theta = 0$, $c = 0$ (liquid initially contains no dissolved gas).

and $\epsilon = 0$ and $\phi = 0$.

If boundary condition (i) were $y = 0$, $\epsilon = \epsilon^* = \text{constant}$, then the solution to equation (A.8) would be

$$\epsilon = \epsilon^* \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{(D\phi)}} \right)$$

DURAMEL's theorem [12] enables this solution to be extended to the case where boundary conditions (i) is

$$y = 0, \epsilon = \text{function}(\phi) = f(\phi)$$

The solution becomes:

$$\epsilon = \int_0^\phi f(X) \frac{\partial}{\partial \phi} h(y, \phi - X) dX \quad (\text{A.9})$$

$$\text{where } h(y, \phi - X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \exp(-\beta^2) d\beta$$

$$\frac{y}{2\sqrt{(\phi - X)}}$$

$$\text{Hence, putting } \beta = \frac{y}{2\sqrt{(D(\phi - X))}}$$

$$\epsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty f \left(\phi - \frac{y^2}{4D\beta^2} \right) \exp(-\beta^2) d\beta \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{y}{2\sqrt{(D\phi)}}$$

$$\text{where } f(\phi) = c^* \exp \left(\int_0^\theta \frac{kR}{u^*} dx \right)$$

Differentiating equation (A.10) with respect to y a constant ϕ ,

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right)_\phi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^\infty f' \left(\phi - \frac{y^2}{4D\beta^2} \right) \left(- \frac{2y}{4D\beta^2} \right) \right.$$

$$\left. \exp(-\beta^2) d\beta - \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \exp \left(- \frac{y^2}{4D\phi} \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

The rate of gas absorption is given by [1]

$$G = \frac{3LD}{2} \int_0^{\phi_2} - \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right)_{y=0} d\phi \quad (\text{A.12})$$

where ϕ_2 is the value of ϕ corresponding to $\theta = \pi$. Now for very small values of y , we can replace

$$\left(\phi - \frac{y^2}{4D\beta^2} \right) \text{ in equation (A.11) by } f'(\phi), \text{ giving}$$

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right)_{\text{small } y} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

$$\left[\frac{y}{2D} f'(\phi) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\beta^2)}{\beta^2} d\beta + \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \exp\left(-\frac{y^2}{4D\phi}\right)\right] \quad (\text{A.13})$$

Integrating by parts,

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp(-\beta^2)}{\beta^2} d\beta = \frac{2\sqrt{(D\phi)}}{y} \exp\left(-\frac{y^2}{4D\phi}\right) - \sqrt{(\pi)} \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{(D\phi)}}$$

Hence, substituting

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right)_{\text{small } y} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{\left(\frac{\phi}{D}\right)} f'(\phi) \exp\left(-\frac{y^2}{4D\phi}\right) - \frac{y\sqrt{\pi}}{2D} f'(\phi) \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{(D\phi)}} + \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \exp\left(-\frac{y^2}{4D\phi}\right) \right]$$

and putting $y = 0$,

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right)_{y=0} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{\left(\frac{\phi}{D}\right)} f'(\phi) + \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \right] \quad (\text{A.14})$$

From (A.6)

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \exp\left(-\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right)$$

Substituting in (A.12)

$$G = \frac{3LD}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\theta} \exp\left(-\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \left[\sqrt{\left(\frac{\phi}{D}\right)} f'(\phi) + \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \right] d\phi \quad (\text{A.15})$$

$$\text{Now } u^* = \frac{3L}{4\pi R \Delta_1 \sin^{1/3} \theta}$$

and $\Delta = \Delta_1 \sin^{-2/3} \theta$ [1]

where Δ_1 is the film thickness at the "equator."

Hence from (A.7)

$$d\phi = \frac{4\pi R^2 \sin^{5/3} \theta d\theta}{3L \Delta_1}$$

and substituting in (A.15)

$$G = \frac{4\sqrt{(\pi)} R^2 D}{\Delta_1} \int_0^{\pi} \sin^{5/3} \theta \exp\left(-\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \left[\sqrt{\left(\frac{\phi}{D}\right)} f'(\phi) + \frac{f(0)}{2\sqrt{(D\phi)}} \right] d\theta \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Now } \Delta_1 = \left(\frac{3\nu L}{2\pi Rg}\right)^{1/3} \quad (\text{A.17})$$

where ν is the kinematic viscosity and $f(0) = c^*$

$$\begin{aligned} \text{and } f'(\phi) &= \frac{\partial f(\phi)}{\partial \phi} = \frac{\partial f(\phi)}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\phi} = \frac{u^* \Delta^2}{R} \frac{\partial f(\phi)}{\partial \theta} \\ &= \frac{u^* \Delta^2}{R} c^* \exp\left(\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx \right] \\ &= \frac{u^* \Delta^2}{R} c^* \exp\left(\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \frac{kR}{u^*} = k \Delta^2 c^* \exp\left(\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \end{aligned}$$

and from (A.7)

$$\phi = \frac{4\pi R^2}{3L \Delta_1} \int_0^{\theta} \sin^{5/3} \alpha d\alpha$$

Hence, substituting in (A.16)

$$G = 2\sqrt{(\pi)} c^* \sqrt{(D)} \left(\frac{2\pi g}{3\nu}\right)^{1/6} R^{7/6} L^{1/3} \int_0^{\pi} \frac{\sin^{5/3} \theta}{\left(\int_0^{\theta} \sin^{5/3} \alpha d\alpha\right)^{1/3}} [\theta g'(\phi) + \frac{1}{2}] \exp\left(-\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) d\theta \quad (1)$$

$$\text{where } \phi g'(\phi) = \sin^{-4/3} \theta \exp\left(\int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} dx\right) \int_0^{\theta} \frac{kR}{u^*} \sin^{4/3} \alpha d\alpha$$

When $k = 0$, equation (1) reduces to the equation for physical absorption [1]

$$G = 4.49 c^* \sqrt{(D)} \left(\frac{2\pi g}{3\nu}\right)^{1/6} R^{7/6} L^{1/3}$$

NOTATION

$[A]$	= Concentration of A	g mole/l.
c	= Concentration of unreacted gas in liquid	g/cm ³
c^*	= Equilibrium gas concentration in liquid at interface	g/cm ³
c_0^*	= Gas solubility in pure water	g/cm ³
D	= Diffusivity of gas in liquid	cm ² /sec
G	= Gas absorption rate	g/sec or cm ³ /sec
g	= Acceleration due to gravity	cm/sec ²
I	= Solution ionic strength	g ions/kg water or g ions/l.
K_w	= Ionic product of water	(g moles) ² /l. ²
K_c	= Second ionization constant of carbonic acid	g moles/l.

Chem. Engng. Sci. Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

k = First-order reaction velocity constant	sec ⁻¹	γ = Activity coefficient	
k_2 = Second-order reaction velocity constant	l./g mole/sec	Δ = Film thickness	cm
L = Liquid flow rate	cm ³ /sec	Δ_1 = Film thickness at 'equator'	cm
R = Sphere radius	cm	ϵ = Defined by equation (A.6)	
t = Time	sec	θ = Angle of inclination to the vertical	
u = Liquid velocity along streamline	cm/sec	μ = Viscosity	cP
u^* = Liquid velocity at gas-liquid interface	cm/sec	ν = Kinematic viscosity	cm ² /sec
x = Distance below liquid surface	cm	ϕ = Defined by equation (A.7)	sec/cm ²
$y = x/\Delta$		ϕ = Liquid flow rate between surface and any streamline	cm ³ /sec

REFERENCES

- [1] DAVIDSON J. F. and CULLEN E. J. *Trans. Inst. Chem. Engrs.* 1957 **35** 51.
- [2] DANCKWERTS P. V. and KENNEDY A. M. *Chem. Engng. Sci.* 1958 **8** 201.
- [3] NIJSING R. A. T. O. and KRAMERS H. *Chem. Engng. Sci.* 1958 **8** 81.
- [4] DEKKER W. A., SNOECK E. and KRAMERS H. *Chem. Engng. Sci.* 1959 **11** 61.
- [5] KRAMERS H., BLIND M. P. P. and SNOECK E. 2nd Europ. Symp. Chem. React. Engng., *Chem. Engng. Sci.* 1961 **14** 115.
- [6] WENDEL M. and PIGFORD R. L. *Amer. Inst. Chem. Engr. J.* 1958 **4** 249.
- [7] OLSON A. R. and TONG L. K. J. *J. Amer. Chem. Soc.* 1944 **66** 1553.
- [8] VAN KREVELEN D. W. and HOFTIJZER P. J. *Chim. Industr. XXI Congr. Int. Chim. Ind.* 1948 p. 168.
- [9] RATCLIFF G. A. and HOLDCROFT J. G., to be published.
- [10] PINSENT B. R. W. and ROUGHTON F. J. W. *Trans. Faraday Soc.* 1951 **47** 263.
- [11] PINSENT B. R. W., PEARSON L. and ROUGHTON F. J. W. *Trans. Faraday Soc.* 1956 **52** 1512.
- [12] CARSLAW H. S. and JAEGER J. C. *Conduction of Heat in Solids.* Oxford University Press, 1947.

Smoke-scattered light measurement of turbulent concentration fluctuations*

RONALD E. ROSENSWEIG, HOYT C. HOTTEL and GLENN C. WILLIAMS
Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MASS.

(Received 20 June 1960; revised 18 August 1960)

Abstract—An optical method has been developed for measurement of concentration fluctuations at a point within systems undergoing turbulent mixing. Intensity, two-point correlation and spectral density of mean-square concentration fluctuation have been measured in a jet of smoky air discharged into ambient air. The data agree well with comparable measurements of temperature fluctuations reported by investigators who have used the hot-wire anemometer. Theoretical consideration is given to some unique problems associated with resolution of the new turbulence measuring device.

Résumé—Développement d'une méthode optique pour la mesure des fluctuations de la concentration en un point à l'intérieur de systèmes subissant un mélange turbulent. L'intensité, la relation entre deux points et la densité spectrale de fluctuations de concentration quadratique moyenne ont été mesurées dans un courant d'air fuligineux envoyé dans l'air ambiant. Ces données concordent bien avec des mesures analogues de fluctuations de température rapportées par des chercheurs ayant utilisé des anémomètres à résistance chauffante; suit la considération théorique de problèmes particuliers et la résolution avec le nouveau dispositif de mesure de la turbulence.

Zusammenfassung—Es wurde eine optische Methode entwickelt zur Messung von Konzentrationsschwankungen in einem Punkt innerhalb von Systemen, in denen turbulente Durchmischung auftritt. Die Intensität, Zweipunktebeziehung und die spektrale Dichte des mittleren Quadrates der Konzentrationsschwankung wurden in einer Düse mit Rauch enthaltender Luft gemessen, welche in die umgebende Luft strömte. Die Ergebnisse stimmen gut mit vergleichbaren Messungen von Temperaturschwankungen überein, über die von den Autoren berichtet wird. Diese benutzen dabei ein Hitzdrahtanemometer. Es werden theoretische Betrachtungen über einige spezielle Probleme angestellt in Zusammenhang mit einem neuen Gerät zur Turbulenzmessung.

INTRODUCTION

TURBULENT mixing influences many chemical engineering processes. Eddy transport affects conversion rates in tubular reactors, both packed and unpacked, and a similar situation exists for fluidized beds. Back-mixing on the plates of a fractionation column reduces separation efficiency. Mixing is particularly important in fast-reacting systems such as high-output combustors. As examples: The contacting of fuel and oxidant in turbulent diffusion flames determines volumetric heat release rates and flame lengths; back-mixing of hot products contributes to the mechanism of bluff-body flame stabilization; the

environment of fuel droplets governs combustion in atomized systems; turbulent mixing can cool a plasma jet. Chemical combination requires that reactants be intimately mixed down to molecular scale, whereas a thermal cracking process may be best conducted with a proper degree of unmixedness. In these and many other processes the description of the state of mixing is not complete with specification of time-mean compositions. Future progress in understanding and controlling these processes may result from information regarding the fluctuations in local composition which occur in such turbulent systems.

Relatively little attention has been directed

*Based on part of a dissertation submitted to Massachusetts Institute of Technology in May 1959 in conformity with the requirements for the degree of Doctor of Science in Chemical Engineering. The work was supported by the Office of Ordnance Research of the U.S. Army under Contract No. DA-19-020-ORD-4549, OOR Project No. 2013 DA 599-01-004 Ordnance Basic Research, BR-01 (TB 2-0001).

towards study of the concentration fluctuations which occur in turbulent mixing. The extensive literature on turbulence indicates that concentration fluctuation in the mixing region of two isothermal gaseous streams has never been directly measured. The necessary first step and one object of this work was development of an appropriate tool for the measurements. This was done and is described below along with an account of experimental results for a jet mixing system.

SMOKE-SCATTERED LIGHT TECHNIQUE

In this basically simple and direct method for studying turbulent flow one of the fluid streams contains smoke particles which act as an indicator of the concentration of that stream as it undergoes turbulent mixing with another fluid. An intense focussed beam of light of small minimum cross-section is directed into the flow field. The smoke

so dilute that secondary scattering is negligible. In consequence concentrations at other points along the optical path do not appreciably contribute to the signal. The optical arrangement is illustrated in Fig. 1, and the appearance of the light beam as scattered by a smoke jet is shown in Fig. 2. The intensity of concentration fluctuations is calculated from successive readings of root-mean-square and direct-current signals, depends only on the ratio of these two quantities and is insensitive to drift in smoke concentration. Thus absolute control of smoke density is not required from run to run, and for many purposes is not required from minute to minute. The volume of the "point" under observation is known to good accuracy, since it is defined by the cross-section of the light beam and the slit width at the photomultiplier. In these experiments the beam was focussed to a diameter of 1/16 in.

VOL.
15
1961

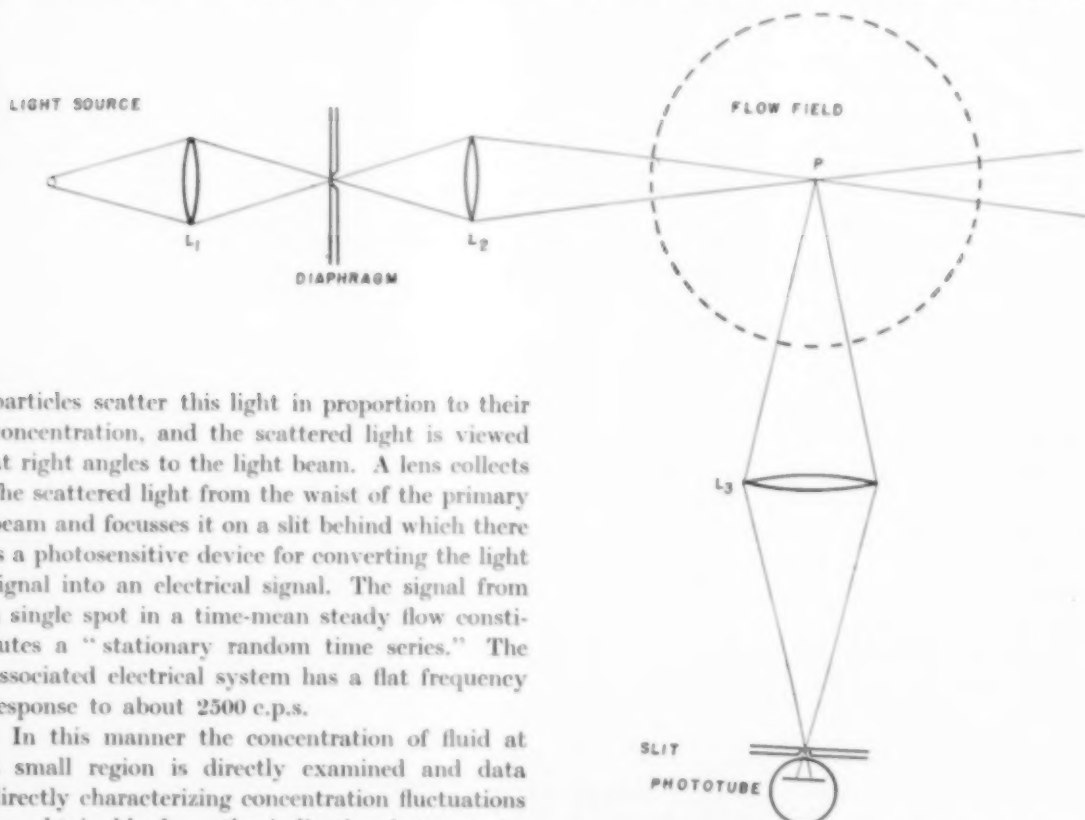


FIG. 1. Optical system. The direction of mean flow is normal to the plane of the page.

particles scatter this light in proportion to their concentration, and the scattered light is viewed at right angles to the light beam. A lens collects the scattered light from the waist of the primary beam and focusses it on a slit behind which there is a photosensitive device for converting the light signal into an electrical signal. The signal from a single spot in a time-mean steady flow constitutes a "stationary random time series." The associated electrical system has a flat frequency response to about 2500 c.p.s.

In this manner the concentration of fluid at a small region is directly examined and data directly characterizing concentration fluctuations are obtainable from the indicating instruments. Primary scattering is so weak and the smoke

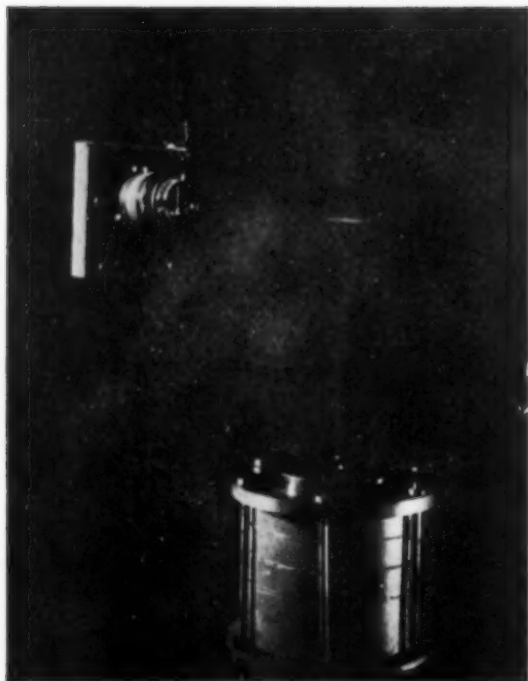
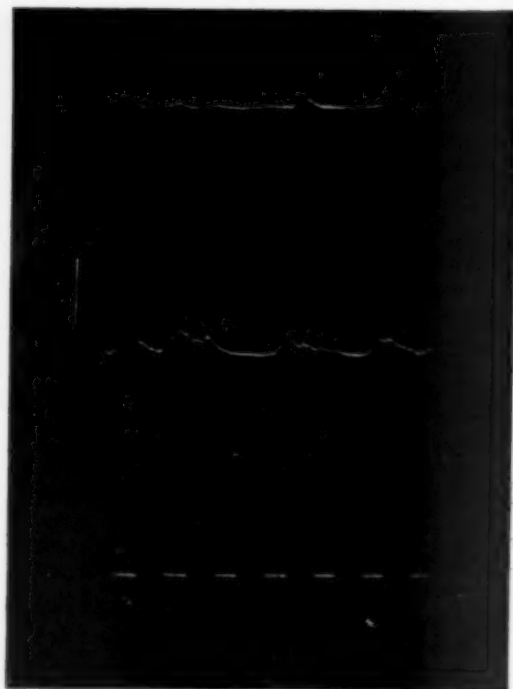
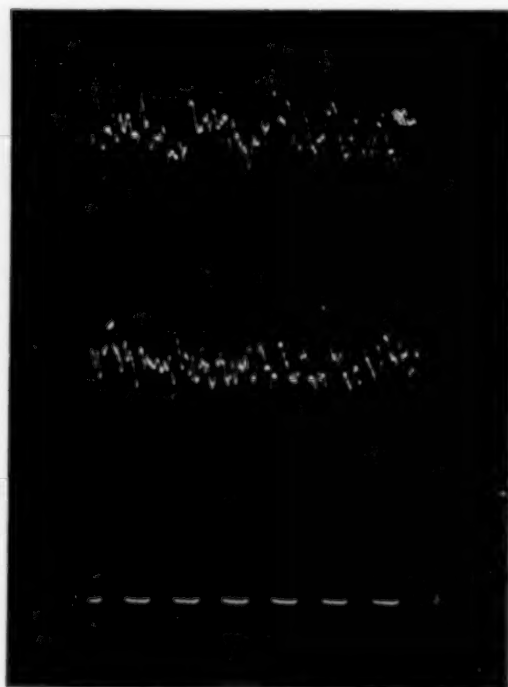


FIG. 2. Smoke jet with $1/16$ in. diameter optical probe.



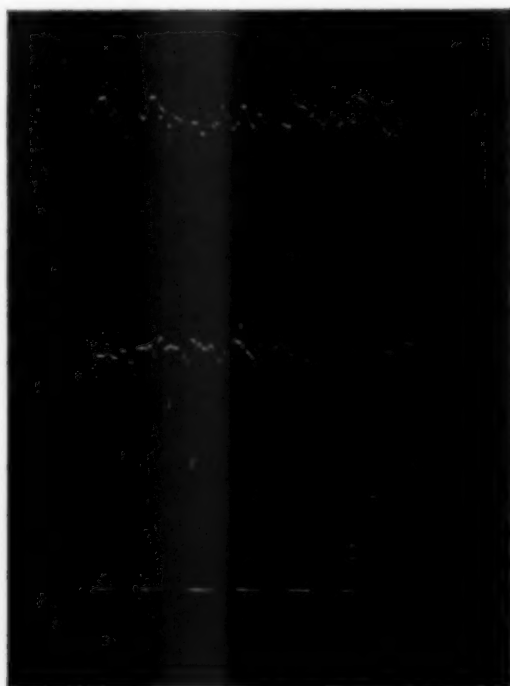
$x/d = 15, r/d = 3.$

Fig. 4.



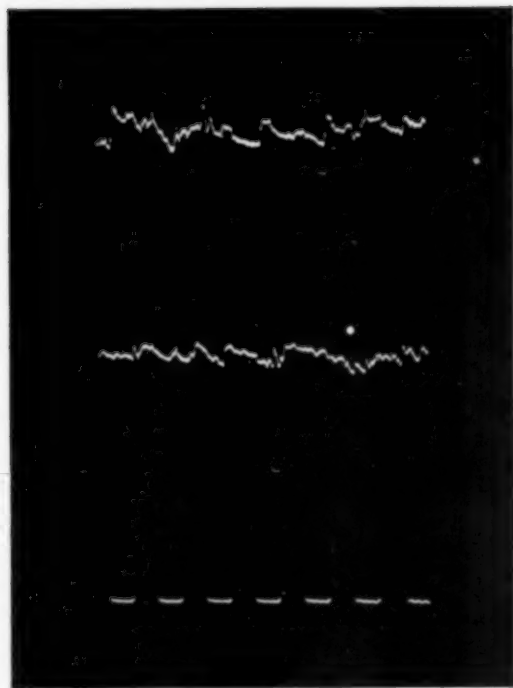
$x/d = 15, r/d = 0.$

Fig. 4.



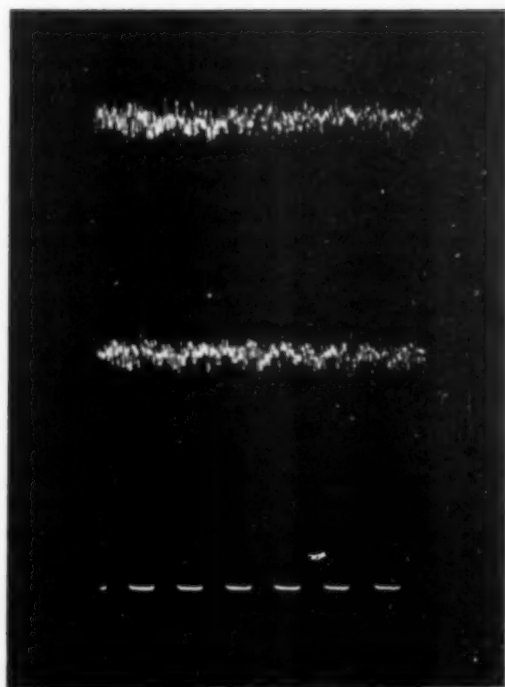
$x/d = 15, r/d = 1.4.$

Fig. 4.



$x/d = 4, r/d = 0.$

Fig. 4.



$x/d = 35, r/d = 0.$

Fig. 4.

FIG. 4. Oscillograms of concentration fluctuations in the round jet. Nozzle velocity 100 ft/sec; reference signal 60 c/s. Two turbulence records are shown for each point.



Fig. 13a.



$x/d = 15, r/d = 1.5.$

Fig. 13b.

FIG. 13. High-speed photographs showing instability of a low-speed jet issuing from a round nozzle.

- (a) Periodicity 910 vortices per minute;
Velocity u_A .
(b) Nozzle velocity $u_B = 20$ ft/sec, $u_B > u_A$.

Smoke-scattered light measurement of turbulent concentration fluctuations

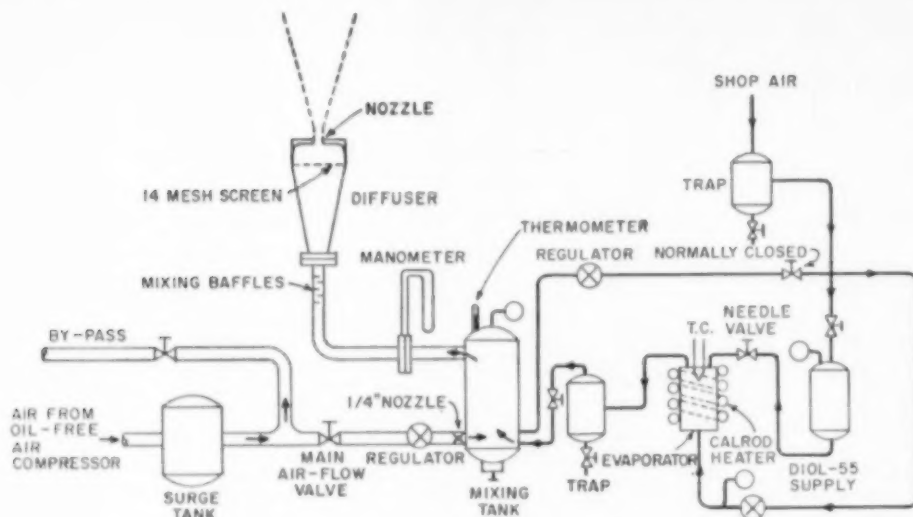


FIG. 3. Diagram of flow equipment and smoke generator.

As shown in Appendix A, this specification of geometry facilitates prediction for response of the device; a comparison of spatial resolution of this device with that of a hot-wire anemometer must take cognizance of the fact that it is the length of the hot wire (some have been operated with lengths as short as 0.012 in., though the usual length is about 0.04 in.) and not its diameter (0.00002–0.0005 in.) which determines the resolution. In addition it should be noted that the optical method introduces no disturbance into the flow system such as that produced by a mechanical probe.

The smoke particle should be small enough to follow the flow; a favourable criterion is a near-unity ratio of particle maximum velocity to fluid maximum velocity for a state of steady sinusoidal fluctuation.* The smoke should have good

*A spherical smoke particle suspended in a sinusoidally vibrated air mass and acted on with a force given by Stokes' expression for viscous drag ($F = 6\pi\mu r$) is predicted to vibrate sinusoidally with a velocity amplitude ratio given by:

$$u_p/u_a = [1 + (4\pi f^2 r^2 \rho/9\mu)^2]^{-1/2}$$

It was concluded that the half-micron radius Diol smoke particles used in this investigation were quite satisfactory in this respect; the ratio for $f = 5,000$ c.p.s. is about 0.997. The viscous drag expression is valid up to a N_{Re} of 2 based on particle diameter, and it may be shown that this condition was well fulfilled.

stability, a property principally affected by its tendency to agglomerate, react chemically, absorb water physically, or evaporate. A condensation smoke of a low vapour pressure substance, stable at its boiling point, was of service here. A material known as Coray 55 or Diol 55 was used in a generator (see Fig. 3); it is a close-cut hydrocarbon oil of average molecular weight 250–300. A fundamental relationship exists between smoke concentration, observation volume size and measurement accuracy; the relationship is developed in Appendix B.

FREE JET SYSTEM

The flow system chosen for initial observation was a $\frac{1}{8}$ in. free jet of air discharging into ambient air. (A nozzle velocity of 100 ft/sec corresponds, for air at 70 °F, to a Reynolds number of 26,200 based on nozzle diameter). Of all turbulent-mixing flow systems the free jet has perhaps been the most widely studied [1]. This is in part due to its ubiquitous occurrence in all manner of technical and natural processes and in part due to its relative simplicity which makes it susceptible to theoretical treatment. The turbulent fluctuations of velocity and temperature in this system have been rather thoroughly investigated; it was selected, therefore, as suitable for testing the merits of the new turbulence measuring

method. Due to the similarity in behaviour of momentum, heat and mass transfer, the known properties of a turbulent jet would provide a valuable guide to the reasonableness of any new experimental results obtained. Investigations of turbulently-induced fluctuations of velocity and temperature have been reported in the literature [2, 3, 4, 5]; the hot-wire anemometer was used in those investigations.

FLOW EQUIPMENT

Air from an oil-free air compressor is introduced to the system through a regulator valve and $\frac{1}{4}$ in. nozzle to the bottom of a 2.7 ft³ mixing tank where entrainment of smoke material occurs. The large tank was intended to provide low velocity upflow to allow drops of oil to settle, should they be carried over. Gauge pressure and thermometer temperature are measured in the tank and the flow rate therefrom is indicated by the pressure drop across a standard 0.500 in. sharp-edged orifice with flange taps in a 2 in. pipe line. The system is illustrated in Fig. 3.

The smoke-air mixture in the 2 in. pipe passes through a mixer consisting of four baffles followed by two screens. The area of the holes in the baffles is one half the cross-sectional area of the duct, and successive baffles have 1, 4, 7 and 19 holes, respectively. The screen is 14 mesh, providing low enough blockage to prevent serious smoke deposition. A conical diffuser is located downstream from the mixer to provide a low Reynolds-number flow. This minimizes jet-core turbulence and also provides a 100-to-1 area contraction ratio to the jet, thus promoting a flat nozzle-velocity profile. The diffuser diverges over a 22 in. length from 2 in. to 5 in. in diameter, and on test was found adequate. Between the diffuser and the nozzle is a $4\frac{1}{2}$ in. long, 5 in. diameter calming section having a 14-mesh screen at its entrance for the purpose of further promoting plug-flow conditions. The calming section includes a 1.92 in. circular arc, nozzle-approach section machined from brass. The flow field downstream of the nozzle consists of a 35 in. long free run preceding the inlet of an exhaust hood measuring 45 x 36 in. From the hood the smoky air is exhausted out of the cell by a blower.

The flatness of velocity and concentration profiles at the nozzle exit was examined by impact probing (0.023 i.d. probe) and smoke concentration measurement, respectively. The results appear in Figs. 5 and 6. Some of the rounding off at the edges of the concentration profile can be attributed to the slit size at the phototube, and part is due to the mixing process at the edge of the jet.

OSCILLOGRAMS

The pattern of turbulent concentration fluctuations, indicated on an oscilloscope as shown in Fig. 4, provides a characterization of the flow. Although only qualitative, such information is potentially helpful in devising adequate theories to predict the turbulence or its interaction with its surroundings.

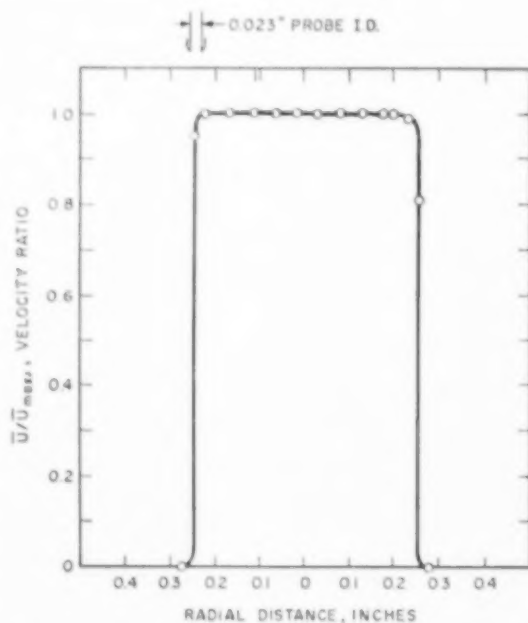


FIG. 5. Velocity profile at nozzle; $u_{\max} = 90$ ft/sec.

Inspection of the oscillograms reveals the presence of more rapid concentration fluctuations in locations where the mean velocity is high. Oscillograms taken from points on the centre-line exhibit increased time between zero-crossings as the point of examination is moved downstream or,

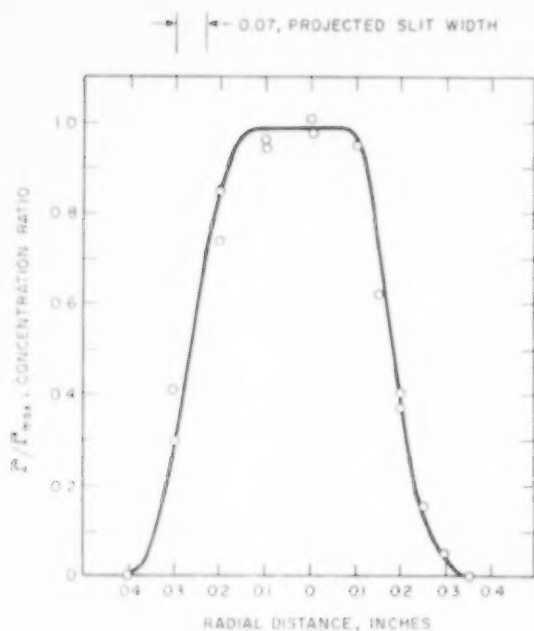


FIG. 6. Concentration profile near nozzle; $x/d = 1$.

for a given downstream position, as the point moves out radially. This behaviour reflects both the spatial dimensions of the concentration inhomogeneity and the local velocity at the point.

The oscillogram for $x/d = 15$ and $r/d = 3.0$ displays the phenomenon of intermittency at the edge of the jet flow. Thus a horizontal base line representing zero concentration is occasionally disturbed by chance protrusions or clouds of nozzle fluid and a decidedly unsymmetric random signal is observed. The corresponding intermittency of the velocity fluctuations for a free jet was first noticed by CORRSIN [6]. The concentration intermittency is readily observed in steam ejector exhausts, smoke discharging from stacks and also in an instantaneous photograph of a dye-marked liquid jet [7], as well as in some instantaneous photographs of the present smoke jet, (see Fig. 13 (b) for example).

Oscillograms presented in Ref. [6] show that in a fully-developed turbulent jet with axial symmetry a completely turbulent velocity field exists only in the core region out to the radius at which the velocity is about one half the

maximum velocity at the cross-section. Outside the core there is a wide annular transition region and from the outside of that to the edge of the jet the flow is in the nature of a potential collar. Thus a velocity oscillogram in the transition region has the appearance of a horizontal line interrupted by occasional positive and negative deviations. Hence an essential difference in the structure of the concentration fluctuation field lies in its nature to exhibit only positive deviations from a background of zero concentration in the annular transition region. This fact should be of interest to those concerned with the extent to which analogies between mass or heat and momentum transfer remain valid.

The oscillograms depict the general nature of the concentration fluctuation signal which is obtained by this technique. Given this signal, one is obliged to describe it in quantitative terms; a framework for the description of such data is well known in communication theory, as well as in the statistical theory of turbulence and the statistical description of the phenomena has been adopted in the present work.

INTENSITY

Conventionally, the fluctuating concentration, γ , is defined as the difference between the constantly varying instantaneous concentration, Γ , and the time mean-concentration, $\bar{\Gamma}$: $\Gamma - \bar{\Gamma} = \gamma$. The turbulently-induced fluctuation is negative at times and positive at other times, and its time-mean value is zero.

$$\bar{\gamma} = (1/T) \int_0^T \gamma dt = 0 \quad (1)$$

[lim $T \rightarrow \infty$]

The root-mean-square value of the fluctuation is used as a measure of the deviating concentration of eddies.

$$\gamma' = \left[(1/T) \int_0^T (\gamma)^2 dt \right]^{1/2} \quad (2)$$

[lim $T \rightarrow \infty$]

This is called the intensity of concentration fluctuations and may be expressed as a percentage

of the mean concentration. To prevent the ambiguity that exists in nomenclature on velocity fluctuation, intensity refers preferably to rms fluctuating concentration; the ratio of intensity to the local concentration is called the unmixedness [7]; this is also at times referred to as intensity.

Transverse profiles of unmixedness were determined, and from these the contour plot of Fig. 7

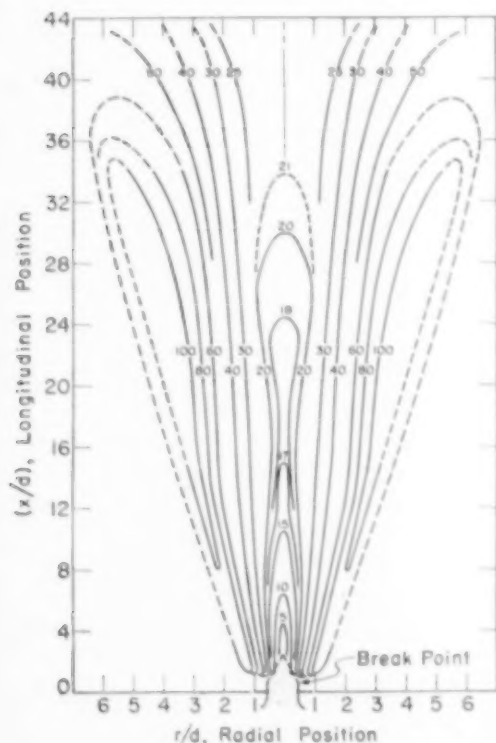


Fig. 7. Contours of unmixedness, γ/\bar{C} , in a round jet, expressed as percentages.

was prepared. The structure of the jet is seen to include an annular zone of maximum intensity where fluctuation levels exceed 100 per cent. Measurements at the edge of the jet become uncertain due to intermittency and the associated difficulty of obtaining representative averages. The radial extent to which measurements were obtained is indicated by unbroken contour lines, dashed lines representing extrapolation of these

data. The data extend to what would for all practical purposes be called the boundary of the jet.

A comparison of concentration fluctuations as a function of radial position 15 diameters downstream with corresponding temperature fluctuations measured with a hot-wire anemometer as reported in Ref. [3] is shown in Fig. 8. The fluctuation level is normalized to the mean difference of concentration or temperature between the centreline and the receiving medium. Consistently higher intensities are measured by the smoke tracer method than with the hot wire. Since the hot wire was operated as a resistance thermometer its response is believed to be linear even to the large amplitude temperature fluctuations in the jet. This would indicate a difference in the basic phenomena, perhaps due to the difference in Schmidt numbers for the two systems.

The results obtained for the mixing of smoky air with clear air should apply to the mixing either of liquids or of gases at high values of $N_{Re} \cdot N_{Sc}$, the measure of ratio of eddy transport to molecular transport. At low values of that ratio the smoke system, however, is still a valid simulant of liquid mixing since the Schmidt number, $N_{Sc} = \mu/\rho D$, ranges between 10^3 and 10^4 for most liquid systems while for the smoke-air system at ambient pressure and temperature $N_{Sc} = 6 \times 10^5$ based on diffusivity obtained from a Brownian-motion computation.

The transverse intensity profiles which were used to construct Fig. 7 are shown in Fig. 9. The general reproducibility of the measurements is illustrated by the profile for x/d of 15 in Fig. 10 which contains data points from three different runs.

SPECTRUM OF FLUCTUATIONS

The concentration fluctuations at a point in space may be imagined as plotted vs. time, as for instance, the pattern on an oscilloscope. Such a curve of finite time length can always be synthesized as the algebraic sum of a number of sinusoidal waves (harmonics) of various frequencies, each having a characteristic phase angle. It may be shown that the mean square deviation

Smoke-scattered light measurement of turbulent concentration fluctuations

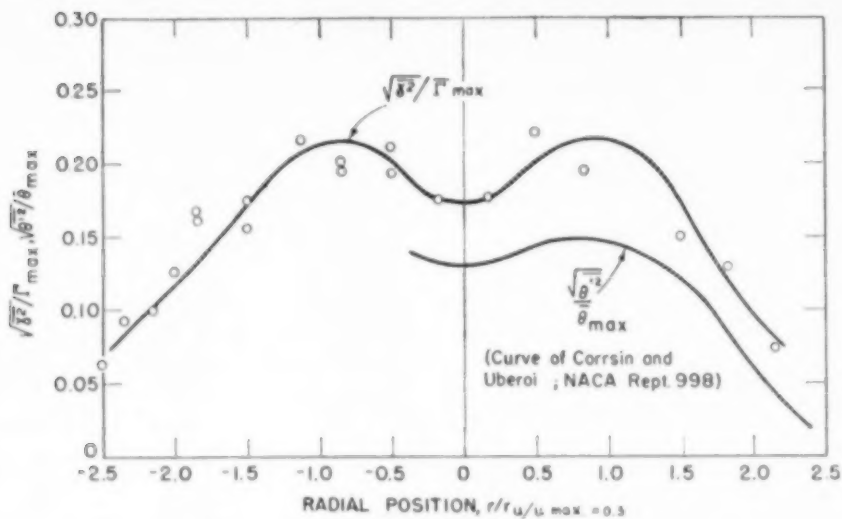


FIG. 8. Comparison of concentration fluctuations $\gamma/\bar{\gamma}_{\max}$ with reported temperature difference fluctuations at $x = 15 d$ in a round jet.

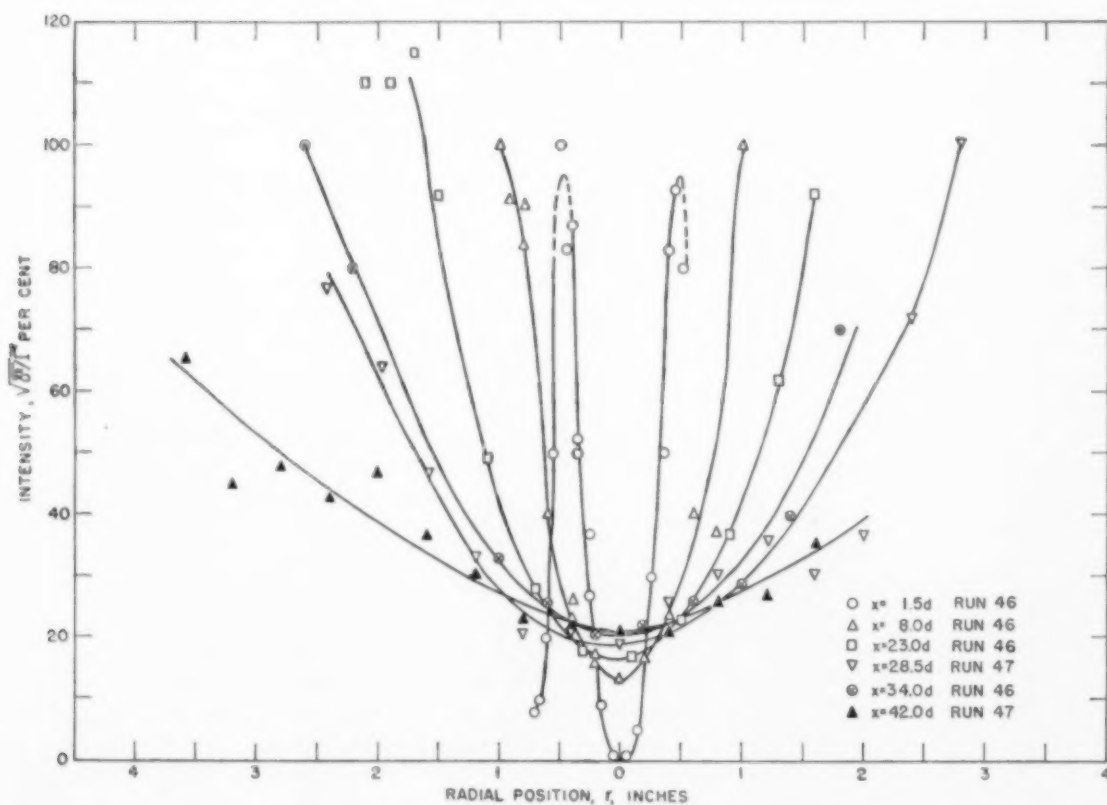


FIG. 9. Concentration fluctuation intensity data for round jet.

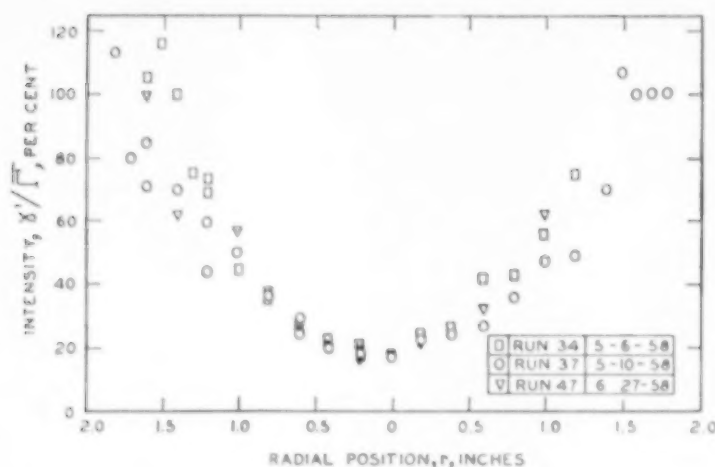


FIG. 10. Reproducibility of concentration fluctuation intensity data for round jet at $x = 15d$.

for the turbulence curve is given by the sum of mean square deviations for each separate harmonic. Thus the contributions to the total mean square fluctuation can be considered to be distributed over a frequency range and such a representation is termed the spectral density distribution or spectrum. As the turbulent fluctuation pattern is increased in time length the distribution over frequency approaches a continuous one, and a given value of spectral density normalized to total intensity may be considered to represent the fractional contribution to total intensity per unit interval of frequency values at the frequency considered. Although the complete phrase to describe the property is "spectral density of mean-square concentration fluctuations," "spectral concentration fluctuation" will on occasion be used for brevity. In practice the harmonic analysis is accomplished by an analog process, the concentration fluctuations being converted to voltage fluctuations which in turn are analysed for frequency content by electric filters.

The present work has demonstrated that spectral concentration fluctuation can be measured by the new method and a sampling of data has been obtained which demonstrates the compatibility of the new turbulence data with results of other investigators who used the hot wire. The distribution of spectral density over the range of

frequencies for concentration fluctuations measured at $x = 15d$ is compared in Fig. 11 with a temperature fluctuation spectrum reported by CORRISIN and UBEROL. The behaviour of the velocity fluctuation spectrum is not much different from the two scalar spectra as can be readily seen from the same plot. Data were converted to a comparable form by introducing the dimensionless frequency, fd/u , while altering the spectral density function $G(f)$ to $u/d G(f) \equiv G(fd/u)$ so as to preserve unit area under the curves. The agreement of these data supports the use of the dimensionless co-ordinates as a means of scaling and also gives further evidence of the insensitivity of the fully turbulent flow to a change in the Reynolds number, since for the present data $N_{Re} = 26,200$ while for CORRISIN's data the Reynolds number is twice that. If an eddy size is identified with a Fourier component which is assumed to move with the stream velocity u so as to produce a fluctuation contribution of frequency f then the eddy is of length $\lambda_e = u/f$. Hence, $fd/u = d/\lambda_e$ and it may be noticed from Fig. 11 that the measured eddy sizes include those of nozzle diameter magnitude.

A plot of experimental data from another point in the vicinity of the breakpoint of the jet is given in Fig. 12 for two different light beam diameters. The 1/16 in. curve is area-normalized so that

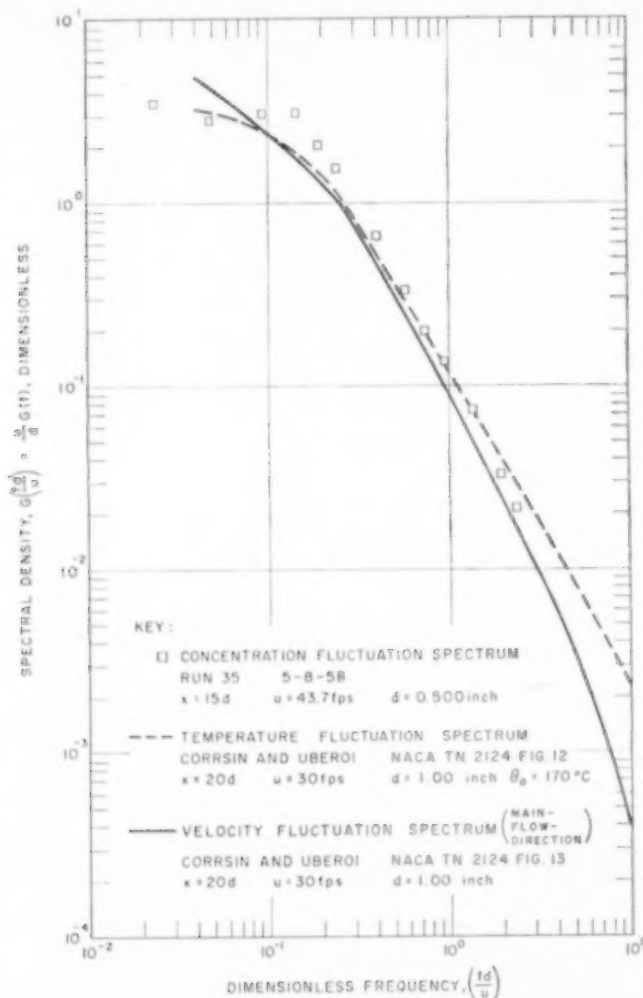


FIG. 11. Comparison of spectral density distribution for various fluctuations measured at the centre line of turbulent round jets.

$$\int_0^{\infty} G(f) df = 1$$

and the 3/16 in. curve is fitted to the low frequency end. The plot indicates a resolution deficiency of the larger beam since the low frequency portions of the two curves overlap but a divergence occurs for the smaller eddy sizes corresponding to higher frequencies. A striking difference in visual appearance of the oscilloscope traces was

evident under these conditions, with the 1/16 in. beam signal containing far more small-scale wrinkles or kinks. As with most such spectral data there is uncertainty involved in normalizing to obtain this plot as the lowest frequency range is not measurable due to wave analyser limitations. At present there is no theory to guide extrapolation to zero frequency for shear flows although a parabolic behaviour at the origin for the three-dimensional spectrum would be a consequence of isotropy, while the one-dimensional

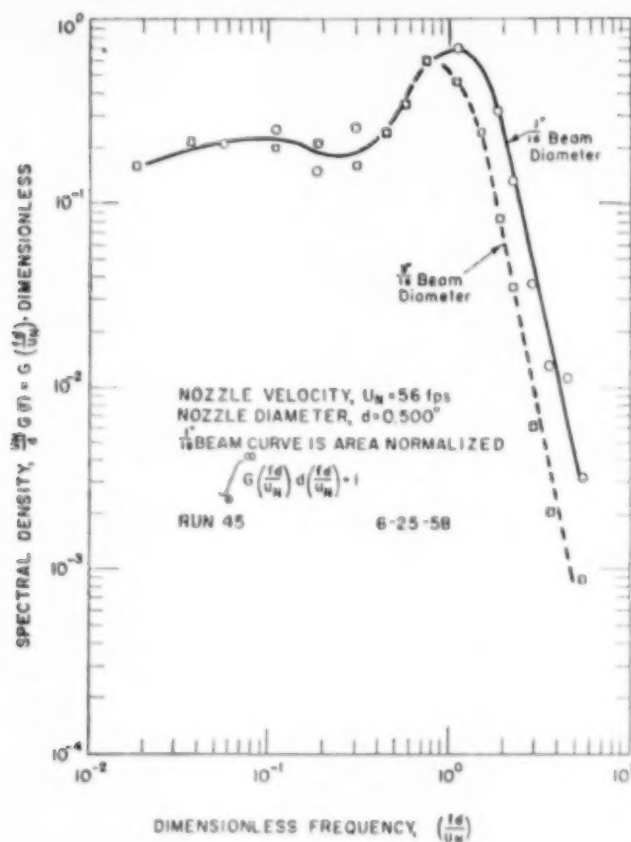


FIG. 12. Spectrum of concentration fluctuations for turbulent round jet at $x = 1.5d$ and $r = d$.

spectrum would have zero slope at the axis of ordinates [8]. However, it is the largest eddies which show the strongest tendency to reflect the turbulence generation mechanism, and they are consequently expected to be farthest from isotropy. An interesting aspect regarding Fig. 12 is the hump in the spectra. This constitutes a distinguishing feature in behaviour from most other positions in a jet flow and is believed due to a near regularity in the eddy formation process. This point is supported by high-speed photographs showing the root of the smoke jet. At very low velocities the column of smoke emerges as a cylindrical column; up the column a bulge appears, followed by a well-defined ring vortex; and finally the periodic structure yields to turbulence. The number of identifiable bulges and

vortices varies with flow speed but their periodicity is readily measured by means of stroboscopic methods. Fig. 13 shows two photographs. As velocity increases the vortices become more closely spaced and turbulence is initiated closer to the nozzle. At 20 ft/sec there is evidence of tightly-wound vortices near the breakpoint but photographs were not obtained at higher velocities. Following these observations the literature was consulted and it was found that these phenomena had been studied previously by BROWN [9]. The periodicity-wavelength characteristics that can result so long as the flow may be regarded as irrotational were dealt with early by RAYLEIGH [10]. It appears, however, that the potential flow does not persist long enough to confirm or deny RAYLEIGH's predictions.

CORRELATION COEFFICIENTS AND
INTEGRAL SCALE

The smoke-scattered light technique can lend itself to measurement of correlation coefficients which in turn can be used in principle to compute microscale, scale and spectra of the concentration field. A method of measuring correlations was devised wherein two spots of scattered light from along a single beam are focussed onto a single phototube. The separation of the selected spots is varied by a series of double-slit masks located in front of the phototube. The dimensions of the photocathode surface of the 931A and many other phototubes are wide enough to sample conveniently the requisite range of separation distances.

The sketch in Fig. 14 illustrates the general

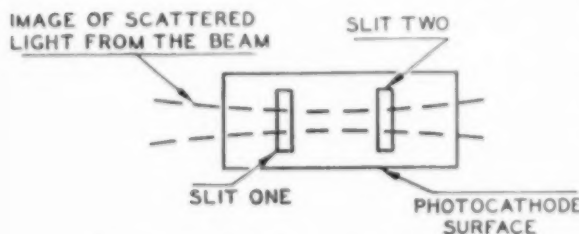


FIG. 14. Double slit system for correlation measurement.

arrangement. The correlation coefficient desired is

$$R(\xi) = \overline{\gamma_1 \gamma_2} / \gamma_1' \gamma_2' \quad (3)$$

where γ_1 is the fluctuation occurring in that portion of the beam the image of which falls on slit 1, γ_2 is the fluctuation corresponding to slit 2 and ξ is the distance between the two points. Three pieces of data are required for each determination of a point on the $R(\xi)$ curve. The measurements require the use of a root-mean-square meter, and when both slits are exposed the reading, designated by A , contains the cross correlation which is sought.

$$A = [(k_1 \gamma_1 + k_2 \gamma_2)^2]^{1/2} = (k_1^2 \gamma_1'^2 + 2 k_1 k_2 \gamma_1 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_2'^2)^{1/2} \quad (4)$$

The k 's are constants, dependent on the smoke scattering property, slit dimensions and phototube

sensitivity; in general $k_1 \neq k_2$. Readings B and C correspond to a single slit open, 1 or 2 respectively

$$\begin{aligned} B &= k_1 \gamma_1' \\ C &= k_2 \gamma_2' \end{aligned} \quad (5)$$

The correlation coefficient R may then be computed according to the following identity:

$$R \equiv (A^2 - B^2 - C^2) / 2 B C \quad (6)$$

Correlation coefficients were measured for the round jet by the above procedure. These are symmetric lateral correlations in the sense that any two points whose concentration fluctuations were measured were always located at equal radial distances and opposite directions from the jet centreline. Prior to a run, the approximate position of the jet centreline was established by means of a suspended plumb-line, and the phototube was so placed that the image of the plumb bob fell between the slits. Selected data obtained at a nozzle velocity of 100 ft/sec are shown in Fig. 15 where correlation coefficient is plotted vs. the transverse separating distance of the two points of observation.

Reproducibility and scatter were not all that could be desired. Primarily the difficulty is due to subtraction of separately measured values necessary to compute the numerator of equation (6). It was concluded that more precise correlation measurements could be made with two phototubes arranged to sense the two concentrations separately; using a sum and difference technique would then yield a continuous instantaneous correlation signal that would provide a large statistical sampling and hence a beneficial averaging. This is the general procedure used in hot-wire correlation work [11].

Thermal correlations are compared with present data in Fig. 16. The general behaviours are similar in both showing regions of negative correlation and roughly equal values of integral scale. The difference in behaviour near the vertex indicates the difficulties attendant on obtaining meaningful measurements with the present method when the separating distance is comparable to the characteristic dimension of the observation volume.

The data of Fig. 15 clearly show that both scale

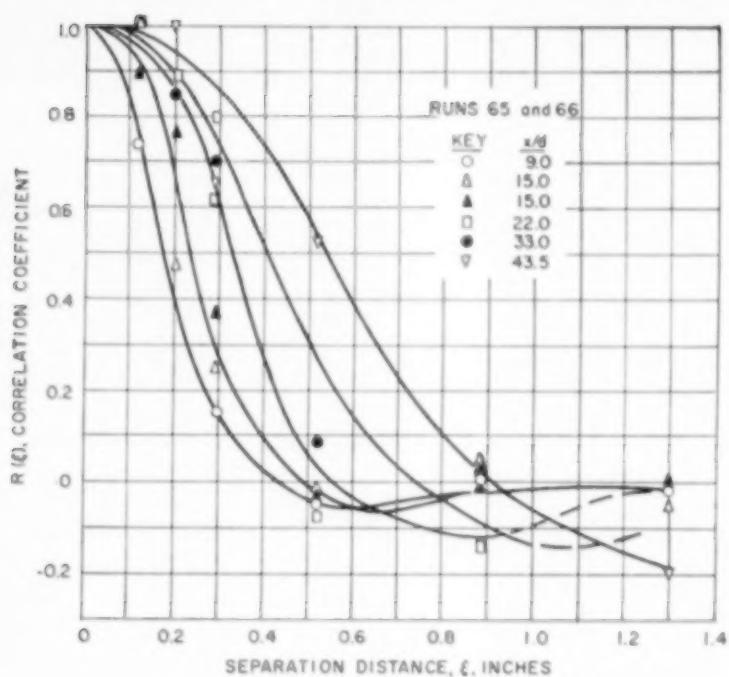


FIG. 15. Lateral correlation coefficients between fluctuating components of concentration on turbulent round jet at various downstream distances.

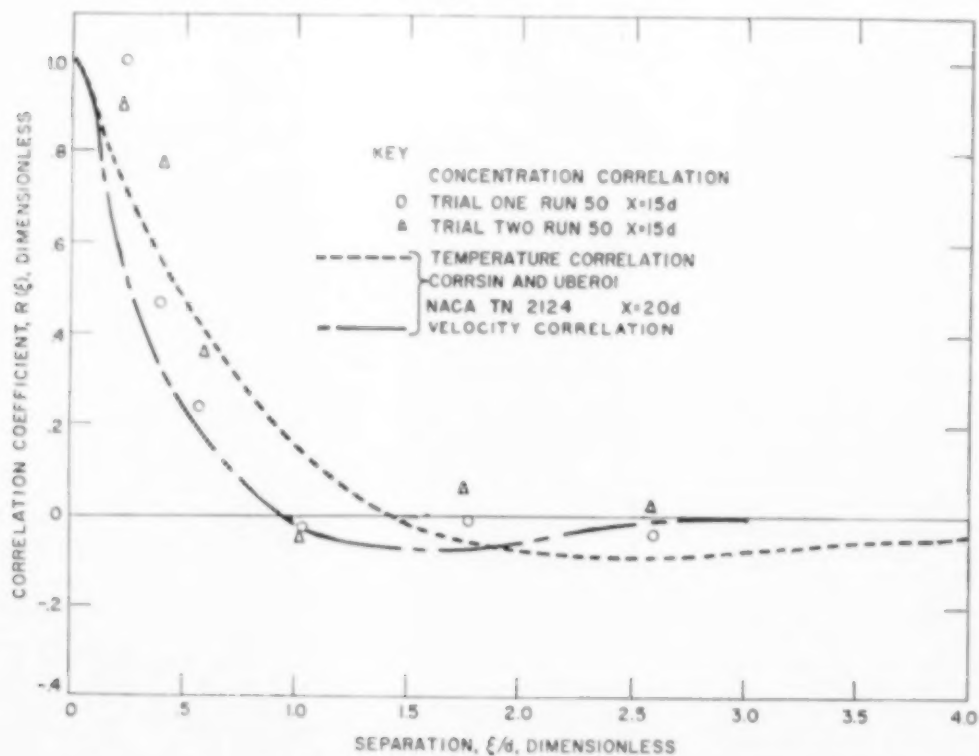


FIG. 16. Comparison of symmetric transverse correlation for a turbulent round jet.

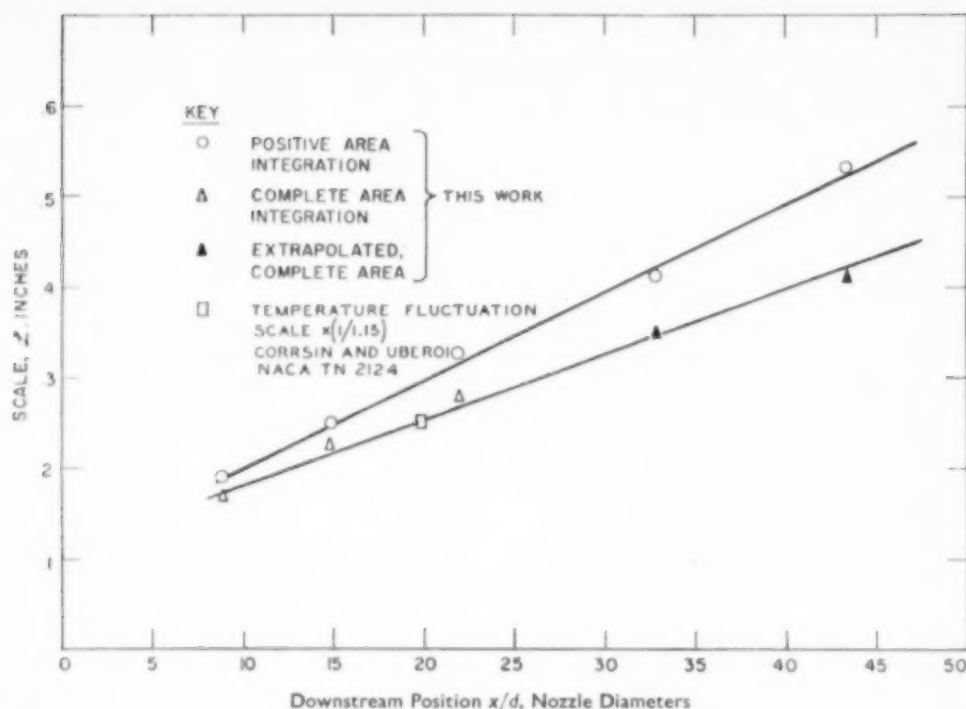


FIG. 17. Dependence of symmetric lateral scale of concentration fluctuations on downstream position for round jet.

and apparent microscale increase with increasing downstream distance. Integral scale, L , was evaluated by planimeter integration.

$$L = \int_0^{\infty} R(\xi) d\xi$$

Where the data were not available to large enough separation distances to carry out the integration a rough estimate was made of the curve position. A plot of the scales so determined is given in Fig. 17. The scales are in agreement with the temperature fluctuation scale reported by CORRSIN and UBEROI for $x = 20d$ when their scale is divided by 1.15 which was the ratio of heated jet width to cold jet width. The data support but are inadequate to confirm the commonly held view that scale is linear in downstream distance. The equation of the best straight line through the data corresponding to complete-area integration is

$$L/d = 0.214 + 0.0146 (x/d) \quad (7)$$

SIMILARITY THEORY

The present data demonstrate behaviour comparable to that found by other investigators who have measured velocity and temperature fluctuations in the same flow system [2, 3, 6]. It will be recalled that the equations of mass, energy and momentum transfer for low speed flow take the following forms when normalized:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial \Gamma^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial \Gamma^+}{\partial y^+} + w^+ \frac{\partial \Gamma^+}{\partial z^+} = \\ = \frac{1}{N_{Re} N_{Sc}} \left[\frac{\partial^2 \Gamma^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Gamma^+}{\partial y^{+2}} + \frac{\partial^2 \Gamma^+}{\partial z^{+2}} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} + w^+ \frac{\partial T^+}{\partial z^+} = \\ = \frac{1}{N_{Re} N_{Pr}} \left[\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial z^{+2}} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Chem. Engng. Sci. Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

$$\frac{\partial u^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial u^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial u^+}{\partial y^+} + w^+ \frac{\partial u^+}{\partial z^+} = \frac{1}{N_{Re}} \left[\frac{\partial^2 u^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^{+2}} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial z^{+2}} \right] - \frac{\partial p^+}{\partial x^+} \quad (10)$$

Consider only flows in which the pressure gradient term of equation (10) is unimportant. Then it is seen that the three equations have the same form. Specifying similar boundary conditions and comparing the coefficients gives a series of results for the conditions required for similarity to hold between all combinations of concentration, temperature and velocity fields; the results may be expressed in terms of Prandtl and Schmidt moduli only. These results ostensibly apply to a flow with all three types of fluctuations occurring simultaneously provided physical properties remain unchanged. The results also apply to a set of separate flows, similar in geometry and Reynolds' number; one mixes warm fluid with cold, the other mixes different species. Table 1 lists the similarity conditions which may thus be deduced.

Acceptance of the Table helps explain many of the similarity phenomena observed in these

Table 1. Conditions conjectured necessary to obtain analogous velocity, temperature or concentration fields for flow at the same Reynold's number

Analogies	Similarity conditions
$\Gamma^+ \sim T^+ \sim u^+$	$N_{Pr} = N_{Sc} = 1.0$
$\Gamma^+ \sim T^+$ only	$N_{Pr} = N_{Sc} \neq 1.0$
$\Gamma^+ \sim u^+$ only	$N_{Pr} \neq 1.0, N_{Sc} = 1.0$
$T^+ \sim u^+$ only	$N_{Pr} = 1.0, N_{Sc} \neq 1.0$

experiments. The expectations from these similarity laws have been used to test the validity of the present light-scattering technique while explaining the profiles of concentration and concentration fluctuation. As shown in Fig. 18, concentration profiles determined by the present technique are quite similar to temperature profiles and differ somewhat from velocity profiles. Moreover, the intensities of the three kinds of fluctuations show complex but qualitatively similar behaviour; in Fig. 8 the intensity both of smoke concentration and of temperature fluctuation pass through a minimum on the axis the jet and through a maximum at the same

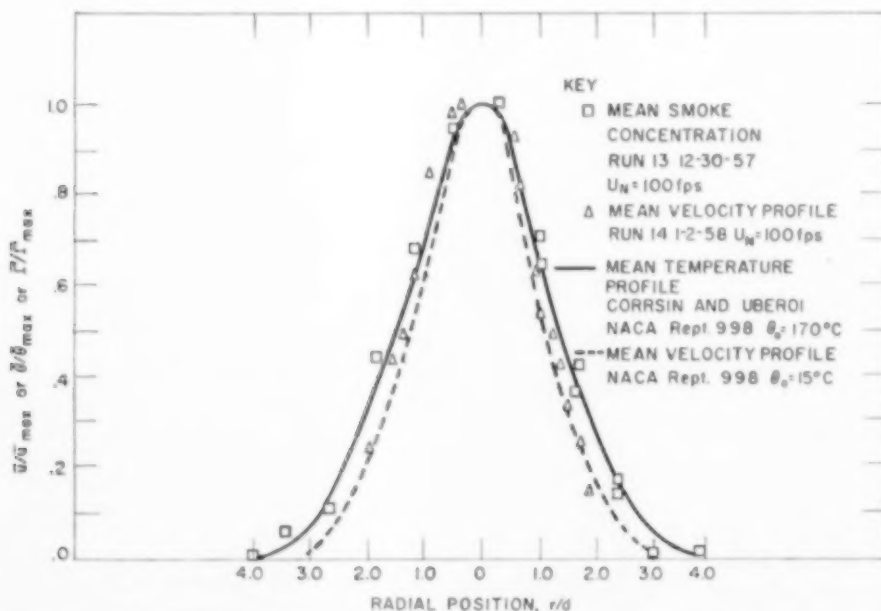


Fig. 18. Mean concentration and velocity profiles for turbulent round jet at $x = 15d$.

dimensionless radial position. Data presented in Ref. [3] for the velocity fluctuations exhibit similar behaviour. Spectral data such as that shown in Fig. 11 further demonstrate the similarities. Correlation coefficients shown in Fig. 16 contribute more evidence.

The intensity of smoke concentration fluctuation is consistently higher than the air temperature-fluctuation intensity; Fig. 8 illustrates one such comparison. This behaviour is perhaps to be expected since Brownian or molecular diffusion acts to reduce the amplitude of the fluctuations from the mean and the diffusivity of smoke is much less than the thermal diffusivity of air. Thus, a difference in the solutions of equations (8) and (9), i.e. the resultant smoke and temperature fluctuation fields, is due principally to the difference in the values of the coefficients. Referring to the Table, equality of Γ^+ and T^+ fields would require $N_{Se} = N_{Pr}$; but for the smoke-air mixture $N_{Se} = 6 \times 10^5$ while for air $N_{Pr} = 0.7$.

The Schmidt number of the smoke-air mixture is representative of some liquid systems. Hence, it appears that although the smoke-laden air technique may be deficient for studying gas mixing under conditions where molecular diffusion plays more than a minor role it should prove a valid technique for studying mixing in liquid systems. From another point of view the low diffusivity of smoke particles leads to a novel means of measuring the microscale; the relevant theory is developed in Appendix C.

The intensity of fluctuation of smoke concentration is much higher than the reported intensity of velocity fluctuation in the free jet [3]. Again, the differential behaviour lies in the expected direction, the molecular transport of momentum being so much more rapid than the Brownian transport of smoke particles. Velocity and concentration fields in a jet flow differ in the intermittency encountered outside the fully turbulent core of the jet, as pointed out before. The absence of qualitative similarity for this particular feature of the flow is interpreted to be a direct result of the pressure gradient term in equation (10). Thus, the present data provide another example of a situation where strict analogy between concentration (or temperature) and velocity field breaks

down, and this effect can be attributed to pressure forces.

CONCLUSION

The new tool promises to be valuable in testing the merits of many types of practical mixing devices as well as for general turbulence research. Measurements characterizing the mixing process in an enclosed jet system have been undertaken and will be described in a subsequent paper. The new method is also believed to be suitable for study of mixing in systems where concentration, temperature and velocity all vary in time and space. Also, certain reacting systems, including combustion processes, may now be subject to measurement of their fluctuation.

NOMENCLATURE

- Γ = Instantaneous concentration (all concentrations in mass/volume)
- $\bar{\Gamma}_a$ = Ambient mean concentration
- $\bar{\Gamma}_0$ = Concentration in jet at orifice
- Γ_{max} = average concentration on jet axis
- $\bar{\Gamma}$ = Mean concentration
- γ = Concentration fluctuation
- γ' = Root-mean-square concentration fluctuation $(\gamma^2)^{1/2}$
- Γ^+ = Dimensionless concentration, $\frac{\Gamma - \bar{\Gamma}_a}{\bar{\Gamma}_0 - \bar{\Gamma}_a}$
- c_p = Specific heat at constant pressure
- d = Nozzle diameter
- D = Mass diffusivity
- f = frequency
- $G(z)$ = Normalized spectral density function for distribution over values of z (Dimensions inverse to those of z)
- l_x, l_y, l_z = Length of edges of parallelepiped in x , y and z directions, respectively
- L = Scale of concentration fluctuations; also cylinder length
- n = Average number of smoke particles corresponding to m molecules of marked fluid
- \bar{n} = Time average number of smoke particles appearing in observation volume centred about a particular point
- n' = Fluctuation of number of smoke particles in observation volume at a point from the time average, $n' = (n'' - \bar{n}) + (\bar{n} - \bar{n})$
- n'' = Instantaneous number of smoke particles corresponding to m molecules of marked fluid
- N_{Pr} = Prandtl number, $c_p \mu / k$

Chem. Engng. Sci. Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

N_{Re} = Reynolds number, $du \rho / \mu$ N_{Sc} = Schmidt number, $\mu / \rho D$ p^+ = Dimensionless pressure, $p / \rho u_0^2$ r = Particle radius; also radial position in jet R = Radius of cylindrical volume $R(\xi)$ = Correlation coefficient; defined by equation (3) t = Time t^+ = Dimensionless time (tu_0/d) T = Instantaneous temperature T_a = Mean ambient temperature T_0 = Mean temperature in jet at orifice T^+ = Dimensionless temperature,

$$(T - T_a) / (T_0 - T_a)$$

 u, v, w = Velocity components in x, y and z directions respectively u^+, v^+, w^+ = Dimensionless components of velocity, u/u_0 , v/u_0 , w/u_0 respectively u_{max} = Centreline velocity in jet flow u_a = Amplitude of sinusoidal air-velocity fluctuation u_0 = Velocity of jet at exit-plane of nozzle u_p = Amplitude of sinusoidal particle-velocity fluctuation x, y, z = Position co-ordinates x^+, y^+, z^+ = Dimensionless position co-ordinates, x/d , y/d , z/d respectively θ = Polar angle, dimensionless θ' = Temperature fluctuation from the mean $\bar{\theta}$ = Mean temperature difference between local temperature and ambient λ = Microscale μ = Absolute viscosity ξ = Separation distance introduced in connexion with correlation measurements ρ = Density

APPENDIX A

INFLUENCE OF OPTICAL PROBE GEOMETRY ON INTENSITY MEASUREMENT

All turbulence measuring devices are affected in their resolving power by their finite size and the accompanying space averaging. For the hot-wire anemometer but one dimension is significant in this respect, i.e. the length, and appropriate correction procedures are known [12]. In the present technique the signal originates from a well-defined volume and the need arises for an estimate of resolution for this optical probe; consideration of the space averaging in isotropic turbulence will bring out the essential points. Treatment of similar problems has been given in Ref. [13]. Since the probe volumes of interest are small compared to the integral scale of turbulence it will be assumed that the farthest two points of separation within the volume are close enough together that the correlation coefficient between the fluctuating concentrations deviates but negligibly from the parabolic law. This point

is illustrated by the series expansion for the correlation coefficient.

$$R(\xi) = \overline{\gamma(x) \gamma(x + \xi)} / \gamma^2 = 1 + (dR/d\xi)_0 \xi + 1/2! (d^2 R/d\xi^2)_0 \xi^2 + \dots \quad (A.1)$$

For isotropy the correlation must be a symmetric function of the separation distance and so $(dR/d\xi)_0 = 0$. The scalar microscale, λ , is conventionally defined as the distance at which $R = 0$ if terms higher than quadratic in ξ are discarded.

$$\lambda^2 = - \frac{2}{(d^2 R/d\xi^2)_0} \quad (A.2)$$

Inserting the microscale into the expression for the correlation coefficient gives the parabolic approximation which is valid for any two points in the size volumes considered here.

$$R \sim 1 - (\xi/\lambda)^2 \quad (A.3)$$

The volumes considered here are defined by the cross-section of light beam and the optics of the phototube viewer.

1. Parallelepipeds

Consider a rectangular parallelepiped subdivided into a large number of small cubes. The signal sensed by the phototube is given by a summation:

$$\gamma_{measured} = \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \gamma_{ijk} \quad (A.4)$$

The total mean squared output is given by:

$$(\gamma^2)_{measured} = \sum_{k'=1}^p \sum_{j'=1}^m \sum_{i'=1}^n \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \gamma_{ijk} \gamma_{i'j'k'} \quad (A.5)$$

The general term can be expressed in terms of the microscale, expressing ξ in terms of elemental cube indices.

$$\gamma_{ijk} \gamma_{i'j'k'} = \{ 1 - [(i-i')^2 + (j-j')^2 + (k-k')^2] / \lambda^2 \} \gamma^2 \quad (A.6)$$

The summations can be carried out with the following identities.

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n s &= (n^2 + n)/2 \\ \sum_{s=1}^n s^2 &= (2n^3 + 3n^2 + n)/6 \end{aligned} \quad (A.7)$$

This gives an expression for the mean squared output.

$$(\gamma^2)_{measured} = (mnp)^2 \gamma^2 \left[1 + (l_x/\lambda)^2 (1/6 n^2 - 1/6) + (l_y/\lambda)^2 (1/6 m^2 - 1/6) + (l_z/\lambda)^2 (1/6 p^2 - 1/6) \right] \quad (A.8)$$

Using the fact that the steady portion of the signal is given by $(mnp) \bar{\gamma}$ the exact expression for the ratio of observed rms signal to observed DC signal is obtained by allowing n, m and p to become very large, then taking the square root.

$$(\gamma'/\bar{I})_{\text{measured}} = (\gamma'/\bar{I}) \left\{ 1 - (1/6) [(l_x/\lambda)^2 + (l_y/\lambda)^2 + (l_z/\lambda)^2] \right\}^{1/2} \quad (\text{A.9})$$

The applicable form for the hot wire corresponds to $l_y = l_z = 0$. The general result is expressed more concisely by noting that the diagonal, d , being the relevant dimension, the fractional error in mean square concentration fluctuation level is given by the following expression:

$$(1/6) (d/\lambda)^2 \quad (\text{A.10})$$

2. Cylinders

Intensity resolution associated with a cylindrical configuration is more important for evaluation of the present technique than the parallelepiped resolution developed above since a circular cross-section light beam was used. Consider a cylinder of radius R and length L . In cylindrical co-ordinates a point is specified by an angle θ , a radius r and position x along the axial direction.

$$(\gamma)_{\text{measured}} = \int_{x=0}^L \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \gamma_{\theta, r, x} r d\theta dr dx \quad (\text{A.11})$$

$$(\gamma^2)_{\text{measured}} = \int_{x=0}^L \int_{r'=0}^R \int_{\theta'=0}^{2\pi} \int_{x=0}^L \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \gamma_{\theta, r, x} \gamma_{\theta', r', x'} d\theta dr dx d\theta' dr' dx' \quad (\text{A.12})$$

$$\xi = [(x' - x)^2 + (r \sin \theta - r' \sin \theta')^2 + (r \cos \theta - r' \cos \theta')^2]^{1/2} \quad (\text{A.13})$$

Combining (A.13), (A.3) and (A.1), substituting in (A.12), performing the integrations and rearranging gives the expression for error in mean square concentration fluctuation expressed as a fraction of the true (point-measured) ratio of mean square fluctuation to squared steady signal:

$$\left[\frac{(\gamma'/\bar{I})^2 - (\gamma'/\bar{I})_{\text{measured}}^2}{(\gamma'/\bar{I})^2} \right] = \left[\frac{1}{6 \lambda^2} (L^2 + 6 R^2) \right] \quad (\text{A.14})$$

These analytical expressions permit calculation of geometry required for optimum resolution. Assume that the mean scattered light intensity is to be held constant and that this is accomplished by keeping the sampling volume and hence the average number of scattering particles constant. In terms of the volume V , ($V = \pi R^2 L$), the length characterizing the resolution for a cylinder is, from (A.14), $(L^3 + 6V/\pi L)^{1/3}$. This expression passes through its minimum when

$$L/R = (3)^{1/2} \quad (\text{A.15})$$

Hence the most desirable length is a little less than the diameter. For the rectangular parallelepiped the optimum shape is the cube.

APPENDIX B

COARSE-GRAINED MARKERS

This analysis develops the conditions necessary for obtaining good statistics for the turbulently-induced molecular concentration fluctuations as revealed by smoke particles. For a randomly well-mixed aerosol of smoke particles in a gas the frequency of particle number occurrence within a certain volume of observation follows the Poisson distribution according to a general result obtained by CHANDRASEKHAR [14]: accordingly,

$$(\overline{n'' - n})^2 = n \quad (\text{B.1})$$

The experimental observation of concentration is indirectly the counting of smoke particles in a small volume. Let the occurrence of marked molecules at one place in the flow be represented by a probability of concentrations, as in Fig. 19. Corresponding to m molecules of marked fluid there is, on the average, n smoke particles. The m molecules refer to that species in which the smoke was initially present, e.g. the nozzle fluid in these experiments. At some particular instant however there may be n'' smoke particles and so the observed fluctuation, n' , is equal to $(n'' - n) + (n - \bar{n})$; i.e. the instantaneous fluctuation is composed of two parts, one due to natural randomness and the other due to turbulently induced inhomogeneities. Averaging over a fixed value of the turbulent fluctuation gives:

$$[(n'' - n) + (n - \bar{n})]^2 = (n'' - n)^2 + (n - \bar{n})^2 \quad (\text{B.2})$$

Computing the total effect:

$$(\overline{n'})^2_{\text{exp.}} = \int_0^\infty [(n'' - n)^2 + (n - \bar{n})^2] P(n) dn \quad (\text{B.3})$$

This result is simplified by use of (B.1).

$$(\overline{n'})^2_{\text{exp.}} = (\overline{n'})^2_{\text{turbulent}} + \int_0^\infty n P(n) dn \quad (\text{B.4})$$

where

$$(\overline{n'})^2_{\text{turbulent}} = \int_0^\infty (n - \bar{n})^2 P(n) dn \quad (\text{B.5})$$

Furthermore, from (B.4)

$$(\overline{n'})^2_{\text{exp.}} = (\overline{n'})^2_{\text{turbulent}} + \bar{n} \quad (\text{B.6})$$

Dividing by $(\bar{n})^2$ and utilizing the proportionality between particle number and concentration gives, after taking the root:

$$(\gamma'/\bar{I})_{\text{corrected}} = [(\gamma'/\bar{I})^2_{\text{exp.}} - 1/\bar{n}]^{1/2} \quad (\text{B.7})$$

A graph is given (Fig. 20) for several values of \bar{n} .

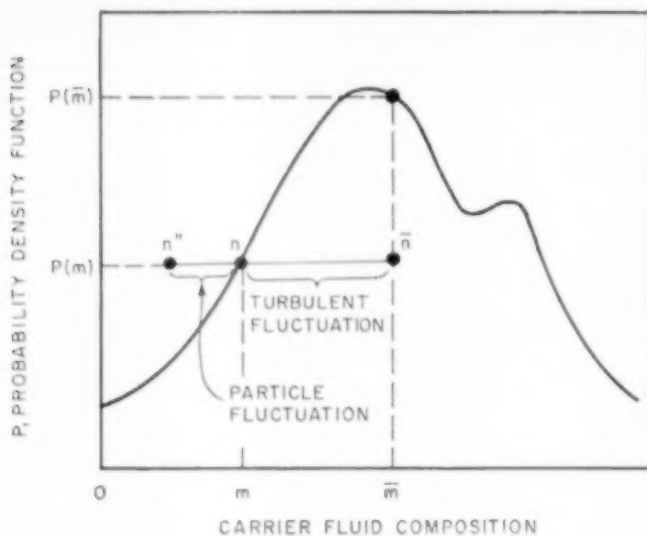


FIG. 19. Diagram to develop effect of superimposed-particle-number fluctuations on intensity measurements.

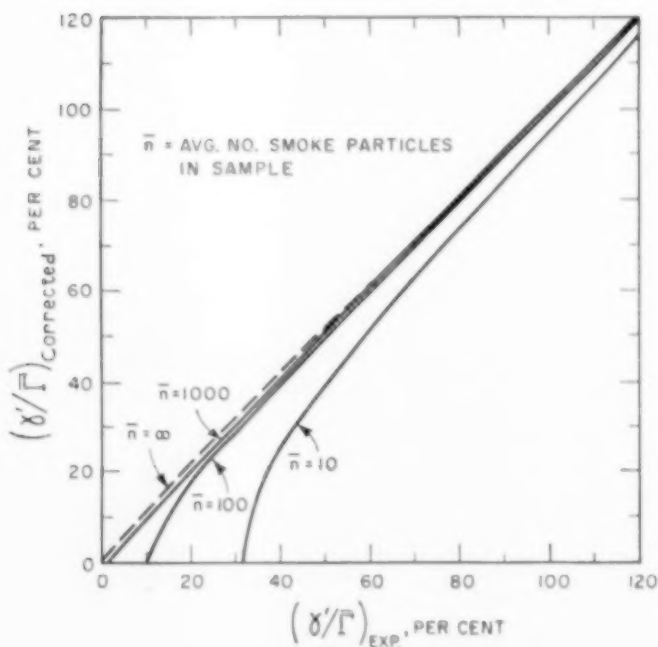


FIG. 20. Effect of statistical variations of smoke particles on intensity of concentration fluctuations.

The nozzle fluid typically contained 2.7×10^6 particles/cm³. For a sampling volume of 1 mm³ located where average concentration is 1 per cent of nozzle concentration and where experimental intensity level is 100 per cent (B.7) gives $[1 - (1/27)]^{1/2}$. Hence a 2 per cent error is introduced under these conditions.

APPENDIX C

MICROSCALE COMPUTED FROM INTENSITY

The rate at which the fluctuations decay due to molecular diffusion is related to the magnitude of concentration gradients which in turn is related to the microscale of the concentration fluctuation field. CORRSIN has derived a result valid for isotropic turbulence demonstrating that the instantaneous fractional decrease in mean square fluctuation per unit time is proportional to molecular diffusivity divided by the square of the microscale [15]. For that reason and others the microscale must be considered an important specification of the state of mixedness. It will now be shown that intensity measurements of smoke concentration are approximately related to the microscale of the smoke concentration field.

Consider the two component mixture of clear air and smoky air and assume the smoky air can be regarded as a continuum; consequently its intensive properties such as light scattering ability per unit volume remain constant no matter what arbitrarily small volume is examined. When residence times are much shorter than some characteristic diffusion time it may be assumed that the smoky air fluid undergoes negligible non-turbulent diffusion. Then, although this smoky air is drawn into complex space shapes, each thread preserves its identity as it is

tangled with the clean air. Under these conditions the concentration at a particular point at a particular time is either smoky or not smoky and thus the concentration at a point undergoes step changes with time. It is readily shown that a maximum root-mean-square concentration fluctuation is associated with a given average concentration level under these conditions and that the two are related by this expression:

$$(\gamma'/\bar{F})_{\max}^2 = (\bar{F}_N/\bar{F} - 1) \quad (C.1)$$

For the jet flow \bar{F}_N is the nozzle concentration.

Experimentally observed smoke fluctuation intensity is always found to be less than the value given by (C.1) and this may be attributed to space averaging. This effect may be assessed by combining the resolution result of equation (A.14) with the theoretical expression for intensity as given by (C.1) which effectively describes the magnitude of the intensity as observed with a point sensor. Thus, corresponding to the space averaging associated with a cylindrical sensor, and assuming isotropy:

$$\lambda^2 = [(L^2 + 6R^2)/6] \left[\frac{1 - (\gamma'/\bar{F})_{\text{measured}}^2}{(\bar{F}_N/\bar{F} - 1)} \right]^{-1} \quad (C.2)$$

For the present experiments $L = 0.07$ in. and $R = 0.04$ in. Hence the numerical factor in (C.2) is 0.0024. For the position in the flow at $x = 20d$ on the centreline, $\bar{F}/\bar{F}_N = 0.24$ corresponding to $(\gamma'/\bar{F})_{\max}^2 = 1.78$; the $(\gamma'/\bar{F})_{\text{measured}}^2 = 0.175$ and hence, from (C.2), $\lambda = 0.05$ in. This cannot be considered a quantitatively accurate result since this computed microscale is smaller than a dimension of the sensing volume; fine scale mixing in the jet appears to be so rapid that useful application of equation (C.2) has not been accomplished.

REFERENCES

- [1] KRZYWOBLOCKI M. Z. *Jet propulsion* 1956 **26**, 760.
- [2] LAURENCE J. C. *Intensity, Scale and Spectra of Turbulence in Mixing Region of Free Subsonic Jet*. NACA Report 1292 1956.
- [3] CORRSIN S. and UBEROI M. S. *Further Experiments in the Flow and Heat Transfer in a Heated Turbulent Air Jet*. NACA Report 998 1950.
- [4] CORRSIN S. and UBEROI M. S. *Spectrum and Diffusion in a Round Turbulent Jet*. NACA Report 1040 1951. (Supersedes NACA TN 1865).
- [5] LIEPMANN H. W. and LAUFER J. *Investigation of Free Turbulent Mixing*. NACA TN 1257 1947.
- [6] CORRSIN S. *Investigation of Flow in an Axially Symmetrical Heated Jet of Air*. NACA Wartime report W-94, December 1943.
- [7] HAWTHORNE W. R., WEDDELL D. S. and HOTTEL H. C. *Third Symposium on Combustion and Explosion Phenomena*, pp 266-288. Williams and Wilkins Baltimore 1949.
- [8] VON KÁRMÁN Th. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 1948 **34** 530.
- [9] BROWN G. B. *Proc. Phys. Soc. Lond.* 1935 **47** 703.
- [10] RAYLEIGH *Proc. Lond. Math. Soc.* 1879 (1) x.4.
- [11] FRENKIEL F. N. *Introduction to some Topics on Turbulence*. Lectures Series No. 3, University of Maryland, The Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics, 1950.
- [12] LIEPMANN H. W. *Z. Angew. Math. Phys.* 1952 **3** 333.
- [13] UBEROI M. S. and KOVASZNY L. S. *Quart. Appl. Math.* 1953 **10** 375.
- [14] CHANDRASEKHAR S. *Stochastic Problems in Physics and Astronomy. Selected Papers on Noise and Stochastic Processes* (Edited by WAX N.) pp. 46-47. Dover Publications, New York 1954.
- [15] CORRSIN S. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1957 **3** 329.

Non-Newtonian flow between parallel boundaries in linear movement

ZEEV ROTEM and REUEL SHINNAR

Technion, Israel Institute of Technology, Haifa, Israel

(Received 30 August 1960; in revised form 1 October 1960)

Abstract—The flow equations of a "general" non-elastic fluid are solved for the case of steady, incompressible, laminar flow between parallel boundaries in linear movement, and with an arbitrary pressure gradient. Solutions are given for the equations derived from the theory of phenomenological macro-rheology as developed by REINER and RIVLIN, and for two empirical flow models, the Rabinowitsch equation and the "power-law" pseudoplastic. The relation between the empirical and the general equations is discussed.

The problem treated is of engineering significance in several cases involving non-Newtonian flow, including viscosity-pump design and the leakage past pistons.

Résumé—Les auteurs présentent des solutions analytiques des équations générales d'écoulement uniforme de fluides incompressibles, visco-inélastiques, en écoulement laminaire entre deux parois planes qui sont en mouvement parallèle et rectiligne. Une chute de pression de signe et de valeur arbitraires est superposée à ce mouvement des parois. Les équations de la théorie phénoménologique de rhéologie macroscopique dérivées par REINER et RIVLIN servent comme point de départ. Ensuite, deux modes d'écoulement dérivés d'équations empiriques sont considérés et leur relation avec la théorie de Reiner-Rivlin est mise en perspective.

Le problème traité par les auteurs est d'importance technologique dans plusieurs cas d'écoulement non-Newtonien, notamment dans le cas du calcul de pompes à viscosité et de fuites de charge autour de pistons.

Zusammenfassung—In der vorliegenden Arbeit wird eine analytische Lösung der Gleichungen der stationären Strömung einer inkompressiblen, viskoelastischen Flüssigkeit angegeben, für den Fall einer laminaren Strömung zwischen zwei parallelen Wänden, die einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in ihrer eigenen Ebene unterliegen. Auf die Flüssigkeit wirkt ausserdem ein Druckabfall von beliebiger Grösse und Vorzeichen. Die Grundannahme ist, dass die Reiner-Rivlinsche Theorie der phänomenologischen Makrorheologie die Grundgleichungen liefert, die das Verhalten der Flüssigkeit charakterisieren. Ferner werden auch zwei empirische Flüssigkeitsmodelle behandelt, und der Zusammenhang mit den Grundgleichungen wird erörtert.

Das hier behandelte Problem ist von grundlegender Wichtigkeit in der Technik der nicht-Newtonischen Flüssigkeiten. Zwei Probleme auf die die Anwendung direkt folgt sind das Problem der Zähigkeits-pumpen und das Problem des Flüssigkeitsverlustes durch Spalte zwischen einem Zylinder und einem Kolben.

INTRODUCTION

THE flow equations of so called "general" non-elastic fluids as applicable to the flow of many non-Newtonian liquids in the field of chemical and mechanical engineering, have hitherto mainly been derived empirically from test data. The first part of the present paper shows a more rigorous approach to problems of one and two-dimensional flow of such fluids. In the second part of the paper the problem of one-dimensional flow between plane boundaries under steady state

conditions is considered in some detail. The boundaries may both have linear velocities in their own plane, of arbitrary sign and magnitude, and the fluid may be acted upon by an arbitrarily chosen pressure gradient. This problem is of importance in several fields of non-Newtonian technology, notably the extrusion and leakage of such a fluid through narrow clearances.

Full solutions for this problem have hitherto been available for Newtonian liquids, and a limited number of non-Newtonian, only. In the present

paper solutions are derived which should cover virtually the whole field of non-Newtonian fluids for this case.

FLOW MODELS FOR ONE- AND TWO-DIMENSIONAL FLOW

General equations describing the behaviour of any isotropic, incompressible and non-elastic fluid have been derived from a phenomenological theory of macro-rheology by REINER [1], RIVLIN [2, 3] and RIVLIN and ERICKSON [4], several years ago. Their basic assumption is that the stress matrix in such a fluid is a function of the kinematic matrix and certain material constants only. REINER [1] by using the Cayley-Hamilton theorem of matrix calculus has been able to show that it is then possible to express the stress matrix in closed forms as follows:

$$\Pi = A_0 \mathbf{D}_{ij} + A_1 \mathbf{D}_1 + A_2 \mathbf{D}_1^2 \quad (1)$$

where Π is the stress matrix, \mathbf{D}_{ij} is the unit matrix and \mathbf{D}_1 is the kinematic matrix.* The coefficients A_i are single valued functions of the three invariants of \mathbf{D}_1 only (i.e. of $\text{tr } \mathbf{D}_1$; $\text{tr } \mathbf{D}_1^2$ and $\text{tr } \mathbf{D}_1^3$), REINER [1, p. 356] and RIVLIN [2, p. 271].

Now, it can readily be shown that for both one- and two-dimensional flow of an incompressible fluid, $\text{tr } \mathbf{D}_1$ and $\text{tr } \mathbf{D}_1^3$ are identically equal to zero. Thus for these cases the coefficients A_i are functions of the second invariant, $\text{tr } \mathbf{D}_1^2$ only. It has also been demonstrated by RIVLIN [3] that these functions are expressible by polynomials of the scalar invariants. Lastly, it may be shown that for the cases here treated the terms $A_2 \mathbf{D}_1^2$, the so-called normal-stress or cross-viscosity terms, do not enter expressions for $\tau_{i,j}$ where $i \neq j$, and $\tau_{i,j}$ are the elements of Π .

Therefore, for one-dimensional flow the equation for the shear-stress becomes

$$\tau_{x,y} = F \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial u}{\partial y} = \mu_0 \frac{\partial u}{\partial y} \left[1 + a_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + a_2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^4 + \dots + a_k \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{2k} \right] \quad (2)$$

*The elements of the kinematic matrix are $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$.

Here μ_0 , the apparent viscosity at zero shear-rate, and the constants a_i , are material constants only.

This treatment can be extended to two-dimensional flow:

$$\tau_{x,y} = F_1 (\text{tr } \mathbf{D}_1^2) \times \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3)$$

where $F_1 (\text{tr } \mathbf{D}_1^2)$ may be approximated by a polynome in

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2.$$

The constants a_i have to be determined from a suitable number of experimental data.

Numerical solutions of equation (2) would thus be possible, but should prove rather cumbersome. The special case of $a_i = 0$ for all $i > 1$ is solved in the paper.

For one-dimensional, and possibly for two-dimensional flow, two different methods of approximating the function F , both first arrived at empirically, lead to much simpler results.

The first method is derived from the fact that for one-dimensional flow equation (2) may be written

$$\frac{\partial u}{\partial y} = F^{-1} (\tau_{x,y}) \quad (4)$$

With the standard restrictions, this may be expanded in a power series, REINER [5, p. 132]. Symmetry requires that only terms with odd powers be retained. Thus,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \tau_{x,y} \sum_{q=0}^k b_q \tau_{x,y}^{2q} = \\ &= \frac{\tau_{x,y}}{\mu_0} \left[1 + \sum_{q=1}^k b_q \tau_{x,y}^{2q} \right] \quad (5) \\ q &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

This equation is more easily amenable to mathematical treatment than equation (2) and should be applicable to all cases where (2) applies. For those cases of two-dimensional flow where $\partial u / \partial x$ (and hence also $\partial v / \partial y$) is small vs. $\partial u / \partial y$ [6, p. 96], an equation analogous to equation (5) may be obtained:

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{\tau_{x,y}}{\mu_0} \left[1 + \sum_{q=1}^k b_q \tau_{x,y}^{2q} \right] \quad (6)$$

A special case of equation (5) with $b_q = 0$ for all $q > 1$ has been suggested empirically, and apparently without any reference to the general equation (2) by RABINOWITSCH [7]. This equation was found suitable in describing the behaviour of polystyrene and other polymer solutions (c.f. Ref. [8]).

The second method is based on the experimental fact that for many non-Newtonian fluids in technical use, known as *pseudo-plastics*, F for one-dimensional flow and over a limited range of shear-stresses is adequately approximated by

$$F = m \left[a_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (7)$$

Here m and n are rheological (material) constants only, obtainable from viscosimetric data and a_0 is a dimensional constant of magnitude unity and the dimensions of time squared. From equation (7) the following relation is obtained:

$$\tau_{x,y} = m \left[a_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (8)$$

This had first been obtained empirically as the so-called "power-law"

$$\tau_{x,y} = \bar{m} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n$$

and as such it is open to objections on dimensional grounds, as has been pointed out by REINER [9]. The development for two-dimensional flow is analogous: thus with the assumptions which led to equation (6),

$$\tau_{x,y} = m \left[a_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (9)$$

The assumption that equation (2) can be approximated over a limited range of shear-rates by the relationship (8) must not necessarily contradict the REINER-RIVLIN equations.

Whereas equations (2) and (5) will, with a suitable number of terms, apply to any fluid fulfilling the basic assumptions mentioned before, equation (8), having only two salient constants, describes well the behaviour of a limited class of fluids only. A modified form of equation (8) has therefore been suggested including three constants, which can successfully be used to predict the behaviour of a larger class of fluids:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{x,y} &= \mu_0 \left\{ 1 + \left[a_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \right\} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right); a_0 \geq 0 \\ \tau_{x,y} &= \mu_0 \left\{ 1 - \left[(-a_0) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \right\} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right); a_0 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Solutions of the flow equations taking into account equation (10) have been obtained for a few values of the exponent n only.

It is of interest to note that the "power law" approximation over a limited range of shear-rates which led to equations (8) and (10) has been applied over a limited range of shear-stress to the inverted relationship, equation (5)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\tau_{x,y}}{\mu_0} [1 + (b_0 \tau_{x,y}^2)^{(s-1)/2}]; b_0 \geq 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\tau_{x,y}}{\mu_0} [1 - (-b_0 \tau_{x,y}^2)^{(s-1)/2}]; b_0 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Alternatively, equation (11) may be looked upon as an extension of the Rabinowitsch equation to include three rheological constants. This empirical equation is said to predict well the behaviour of some polyethylenes, Ref. [11].

FLUID FLOW BETWEEN PARALLEL PLANE BOUNDARIES

Fluid flow between parallel boundaries in linear movement in their own plane, with a pressure gradient acting concurrently on the fluid, is representative of the flow of fluid in the clearance between a piston and a cylinder in which it displaces, or of flow in an idealized viscosity-pump model.

For the steady, isothermal and linear flow of an incompressible fluid in the absence of sources in the flow field and when inertia effects may be neglected the equations of motion and continuity reduce to

$$dp/dx = d\tau_{x,y}/dy \quad (12)^*$$

$$\partial u/\partial x = 0 \quad (13)$$

The nomenclature used is illustrated in Fig. 1. Introducing $-dp/dx = P$ and the ordinate of

*See Appendix I, (c).

the plane of zero shear-stress Y , and integrating (12) yields

$$P(Y - y) = \tau_{x,y} \quad (14)$$

In order to solve this equation it is necessary to postulate the dependence of $\tau_{x,y}$ on the other variables in equations (12) and (13), according to one of the models previously described.

1. Integration of equation (2) for "Couette" flow

Equation (2) gives an ordinary non-linear differential equation of high degree which may be solved numerically for any number of terms. The constants a_i are determined from the analysis of experimental data. Thus the number of terms retained will depend on the accuracy of fit to experimental values required, and it should rarely be practical to retain more than three terms. As integration in closed form for $a_i = 0$ for all $i > 1$ is straightforward, this case is solved in what follows. Should more terms be required it will be found more convenient to use the inverted relationship, as in equation (5), for which solutions for any number of terms are presented in section II. Thus, rewriting equation (2) for $a_i = 0$ for $i > 1$:

$$\left(\frac{du}{dy}\right)^3 + \frac{1}{a_1} \frac{du}{dy} + \frac{P}{a_1 \mu_0} y = \frac{P}{a_1 \mu_0} Y \quad (15)^*$$

The nomenclature is illustrated in Fig. 1.

*It is well known that this cubic for (du/dy) will, in general, have no double points in the flow field. See GOURSAT [10].

Introducing the dimensionless variables $\zeta = y/h$, $\eta = Y/h$ and a dimensionless constant $C = [(3\sqrt{3})/2][\sqrt{(a_1)} \epsilon Ph/\mu_0]$

$$\frac{du}{dy} = \frac{\epsilon}{\sqrt{3a_1}} \left[C^{1/3} \sqrt[3]{\{-(\zeta - \eta) \pm \sqrt{[(\zeta - \eta)^2 + (1/C^2)]}\}} - \frac{1}{C^{1/3} \sqrt[3]{\{-(\zeta - \eta) \pm \sqrt{[(\zeta - \eta)^2 + (1/C^2)]}\}}} \right]$$

ϵ is a sign factor $= P/|P|$. (16)

The square root is to be taken with the positive sign for $\eta \geq \zeta$.

Equation (16) yields upon integration and the insertion of the boundary conditions $u(0) = U_1$ and $u(1) = U_2$

$$\left. \begin{aligned} u - U_1 &= \frac{3h\epsilon}{8C\sqrt{(3a_1)}} \left[-R^2 - \frac{1}{R^2} + 2R + \frac{2}{R} + T^2 + \frac{1}{T^2} - 2T - \frac{2}{T} \right]; \eta \geq \zeta \\ u - U_2 &= \frac{3h\epsilon}{8C\sqrt{(3a_1)}} \left[-S^2 - \frac{1}{S^2} + 2S + \frac{2}{S} + V^2 + \frac{1}{V^2} - 2V - \frac{2}{V} \right]; \eta \leq \zeta \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

where R and S are dimensionless functions of ζ and η , and T and V are dimensionless functions of η , defined thus:

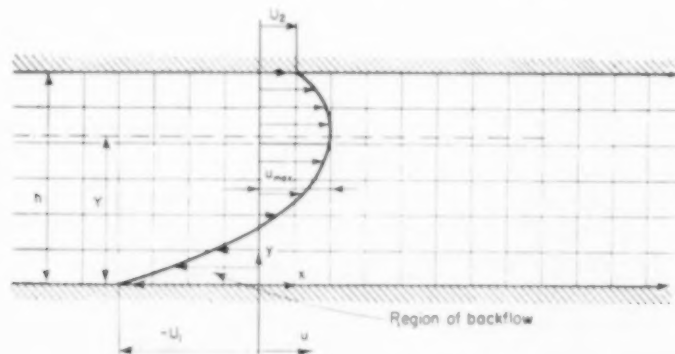


FIG. 1.

$$\begin{aligned}
R &= C^{2/3} \{ (\eta - \zeta) + \sqrt{[(\zeta - \eta)^2 + (1/C^2)]} \}^{2/3}; \\
S &= C^{2/3} \{ (\zeta - \eta) + \sqrt{[(\zeta - \eta)^2 + (1/C^2)]} \}^{2/3}; \\
T &= C^{2/3} \{ \eta + \sqrt{[\eta^2 + (1/C^2)]} \}^{2/3}; \\
V &= C^{2/3} \{ (1 - \eta) + \sqrt{[(1 - \eta)^2 + (1/C^2)]} \}^{2/3}
\end{aligned}$$

Now, when the limits of integration are extended to $\zeta = \eta$, then both equations (17) must furnish expressions for u_{\max} , the velocity at the plane of zero shear-stress. Thus an equation determining η is obtained.

$$u_{\max} = \frac{3h\epsilon}{8C\sqrt{(3a_1)}} \left[T^2 + \frac{1}{T^2} - 2T - \frac{2}{T} \right] + U_1 \quad (18)$$

and

$$\epsilon \left[V^2 + \frac{1}{V^2} - 2V - \frac{2}{V} - T^2 - \frac{1}{T^2} + 2T + \frac{2}{T} \right] = \phi_1 - \phi_2 \quad (19)$$

where ϕ_1 and ϕ_2 are the dimensionless boundary velocities,

$$\phi_1 = \frac{8C}{h} \sqrt{\left(\frac{a_1}{3}\right)} U_1 \quad \text{and} \quad \phi_2 = \frac{8C}{h} \sqrt{\left(\frac{a_1}{3}\right)} U_2$$

The ordinate of the plane of no shear-stress is thus found from (19), whereupon the velocity profiles may be determined from equations (17) above.

The rate of flow is obtained by integrating the first of equations (17) from 0 to Y , the second from Y to h and subsequent addition of the two expressions

$$\begin{aligned}
\omega &= \frac{16}{3} \left(\frac{C}{h}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{a_1}{3}\right)} Q = \\
&= \frac{1}{5} (V^{5/2} + T^{5/2} - V^{5/3} - T^{5/3}) + \\
&+ \frac{1}{2} (V^{1/2} + T^{1/2} - V^{-1/2} - T^{-1/2}) - \\
&- \frac{1}{14} (V^{7/2} + T^{7/2} - V^{-7/2} - T^{-7/2}) + \\
&+ \frac{1}{3} \left(V^2 + \frac{1}{V^2} - 2V - \frac{2}{V} \right) (V^{3/2} - V^{-3/2}) + \\
&+ \frac{1}{3} \left(T^2 + \frac{1}{T^2} - 2T - \frac{2}{T} \right) (T^{3/2} - T^{-3/2}) + \\
&+ \frac{2C}{3} \phi_1 \eta + \frac{2C}{3} \phi_2 (1 - \eta) \quad (20)
\end{aligned}$$

Solutions for negative values of the coefficient a_1 : The inverse hyperbolic functions R , S , T and V are here replaced by inverse trigonometric functions. Thus

$$\begin{aligned}
\frac{du}{dy} &= \frac{\epsilon}{\sqrt{(3|a_1|)}} \\
&\left[C^{1/3} \sqrt[3]{\{(\eta - \zeta) \pm \sqrt{[(\eta - \zeta)^2 - (1/C^2)]}\}} + \right. \\
&\left. + \frac{1}{C^{1/3} \sqrt[3]{\{(\eta - \zeta)^2 \pm \sqrt{[(\eta - \zeta)^2 - (1/C^2)]}\}}} \right] \quad (16a)
\end{aligned}$$

A real solution is

$$\begin{aligned}
u - U_1 &= \frac{3h\epsilon}{8C\sqrt{(3|a_1|)}} \\
&\left[\bar{T}^2 + \frac{1}{\bar{T}^2} + 2\bar{T} + \frac{2}{\bar{T}} - \bar{R}^2 - \frac{1}{\bar{R}^2} - 2\bar{R} - \frac{2}{\bar{R}} \right]; \\
&\eta \geq \zeta \quad (17a)
\end{aligned}$$

and similarly for $u - U_2$, in terms of V and S . Here

$$\bar{R} = C^{2/3} \{ (\eta - \zeta) + \sqrt{[(\eta - \zeta)^2 - (1/C^2)]} \}^{2/3} \text{ etc; alternatively,}$$

$$\bar{R}^2 + 1/\bar{R}^2 = \cos \frac{2}{3} \gamma_1 \text{ where } \gamma_1 = \cos^{-1} [C(\eta - \zeta)]$$

$$2\bar{R} + 2/\bar{R} = \cos \frac{2}{3} \gamma_1$$

$$\bar{T}^2 + 1/\bar{T}^2 = \cos \frac{2}{3} \gamma_2 \text{ where } \gamma_2 = \cos^{-1} (C\eta) \text{ etc.}$$

Thus real solutions are obtained only for

$$|\eta| \leq |1/C| \text{ and } |1 - \eta| \leq |1/C|.$$

The flow-rate is obtained when T and V in equation (20) are replaced by \bar{T} and \bar{V} , and all signs are positive. The solution for negative a_1 is, of course, limited by the proviso that the apparent viscosity cannot be negative.

II. Integration of equation (5) for "Couette" flow

Proceeding as above using the same terminology and inserting $\tau_{x,y}$ from equation (14) into equation (5) yields

$$\begin{aligned}
\frac{du}{dy} &= \frac{P}{\mu_0} (Y - y) [1 + \bar{b}_1 P^2 (Y - y)^2 + \dots + \\
&+ \bar{b}_k P^{2k} (Y - y)^{2k}] \quad (21)
\end{aligned}$$

The velocities are obtained by integration of equation (21)

$$\bar{\phi}(\zeta) - \bar{\phi}_1 = \eta^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} \eta^{2q} -$$

$$- (\eta - \zeta)^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} (\eta - \zeta)^{2q}; \quad \eta \geq \zeta \quad (22a)$$

$$\bar{\phi}(\zeta) - \bar{\phi}_2 = (1 - \eta)^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} (1 - \eta)^{2q} -$$

$$- (\zeta - \eta)^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} (\zeta - \eta)^{2q}; \quad \eta \leq \zeta \quad (22b)$$

where ζ and η are defined as above; $\bar{b}_0 = 1$; and $\bar{\phi}$ is a dimensionless velocity parameter $= 2\mu_0 u / \epsilon Ph^2$. $\bar{\phi}_1$ and $\bar{\phi}_2$ are the values of this parameter at the lower and upper boundary respectively. The equation determining η is

$$\eta^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} \eta^{2q} -$$

$$- (1 - \eta)^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} = \bar{\phi}_2 - \bar{\phi}_1 \quad (23)$$

The dimensionless flow-rate, $\bar{w} = 2\mu_0 Q / Ph^3$

$$\bar{w} = 2\eta^3 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{2q+3} \eta^{2q} +$$

$$+ 2(1 - \eta)^3 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{2q+3} (1 - \eta)^{2q} +$$

$$+ \eta \bar{\phi}_1 + (1 - \eta) \bar{\phi}_2 \quad (24)$$

In this last equation $\bar{\phi}_2$ may be replaced from (23); thus

$$\bar{w} = -\eta^3 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{(2q+3)(q+1)} \eta^{2q} -$$

$$- (1 - \eta)^3 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{(2q+3)(q+1)} (1 - \eta)^{2q} +$$

$$+ \eta^2 \sum_{q=0}^k \frac{\bar{b}_q (Ph)^{2q}}{q+1} \eta^{2q} + \bar{\phi}_1 \quad (24a)$$

Equation (24a) is particularly useful when one wall is stationary. Performance estimation of a viscosity-pump then amounts to the simultaneous solution of equations (23) and (24a).

The solutions given in equations (22) and (24) apply for any non-Newtonian fluid which fulfils the REINER-RIVLIN assumptions, since with a sufficient number of terms in equation (5) any experimental data for such a fluid may be fitted. This equation, with 2 terms only, i.e. with $\bar{b}_i = 0$ for all $i > 1$, was first proposed empirically by RABINOWITSCH [7] and has been used in a solution by YOSHIDA *et al.* [12] of the flow equations, but in different form.* YOSHIDA did not, apparently, proceed to obtain the power requirement of an extrusion pump in closed form. Therefore this particular solution will be given in what follows.

The Rabinowitsch equation is

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau_{x,y}}{\mu_0} (1 + \bar{b}_1 \tau_{x,y}^2) \quad (5a)$$

The particular solution for this equation becomes

$$\bar{\phi}(\zeta) = \eta^2 (1 + K_1 \eta^2) -$$

$$- (\eta - \zeta)^2 [1 + K_1 (\eta - \zeta)^2] + \bar{\phi}_1; \quad \eta \geq \zeta \quad (22c)$$

$$\bar{\phi}(\zeta) = (1 - \eta)^2 [1 + K_1 (1 - \eta)^2] -$$

$$- (\zeta - \eta)^2 [1 + K_1 (\zeta - \eta)^2] +$$

$$+ \bar{\phi}_2; \quad \eta \leq \zeta \quad (22d)$$

$$\eta^2 (1 + K_1 \eta^2) -$$

$$- (1 - \eta)^2 [1 + K_1 (1 - \eta)^2] +$$

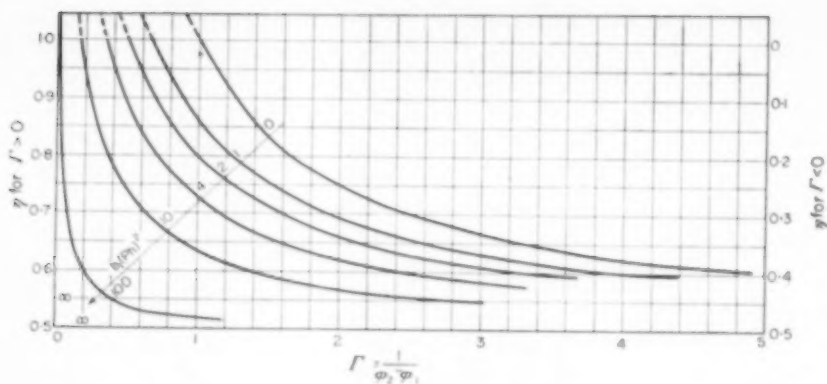
$$+ \bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_2 = 0 \quad (23a)$$

$$\bar{w} = 2K_1 \eta^2 (\eta - 1) + (1 + K_1) \eta -$$

$$- \frac{K_1}{5} - \frac{1}{3} + \bar{\phi}_1 \quad (24b)$$

For convenience $\frac{1}{2} \bar{b}_1 (Ph)^2$ has here been replaced by K_1 , and \bar{b}_0 by unity. Fig. 2 is a plot of equation (23a). Hence for known material constants and wall velocities a performance plot (pressure-rise

*As reprinted by WILKINSON, there is unfortunately an algebraical sign omission in YOSHIDA's equation for u . In particular, u does not fulfill one boundary condition. We were unfortunately unable to check against the original publication.

FIG. 2. Values of η_2 as calculated from equation (23a).

as function of flow-rate) of an idealized viscosity-pump may rapidly be calculated. In particular, pressure-rise at "shut-off," i.e. under no-flow conditions, is obtained from Fig. 2 and equation (22d) with $\bar{\omega}$ and $\bar{\phi}_1$ put = 0.

We believe this method to be considerably simpler and more rigorous than that proposed by DE-HAVEN [8]. It is also seen that the proper parameters for the performance of such a pump are $\bar{\omega}$, $\bar{\phi}_2$ and $\bar{b}_1 (Ph)^2$ and that pressure-rise of a viscosity-pump working on a non-Newtonian fluid is no longer linear with flow-rate. Linearity of this relation had been established for Newtonian fluids [13].

Power requirements of such a pump may be obtained from equation (3a), integrating along the flow path, if the channel is of uniform depth. The whole procedure is, however, admissible only if (a) the ratio (channel width) to (channel depth) is much greater than unity and (b) the effect of wall curvature is neglected.

Notwithstanding these assumptions a reasonable estimate of viscosity-pump performance is nevertheless obtained [14]. Correction factors for the influence of the ratio W/h can be worked out approximately on the basis of those applying for Newtonian fluids [14], (see Appendix I).

For an extrusion pump the channel length will subtend an angle α with the longitudinal axis of symmetry of the barrel; thus wall velocity U_2 is

$$\pi \rho \frac{\text{rev/min}}{30} \sin \alpha$$

where ρ is the screw half-diameter over the groove roots.

Thus

"Effective" pump input =

$$-\frac{\bar{C}}{\sqrt{3\bar{b}_1}} \left[C_1^{1/3} \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 + (1/C_1^2)}} - \frac{1}{C_1^{1/3} \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 + (1/C_1^2)}}} \right] \quad (25)$$

where $\bar{C} = LW\rho\pi \frac{\text{rev/min}}{30} \sin \alpha$; and

$$C_1 = 3 \sqrt{3\bar{b}_1} \frac{Ph}{2} [1 + \bar{b}_1 (Ph)^2 (1 - \eta)^2] (1 - \eta).$$

L is the channel length in the direction of flow, and W is channel width. Caution is however required here: as there is a component of velocity transverse to the direction of flow three-dimensional flow effects may arise, in which case the constants \bar{b}_i are no longer applicable *a priori*. This transverse component of velocity gives rise to an "ineffective" power input, dissipated in "closed-loop" circulation in a plane projection perpendicular to the direction of the main flow; that is, the actual flow is helical. Neglecting three-dimensional effects, the "ineffective" power is obtained by simultaneous solution of (23a) and (24b), with $\omega = 0$ and $\phi_1 = 0$, for η_2 and P_z , where P_z is the negative pressure gradient in the z -direction.

The solution for (23a) may simply be read off Fig. 2 when η_2 has been found. Once P_z has thus

been determined the ineffective power is obtained approximately from equation (25), if $\bar{C} \cotg \alpha$ and C_1 in terms of P_2 and η_2 replace \bar{C} and C_1 in that equation, respectively.

Special cases. (a) For both walls stationary $\bar{\omega} = \frac{1}{6} [1 + \frac{3}{2} \bar{b}_1 (Ph)^2]$

$$\text{and } \frac{\bar{\phi}_{\text{mean}}}{\bar{\phi}_{\text{max}}} = \frac{\frac{3}{2} [1 + \frac{3}{2} \bar{b}_1 (Ph)^2]}{[1 + \frac{3}{2} \bar{b}_1 (Ph)^2]}$$

(b) For some values of $\bar{b} (Ph)^2$ and $\bar{\phi}_2 - \bar{\phi}_1$ no plane of zero shear-stress is obtained in the flow field. Thus the solutions given above do not apply. In particular, the "free discharge" rate i.e. volume flow at no pressure rise, is found to be $(U_2 - U_1) h/2$ per unit channel width.

III. The pseudoplastic model*

From equations (8) and (14):

$$\left. \begin{aligned} |P| (Y - y) &= m a_0^{(n-1)/2} |du/dy|^n \quad y \leq Y \\ |P| (y - Y) &= m a_0^{(n-1)/2} |du/dy|^n \quad y \geq Y \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Introducing dimensionless variables and boundary conditions as before these equations may be integrated

$$\left. \begin{aligned} u &= \epsilon h a_0^{(s-1)/2} |Ph/m|^s \int_0^\zeta (\eta - \zeta)^s d\zeta + U_1; \quad \zeta \leq \eta \\ u &= \epsilon h a_1^{(s-1)/2} |Ph/m|^s \int_\zeta^1 (\zeta - \eta)^s d\zeta + U_2; \quad \zeta \geq \eta \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

here $s = 1/n$ and ϵ is a sign parameter, $= P/|P|$.

The procedure for finding the equation determining η is as previously described. Thus

$$\eta^{s+1} - (1 - \eta)^{s+1} - 1/\Gamma = 0; \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (28)$$

where

$$\Gamma = \frac{\epsilon}{s+1} \frac{h}{U_2 - U_1} \left| \frac{Ph}{m} \right|^s a_0^{(s-1)/2}$$

*MORI and MATSUMOTO [15] tried to solve the pseudoplastic case in a different manner. However, their solution as published contains unfortunately, various mistakes, and is also dimensionally incorrect. This may easily be checked for the limiting cases of no wall speed (their $\lambda = 0$), no pressure drop, etc.

Calculated values of η are given in Table 1.

Point velocities may now be obtained from equation (27). Several profiles thus calculated have been drawn in Fig. 3.

Repeated integration of (27) will give the flow rate

$$\Omega = \epsilon \left[\eta^{s+2} + (1 - \eta)^{s+2} + \frac{s+2}{s+1} \left(\frac{\eta}{\Gamma_1} + \frac{1 - \eta}{\Gamma_2} \right) \right] \quad (29)$$

$$\text{where } \Omega = \frac{Q}{h^2} (s+2) \left| \frac{m}{Ph} \right|^s a_0^{(1-s)/2}$$

$$\text{and } \Gamma_i = \frac{\epsilon}{s+1} \frac{h}{U_i} \left| \frac{Ph}{m} \right|^s a_0^{(s-1)/2}; \quad (i = 1, 2).$$

Equation (29) for one wall stationary, is given in Fig. 4. This nomogram enables rapid performance

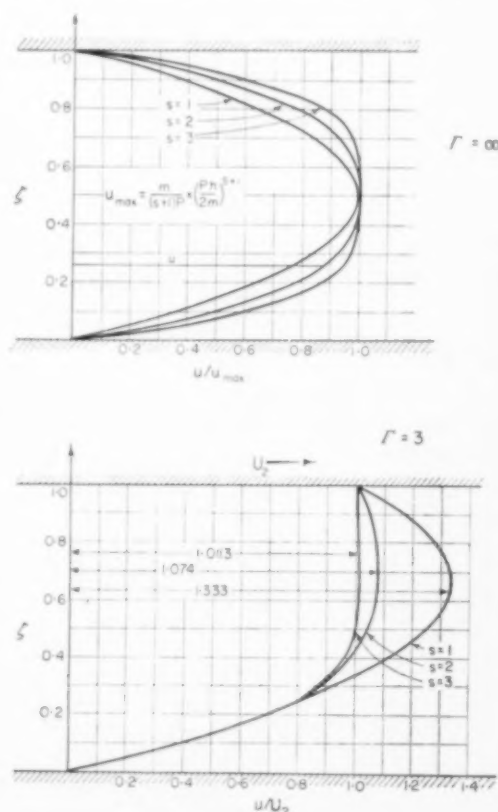


FIG. 3. Velocity profiles as calculated from equations (27) and (27a).

Table 1. Values of η as calculated from equation (28)

$\frac{F}{s}$	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	∞
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0.38189	0.34220	0.26193	0	$\pm \infty$	1.0000	0.73807	0.65780	0.61811	$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0.37965	0.33876	0.25789	0	$\pm \infty$	1.0000	0.74211	0.66124	0.62033	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	0	$\pm \infty$	1.0000	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2}$	0.33891	0.29014	0.20197	0	$\pm \infty$	1.0000	0.79803	0.70986	0.66109	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{2}$	0.28808	0.23835	0.15884	0	$\pm \infty$	1.0000	0.84116	0.76165	0.71192	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{2}$	0.24165	0.19712	0.12942	0	$\pm \infty$	1.0000	0.87058	0.80288	0.75835	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	0.20625	0.16735	0.10915	0	$\pm \infty$	1.0000	0.89085	0.83265	0.79375	$\frac{1}{2}$
10	$\frac{1}{2}$	0.11845	0.09505	0.06105	0	$\pm \infty$	1.0000	0.93895	0.90405	0.88155	$\frac{1}{2}$

For other values of s or F , η may be obtained by interpolation on Fig. (6).

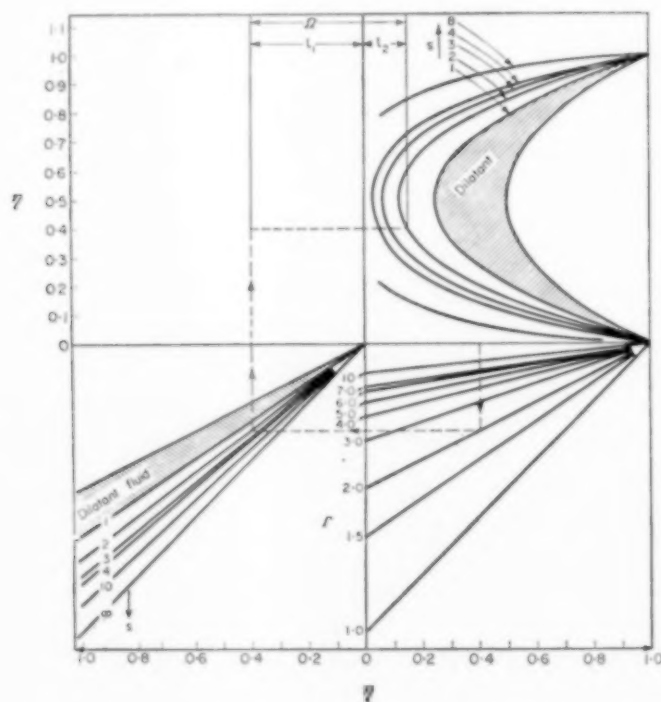


FIG. 4. Flow-rate nomogram. Example shows flow of 0.557 for $s = 2$, $\eta = 0.4$, $F = 2$.

For $F < 0$, $\Omega = 1_2 - 1_1$; thus for $s = 2$, $\eta = 0.4$, $F = -2$, $\rightarrow \Omega = -0.242$.

The dilatant region is limited by the parametric curves $s = 1$ (marked on the Fig.) and $s = 0$. The boundary $s = 1$ marks the limit of dilatant and pseudoplastic behaviour, and thus corresponds to the case of a Newtonian fluid. The boundary $s = 0$ ($n = \infty$) divides the region of dilatant fluids from that region where the relationship of the type of equation (8) ceases to have any physical meaning.

estimation for an idealized extrusion-pump model operating on a pseudoplastic fluid. Its use is explained in Appendix II. A calculation example of the leakage of a pseudoplastic fluid past a piston displacing in a cylinder is included in Appendix IV.

It is again seen that pressure-rise of an idealized viscosity-pump model is no longer linear with flow-rate. Linearity of this relation had been established for Newtonian fluids [13].

"Effective" power of an extrusion pump may be calculated within the limitations discussed for the RABINOWITSCH case, i.e. negligible three-dimensional effects, and large channel width compared to channel height. Thus

"Effective" pump input =

$$-h P (1 - \eta) L W \rho \pi \frac{\text{rev/min}}{30} \sin \alpha \quad (30)$$

where L , W , ρ and α are as in Section II. Here, again, it is assumed that boundary '1' is stationary. "Ineffective" power is obtained by calculating η for $\Omega = 0$ from the nomogram, Fig. 4; then obtaining P_z from equation (28); and finally, inserting $P_z(1 - \eta_z) \cot \alpha$ in equation (30) for $P(1 - \eta)$.

Special cases. (a) When both walls are stationary, $\eta = \frac{1}{2}$ and the velocity profile may be obtained by direct integration of equations (27). Particular solutions are given in Appendix III.

(b) For $s = 1$ the flow reverts to that of a Newtonian fluid. For this case solutions of the above equations have been obtained by REYNOLDS [16]. Γ reverts to SCHLICHTING's [6, p. 62] parameter P .

(c) For $-1 \leq \Gamma \leq 1$ there is no plane of zero shear-stress in the flow-field: i.e. the function $u = f(\zeta)$ has no analytic maximum between $\zeta = 0$ and $\zeta = 1$, and the solutions given above do not apply.

In particular, for $\Gamma = 0$ the velocity gradient and the shear stress are constant, and the flow-rate for this case (the "free discharge rate") is $Q = (U_1 - U_2) h/2$ per unit width of channel.

DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The applicability of the empirical equations for

the flow of an inelastic non-Newtonian fluid in one and two-dimensional flow is examined. Then the flow of such a fluid in a channel which represents an idealized viscosity-pump model is treated. It was possible to obtain closed integration of the flow equations for four different flow models: the REINER-RIVLIN type of equation; the inverted REINER-RIVLIN relationship, including the RABINOWITSCH model as a special case; the pseudoplastic and the pseudoplastic with "Newtonian" term.

It is shown that the performance calculations of idealized viscosity-pump models involve the simultaneous solution of at least two equations.

Graphs, Tables and a nomogram are included in the paper for fluids following the Rabinowitsch relationship and the pseudoplastic fluid. These graphs should aid in rapid computation of the performance of viscosity pumps.

It is shown how power input may be calculated, and explicit solutions are given for two cases.

The solutions presented in the paper should cover the majority of cases in technical applications.

It is found that there is usually a plane of no shear-stress and a region of backflow in a viscosity pump channel where P and U_2 are of opposite sign, and hence Γ is negative. This compares favourably with experimental data as obtained by ESHER and VALENTINOTTI [17].

It should be pointed out that the solutions presented in the paper are not applicable for general, three-dimensional flow conditions, where most of the mathematical development outlined in the introduction is inadmissible [18]. Also, in this case rheological data obtained from capillary tube or rotational viscometers may prove inadequate to predict the behaviour of a fluid under these more general conditions.

However, the solutions outlined in the paper are also valid for the steady, incompressible flow of a viscoelastic fluid, as all time derivatives of the strain components drop out (RIVLIN [2]).

Acknowledgement—The work of one of us (Z.R.) was partly sponsored by a Fohs Foundation grant at this Institute, for which our appreciation is hereby expressed. Part of this work may be incorporated in a thesis to be submitted at this Institute.

APPENDIX I

DISCUSSION OF GENERAL CONDITIONS OF LAMINAR, INCOMPRESSIBLE FLOW IN A CHANNEL FORMED BY TWO PLANE BOUNDARIES IN LINEAR MOVEMENT AND TWO PARALLEL LATERAL WALLS

In an extrusion pump a complication arises in that there is not only a boundary velocity co- or anti-directional with P . There is usually present a velocity component perpendicular to this direction. Thus flow in an extrusion-pump screw groove is essentially three-dimensional for width to depth of groove ratios of the order of near unity. Three cases ought to be distinguished:

(a) $W/h \approx 1$ while all the convective terms are zero, i.e. $\partial u_i/\partial x_i = 0$ in equation (1), and $\partial v/\partial x$, $\partial w/\partial x$ are negligibly small. Equations for the stress components may be obtained for this case from equation (1). A three-dimensional flow-pattern akin to helical flow is obtained. In an extruder screw wall curvature effects will complicate matters further.

(b) $1 \ll W/h \ll \infty$; here the $\partial v/\partial y$ term will drop out. Flow is still three-dimensional, but at the half-width plane of the channel, where $\partial u/\partial z \approx 0$ and v is small flow approximates case (c).

(c) For $1 \ll W/h \approx \infty$ only all derivatives with respect to z drop out.

$$\text{Thus } \tau_{x,y} \approx \frac{A_1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}; \tau_{x,z} \approx \frac{A_2}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right), \tau_{y,z} \approx \frac{A_1}{2} \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\text{and } \tau_{x,x} \approx -p + \frac{A_2}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

These equations in conjunction with equation (13) lead to equation (12) even if cross-viscosity effects are present. The design procedure for extrusion pumps as described in this paper is thus applicable only if the width to depth ratio of the channel cross-section is great. Also, the limitations of calculating correction coefficients for small W to h ratios from data computed for Newtonian fluids, as mentioned in Section II, will readily be realized.

APPENDIX II

EXPLANATION OF USE OF FIG. 4

The performance of an idealized viscosity pump may be estimated by use of the nomogram, Fig. 4. On this nomogram the boundary '1' is assumed stationary.

Calculation of pressure-rise at "shut-off," i.e. at no-flow conditions: for any given power index ' s ,' proceed by trial and error until agreement of the value of η from the vertical and horizontal axes is obtained, so that $|I_1| = |I_2|$.

Table 2.

Angle β	$= 90$	75	60	45	30	15	0
Instantaneous Γ_2 , compression stroke	$= -2.770$	-2.868	-3.200	-3.935	-5.540	-10.71	$-\infty$
Instantaneous η , interpolated	$= 0.273$	0.282	0.302	0.338	0.377*	0.427*	0.500
Instantaneous Ω from Fig. 4	$= -0.082$	-0.073	-0.042	-0.024	0.020	0.074	0.125
Instantaneous Γ_2 , suction stroke	$= 1.062$	1.100	1.226	1.502	2.145	4.105	∞
Instantaneous η ,	$= 0.986$	0.975	0.942	0.883	0.779	0.660	0.500
Instantaneous Ω	$= 0.073$	0.040	0.851	0.703	0.507	0.304	0.125

$$\left. \begin{aligned} \text{Compression stroke mean leakage } \bar{\Omega} &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \Omega d(\beta) = 5.29 \times 10^{-2} \text{ per rad.} \\ \text{Suction stroke mean leakage} &= +0.642 \text{ per rad.} \\ \text{Volumetric leakage per min.} &= \frac{h^2}{s+2} \Sigma \left[\bar{\Omega} a_0^{(s-1)/2} \left(\frac{Ph}{m} \right)^s \right] \times 120 \times 2\pi^2 \times 2.005 \\ &= 380 \text{ in.}^3/\text{min.} \end{aligned} \right\} \text{from plot of Fig. 5}$$

All the leakage occurs during the suction stroke.

*N.B. extrapolated on log scale for Γ_2 .

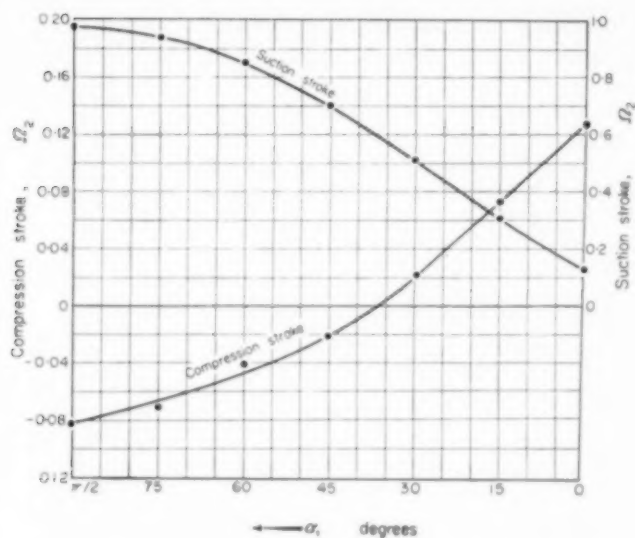


FIG. 5. Instantaneous rates of leakage for calculation example.

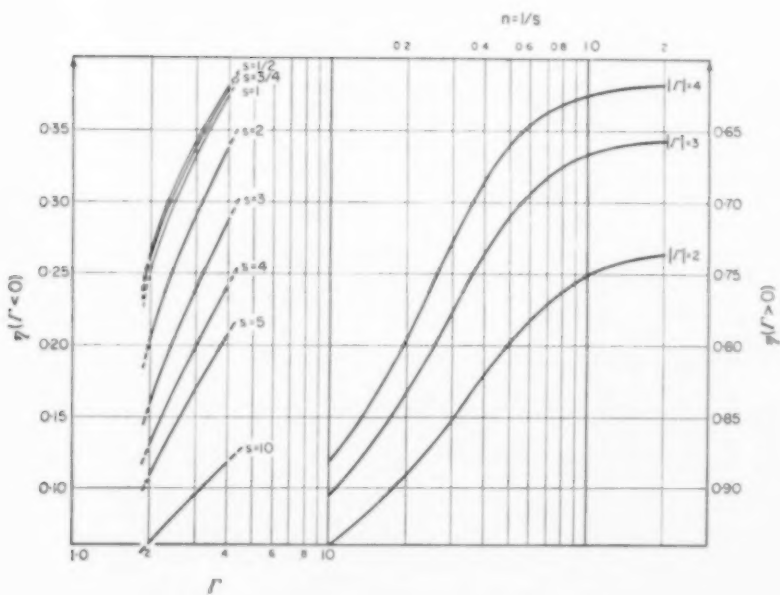


FIG. 6. Interpolation curves plotted from Table 1.

The value of F_2 (negative) may then be read and P calculated, if U_2 is given.

A similar procedure is adopted for estimating performance at any other flow, in conjunction with Table 1, if necessary.

APPENDIX III

FLOW OF A PSEUDOPLASTIC FLUID BETWEEN STATIONARY, PARALLEL BOUNDARIES

For a pseudoplastic fluid flowing between stationary parallel walls the following relations are obtained:

$$u_{\max} = \epsilon \frac{m a_0^{(s-1)/2}}{(s+1) P} \left| \frac{Ph}{2m} \right|^{s+1};$$

$$\frac{u_{\max}}{u_{\text{mean}}} = \frac{s+1}{s+2}; \quad \Omega = \epsilon 1/2^{1/s} \quad (27a)$$

APPENDIX IV

ILLUSTRATIVE CALCULATION EXAMPLE

A piston displaces in a cylinder in concentric movement. The piston speed is a sinusoidal function of time. The parameters of the problem are as follows:

Piston diameter and length: 2 in.

Length of stroke: 5 in.

Diametral clearance: 0.010 in.

Speed: 120 c/min.

Compression stroke: pressure = 866 p.s.i.g. = constant.

Suction stroke: pressure = 536.6 p.s.i.g. = constant.

Fluid pseudoplastic: $s = 2$; $m = 0.00947$ sec lb. in.⁻²

Required: total leakage in in.³/min.

Solution

Wall curvature effects will be neglected.

Here $U_1 = 0$, and $U_2 = U_{2\max} \sin \beta$

where $\beta = \pi/2 [1 - (2X/5)]$

and X is the distance from mid-stroke.

$$U_{2\max} = \frac{1}{2} \pi \times 5 \times 2 \times (120/60) = 31.4 \text{ in./sec.}$$

$$F_{2\max} = -\frac{1}{2} \times \frac{0.005}{31.4} \times \left(\frac{433 \times 0.005}{0.00947} \right)^2 = -2.77,$$

compression stroke

$$F_{2\min} = \frac{1}{2} \times \frac{0.005}{31.4} \times \left(\frac{268 \times 0.005}{0.00947} \right)^2 = +1.062,$$

suction stroke

Instantaneous values of F_2 are now calculated, and instantaneous values of Ω_2 are determined from Fig. 4. A plot of these Ω_2 is given in Fig. 5. By integration the total leakage is found to be 380 in.³/min., the totality of which occurs during the suction strokes.

NOTATION

- a_i = constants
- a_0 = dimensional constant
- \bar{a}_0 = rheological constant
- A_0, A_1, A_2 = functions of the three matrix invariants
- b_i, \bar{b}_i = constants
- C, \bar{C}, C_1 = constants, defined in text
- D_1 = kinematic matrix
- F, F_1, F^{-1} = functions
- h = height of flow channel in y direction
- i = index
- j = index
- l_1, l_2 = lengths on Fig. 4
- L = channel length
- k = exponent
- K_1 = constant
- m, \bar{m} = rheological constants
- n = rheological constant
- p = hydrostatic pressure
- P = negative pressure gradient in direction of channel axis
- P_2 = negative pressure gradient normal to channel axis
- q = summation index
- Q = volumetric flow-rate per unit width of channel
- R = function of ζ and η
- s = rheological constant = $1/n$
- S = function of ζ and η
- T = function of η
- u, v, w = point velocity components in x, y and z direction respectively
- U_1, U_2 = lower and upper boundary velocity, respectively
- V = function of η
- W = channel width in z -direction
- x, y, z = Cartesian co-ordinates
- X = distance from mid-stroke of reciprocating pump
- Y = ordinate of plane of zero shear-stress
- α = angle between channel longitudinal axis and extrusion-pump barrel axis
- β = crank angle of reciprocating pump
- γ_i = angles
- Γ, Γ_1 = dimensionless parameters, defined in text
- Δ_{ij} = unit matrix
- ϵ = sign parameter = $P/|P|$
- ζ = dimensionless ordinate
- η = dimensionless ordinate of plane of zero shear-stress
- η_s = dimensionless ordinate of plane of zero shear-stress, for z -wise flow
- μ_0 = rheological constant
- Π = stress matrix
- ρ = extrusion pump screw half-diameter
- $\tau_{j,i}$ = components of stress matrix

$\tau_{x,y}$ = shear stress	Subscripts
$\phi, \bar{\phi}$ = dimensionless velocity parameters defined in text	max = maximum
$\phi_1; \phi_2; \bar{\phi}_1; \bar{\phi}_2$ = dimensionless boundary velocity parameters	min = minimum
$\omega, \bar{\omega}$ = dimensionless flow-rate, defined in text	mean = mean value
Ω = dimensionless flow-rate	tr = trace of matrix
	z = referring to flow in the z-direction

REFERENCES

- [1] REINER M. *Amer. J. Math.* 1945 **67** 350.
- [2] RIVLIN R. S. *Proc. Roy. Soc.* 1948 A **193** 260.
- [3] RIVLIN R. S. *J. Ration. Mech. An.* 1956 **4** 681.
- [4] RIVLIN R. S. and ERICKSEN J. L. *J. Ration. Mech. An.* 1956 **4** 323.
- [5] REINER M. *Twelve Lectures on Theoretical Rheology*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1949.
- [6] SCHLICHTING H. *Boundary Layer Theory* (Translated by KESTIN J.) Pergamon Press, London 1955.
- [7] RABINOWITSCH B. *Z. phys. Chem.* 1929 A **145** 141.
- [8] DE-HAVEN E. S. *Industr. Engng. Chem.* 1958 **51** 813.
- [9] REINER M. *Deformation and Flow*, Lewis, London 1949.
- [10] GOURSAT E. *Traité d'analyse* (Translated by Hedrick, E. R. and Dourkel, O.) 2 III Section 80. Dover Publications Inc. reprint, New York, 1959.
- [11] DEXTER F. D. *J. Appl. Phys.* 1954 **25** 1124.
- [12] YOSHIDA T., HAYASHIDA K., KOBAYASHI K. and TANOKA H. *Chem. Engng. (Japan)* 1957 **21** 26. Referred to in WILKINSON W. L. *Non-Newtonian Fluids* p. 89, Pergamon Press, London 1960.
- [13] CARLEY J. F., MALLOUK R. S. and MCKELVEY J. M. *Industr. Engng. Chem.* 1953 **45** 974.
- [14] CARLEY J. F. and STRUB R. A. *Industr. Engng. Chem.* 1953 **45** 970.
- [15] MORI Y. and MATSUMOTO T. K. *Proc. 3rd Int. Congr. Rheol.* 1958 pp. 240-242.
- [16] REYNOLDS Sir O. *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1886 Part 1; reprinted, Scientific Papers p. 228.
- [17] ESCHER S. and VALENTINOTTI A. *Industr. Engng. Chem.* 1958 **50** 829.
- [18] SCHOWALTER R. W. *Amer. Inst. Chem. Engrs. J.* 1960 **6** 24.

Shorter Communications

Notes on the falling sphere viscometer

(Received 29th August, 1960)

THE MOTION of a sphere at low velocities in a fluid has been widely studied. Stokes' law which governs the resistance to slow motion in an infinite fluid has been modified by several investigators to take account of the finite boundary conditions, with particular reference to the falling sphere method of determining the viscosity of a liquid. A review of the theoretical and experimental work on this subject has been given by MERRINGTON [1]. The present notes deal with two aspects of the falling sphere technique which do not appear to have been widely studied.

In the determination of the resistance to slow motion, considerable attention has been paid to the effect of the sides of the vessel in which the sphere is falling, and the effect of the ratio sphere diameter/container diameter on the resistance. On the subject of the end effect, i.e. the effect of the rigid end of the cylinder upon the motion of the sphere, there is much less information, and MERRINGTON merely states that measurements of velocity should be carried out at some distance from the end of the container.

The study of end effect is facilitated by measurement of the pressure changes generated by the moving sphere, and a method of studying this is by using an interface between two fluids. The movement of this interface gives a sensitive method of showing any change from the hydrostatic pressure associated with the depth of the fluid. This liquid-liquid interface is analogous to the gas-liquid interface which has been studied in connexion with the impact of spheres and projectiles with a free surface [2]. In these cases, however, the impact of the sphere and the

entrainment of the gas have been the main topics of study and no account of any movement of the liquid surface before impact has been given.

In our experimental work an interface between two liquids of different densities, i.e. oil and water, was used, and glass containers of different diameters gave a wide range of ratio, sphere diameter/container diameter. Steel spheres were introduced into the upper fluid through a small bore tube, as in the falling sphere viscometer, and their passage through the upper fluid observed. As the sphere approached the interface a depression of the interface appeared ahead of the sphere; the depression reached its maximum value as the sphere passed into the lower fluid. With small diameter spheres and the oils available the rate of fall was such that the Reynolds number was well within the range appropriate to the falling sphere viscometer. The phenomena could easily be observed but with larger diameter spheres a photographic record was necessary to give an accurate result.

From the experimental data it appears that the disturbance of the pressure field ahead of the moving sphere is confined to a region within approximately five sphere diameters from the interface [Fig. 1]. The pressure variation extends over an area corresponding to a diameter of eight times the sphere diameter, and is a maximum when the sphere reaches the interface position. Observation of the rate of fall of the sphere through the upper fluid showed no retardation as the interface was approached.

Although the above experiments do not give a direct measure of the end effect of a rigid boundary they indicate that the interface technique may find application to similar

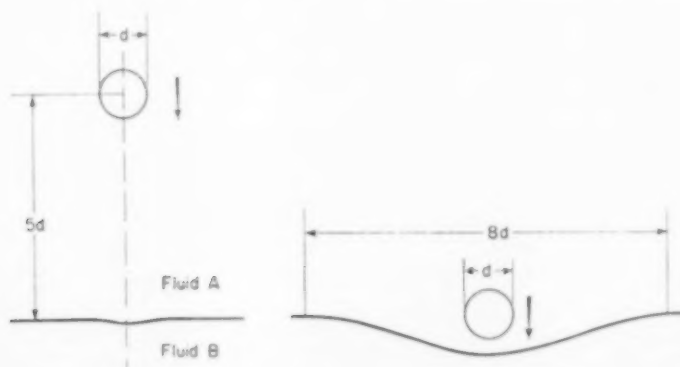


FIG. 1

problems where an indication of a pressure change is needed, without the requirement for the measurement of the pressure.

The second series of experiments has been concerned with the effect of successive spheres upon one another in their passage through the falling sphere viscometer. LEMIN [3] has briefly studied this problem, although his main interest lay in the wall effect, and he describes tests in which, with various sphere diameter/container diameter ratios, spheres were dropped through glycerine at intervals of 2 to 3 min. It was found that the time of fall of successive spheres decreased gradually, instead of remaining constant, i.e. the resistance of successive spheres is reduced. It was also found that after a break of 15 min the time of fall had again increased, but not to its original value; this original value was only attained after an hour's wait. The apparent viscosity quoted by LEMIN from his test results varies by some 12 per cent over 20 successive spheres at intervals of 2 to 3 min.

LEMIN suggests that the falling sphere sets up currents in the glycerine making times of fall after the first unreliable. It has also been suggested that this variation in viscosity may be affected by the hygroscopic properties of glycerine, but it is doubted whether this could account for the apparent variation in viscosity over a short period of time.

The above experiments have been repeated by the author in the standard falling sphere viscometer and an

apparent reduction in viscosity obtained with successive spheres, although over the time interval used by LEMIN the apparent change of viscosity was only some 4 per cent, compared with the previously reported 12 per cent. The work has also been carried out using castor oil, of viscosity 10 poise at 12 °C, instead of glycerine, with a corresponding viscosity of 18 poise. With the castor oil a change in viscosity was observed only when the interval between successive spheres was less than 40 sec and the variation was less than 2 per cent over some 20 successive spheres.

British Standards Specification No. 188 (1957), which deals with the absolute measurement of viscosity, contains no reference to the time effect, stating only that the experiments should be continued until three successive spheres give an accuracy of 0.5 per cent. With a fluid such as glycerine, therefore, it appears that an error may be introduced by an insufficient period between successive experiments, and this would be indicated by a continuous fall in the apparent viscosity. It is possible that a connexion may be found between these results and the recent work on the motion of two or more spheres in a viscous fluid, due to KYNCH [4], EVESON *et al.* [5] and PFEFFER and HAPPEL [6]. Further work on this and other aspects of the falling sphere viscometer is planned.

Department of Engineering,
The University,
Manchester 13.

P. G. MORGAN

REFERENCES

- [1] MERRINGTON A. C. *Viscometry*. Edward Arnold, London, 1949.
- [2] BIRKHOFF G. *Jets, Wakes and Cavities*. Academic Press, New York, 1957.
- [3] LEMIN C. E. *Phil. Mag.* 1931 **12** 589.
- [4] KYNCH G. J. *J. Fluid Mech.* 1959 **5** 193.
- [5] EVESON G. G., HALL E. W. and WARD S. G. *Brit. J. Appl. Phys.* 1959 **10** 43.
- [6] PFEFFER R. and HAPPEL J. *Amer. Inst. Chem. Engr. J.* 1960 **6** 129.

Composition and boiling point of acetic acid-styrene azeotrope

(Received 30 July 1960; in revised form 7 September 1960)

Abstract—The composition and boiling point of the acetic acid-styrene azeotrope have been determined at different pressures. The results show an error in the composition published in the azeotrope tables compiled by HORSLEY.

Résumé—Détermination de la composition et du point d'ébullition de l'azéotrope styrene-acide acétique à différentes pressions. Les résultats montrent une erreur dans la composition des tables azéotropiques de HORSLEY.

Zusammenfassung—Die Zusammensetzung und der Siedepunkt des Azetotrops Essigsäure-Styrol wurde bei verschiedenen Drucken bestimmt. Die Ergebnisse zeigen, dass in den von Horsley herausgegebenen Azetotrop-Tafeln eine fehlerhafte Zusammensetzung veröffentlicht ist.

INTRODUCTION

IN HORSLEY's tables of *Azeotropic Data* [1], acetic acid is reported to form an azeotrope with styrene boiling at 116 °C and containing 17 per cent acetic acid. Since 116 °C

is so near the boiling point of acetic acid (118.5 °C) and so far from the boiling point of styrene (146 °C), it was suspected that there was an error in the data. Reference to the original publication of LECAT [2] showed that the

figure 17 per cent acetic acid was not a transcription error.

The composition and boiling point of this azeotrope has therefore been determined at atmospheric and also at reduced pressure. The styrene used was the grade supplied by British Drug Houses Ltd., and the glacial acetic acid was pure material *ex* May and Baker Ltd.

APPARATUS AND METHOD

200 ml of mixtures of acetic acid and styrene of varying compositions were made up by volume and distilled from a 500 ml flask through a $\frac{1}{4}$ in. diameter \times 12 in. column packed with $\frac{1}{4}$ in. glass rings. The still head carrying a thermometer was connected to a condenser and a 100 ml graduated receiver with a side arm leading to a vacuum pump through a cardice trap. A T-piece in the tube connecting the receiver and the trap was connected to a mercury manometer for measuring the pressure which was kept constant by means of a manostat. About 25 ml of each mixture were slowly distilled over, then the distillate and residue were analysed by weighing 2 ml and titrating with N NaOH using phenolphthalein as indicator. The azeotrope composition was taken to be that of the mixture which gave a distillate identical in composition to that of the boiler.

RESULTS AND CONCLUSIONS

Two sets of distillations were carried out, one at atmospheric pressure and the other at 50 mm pressure.

The compositions of the azeotrope so found are shown in Table 1 below, together with those of Vilim, *et al.* [3] which were determined at a constant temperature of 60 °C.

Table 1

Pressure (mm)	Temperature (°C)	% Acetic acid	% Styrene
760	116.8	85.7	14.3
90.1	60	88.3	11.7
50	46.3	91	9

The Table shows that the acetic acid content of the azeotrope increases with reduction in pressure, and confirms the suspicion that the published figures for the azeotrope at atmospheric pressure were erroneous.

Acknowledgments—The author wishes to thank the Directors of Messrs. Courtaulds Limited for permission to publish these results.

Courtaulds Ltd.

Research Laboratories
Coventry.

C. O. HAUGHTON

REFERENCES

- [1] HORSLEY L. H. *Azeotropic Data*. American Chemical Society 1952.
- [2] LECAT M. *Ann. Soc. Sci. Brux.* 1930 50B 21.
- [3] VILIM *Chem. Listy* 1954 48 989.

Effects of sonic vibrations on boiling

(Received 11 January 1961)

In a previous communication HARBAUM and HOUGHTON [1] have reported the effects of audio-frequency vibrations on the rate of absorption of carbon dioxide in water using a counter-current bubble-type absorber. In the same communication it was suggested that audible sound might also have an influence on boiling. In this connexion it has recently come to the authors' attention that ISAKOFF [2] has increased the rate of boiling heat transfer by applying an ultrasonic vibration of fixed frequency (10,000 c/s) to a pool of liquid boiling on a platinum wire. He found that the ultrasonic field could increase the heat transfer rate by as much as 60 per cent and that, under the influence of ultrasonics, film boiling could also be made to revert to nucleate boiling. However, since it is well known that boiling liquids emit characteristic sounds in the audible range (*cf.* WESTWATER [3]), it was felt that audio frequencies in the range 20–1000 c/s might be more effective

than ultrasonic frequencies in improving heat transfer during boiling.

The apparatus for the study of the effects of audio frequencies on boiling heat transfer is shown in Fig. 1. Boiling occurred in a 1 ft length of 3 in. diameter glass pipe. The water supply, WS, was provided by continuously circulating water from a thermostated tank. The bottom of the column contained a loosely-fitting Teflon piston, P, sealed by a silicone rubber diaphragm. The piston was vibrated by an electro-dynamically-driven vibrator, V, at frequencies in the range 20–1000 c/s. The amplitude of the vibrations was measured at each frequency, using a microscope. The amplitude as a function of frequency is shown in Fig. 2; the small peaks in amplitude over the narrow frequency range 100–200 c/s are attributed to resonant frequencies in the diaphragm-piston-water system. The boiling occurred on a 0.005 in. diameter annealed

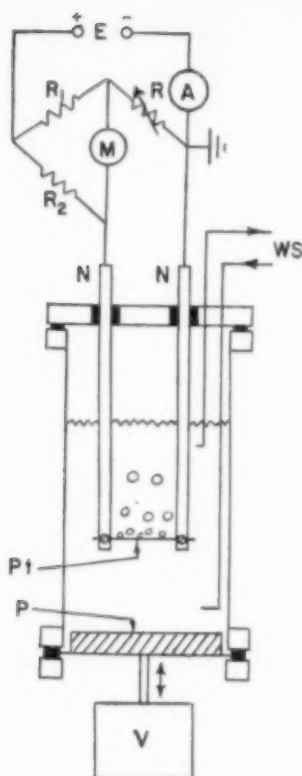


Fig. 1. Equipment.

platinum wire, Pt, held between two $\frac{1}{4}$ in. diameter nickel electrodes, N, and immersed to a depth of 4 in. below the liquid surface. The liquid level above the piston was maintained at 7 in. The platinum wire was heated by a continuously adjustable d.c. voltage supply, E, of 0–16 V, at 0–8 A, with a ripple of less than 0.1 per cent. The current through the wire was measured by a precision multi-range ammeter, A. The temperature of the wire was obtained by balancing the Wheatstone bridge, using the decade resistance box R and the millivoltmeter, M. To avoid errors caused by ambient temperature changes, the precision fixed resistors R_1 and R_2 were thermostated in an oil bath.

Fig. 2 shows the effects of various frequencies and amplitudes on the rate of heat transfer from a horizontal platinum wire, as measured by the film coefficient, h . The measurements were made with a constant liquid flow, constant liquid level, constant liquid temperature and using a constant temperature difference, $\Delta t = t_W - t_L$, between the wire (temperature t_W) and the liquid (temperature t_L). In the case where the water enters subcooled at 96.6°F and no boiling occurs, it is apparent from Fig. 2 that vibration can increase the film coefficient by as much as 500 per cent at the lower frequencies. Although the

increased film coefficient is evidently related to the velocity of the liquid past the wire it is difficult to separate the effects of frequency and amplitude.

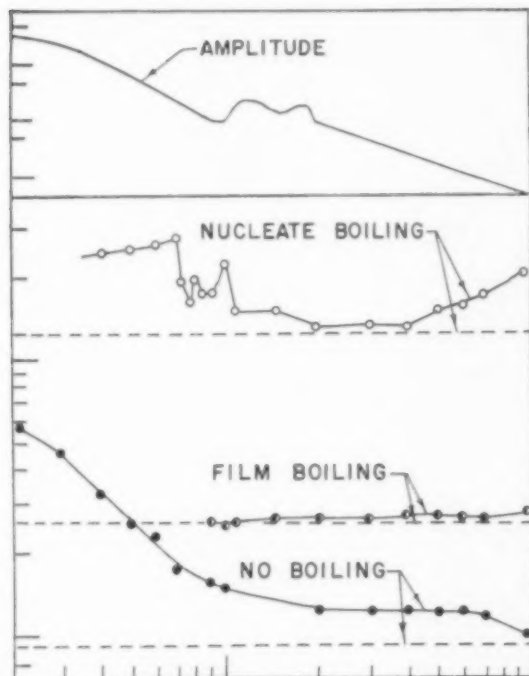


Fig. 2. Effect of frequency and amplitude on the film coefficient, h , for water at 730 mm Hg pressure.
— — — no vibration

	t_L (°F)	Δt (°F)	Liquid flow at t_L (ft ³ /hr)
●	96.6	93.6	2.54
○	208.7	134.6	1.29
⊙	208.7	231.7	1.29

The effect of sonic vibrations on nucleate boiling is quite different from that with no boiling – at low frequencies in the 40–70 c/s range, the film coefficient is about 100 per cent greater than without vibration and only changes slightly with frequency and amplitude. In the 70–100 c/s range two sharp peaks were observed in the heat transfer rate that could not be attributed to either experimental error or to peaks in the amplitude due to resonant effects in the system. Throughout the frequency range 100–400 c/s the film coefficients were only about 10 per cent better than without vibration. However, as the frequency was

increased in the interval 400–1000 c/s, the film coefficient steadily increased until at 1000 c/s the improvement was 72 per cent, even though the amplitude had decreased steadily in the same range and the total power supplied was always less than 0.5 W. In the 400–1000 c/s range visual observations showed that bubbles were formed at more nucleation sites on the wire than without vibration, and that large steam bubbles tended to present a frothy appearance and break up into smaller fragments (especially close to 1000 c/s)—a resonance phenomenon mentioned earlier by HARBAUM and HOUGHTON [1].

If sufficient power was supplied for film boiling to occur the platinum wire would glow red and it was noted that the effect of sound on the heat transfer rate was quite small (less than 15 per cent) at all frequencies in the range 80–1000 c/s. However, below 80 c/s it was found extremely difficult to maintain a constant Δt without "burning out" the wire. It was therefore concluded that the effect of low frequency vibrations is perhaps to reduce the heat transfer coefficient in the film boiling zone. However, this "burn-out" phenomenon has been found to be quite

sensitive to local conditions around the wire and a temporary change in amplitude caused by altering the frequency might also be sufficient to cause "burn-out." It is interesting to note that if no attempt was made to hold the Δt constant, it was found that audio frequencies could be used to lower the Δt and prevent the onset of film boiling, an observation also recorded by ISAKOFF [2] at 10,000 c/s. For example, in a typical experiment where nucleate boiling was occurring at 1000 c/s with a Δt of 163°F and a flux of 3.46×10^5 B.Th.U./hr ft², if the sound source was turned off, the wire immediately glowed red and the Δt jumped to 1314°F with a flux of 4.31×10^5 B.Th.U./hr ft², representing an increase of only 25 per cent above the nucleate boiling flux. In certain cases where the Δt for nucleate boiling was rather large, the wire would burn out when the sound vibrations were removed.

Chemical Engineering Department,
Division of Engineering Research,
University of Pittsburgh,
Pittsburgh, U.S.A.

J. H. GIBBONS
G. HOUGHTON

REFERENCES

- [1] HARBAUM K. L. and HOUGHTON G. *Chem. Engng. Sci.* 1960 **13** 90.
- [2] ISAKOFF S. E. 1956 *Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University, California, Preprints of Papers for June 21, 22 and 23*, p. 15.
- [3] WESTWATER J. W. *Science* 1955 **122** 332.

VOL.
15
1961

Book Reviews

HANS FROMHERZ: **Physikalisch-chemisches Rechnen in Wissenschaft und Technik**. 2. Auflage. Verlag Chemie 1960. 338 Seiten DM 32.50.

Das Erscheinen der 2. Auflage nach vier Jahren zeigt, dass dieses Buch eine Lücke schloss, die zwischen den Lehrbüchern der physikalischen Chemie und den an die Studenten aber auch an die im Beruf stehenden Chemiker herantretenden Problemen besteht. Dabei ist das Buch keine reine Aufgabensammlung mit Angabe der Lösung. Vielmehr findet sich in jedem der 14 Kapitel über Thermodynamik, Elektrochemie, Reaktionskinetik usw. zunächst eine knappe aber übersichtliche Einführung, dann erst folgen die entsprechenden Aufgaben mit jeweils ausführlicher Lösung. Die rund 200 Aufgaben selbst sind in ihrem Schwierigkeitsgrad abgestuft und in ihrer Auswahl sehr geschickt zusammengestellt.

In der neuen Auflage sind die Dimensionsbezeichnungen weiter präzisiert und 5 neue Aufgaben aufgenommen, vier davon aus dem Gebiet der Verwendung von radioaktiven Isotopen als Indikatoren. In der Reaktionskinetik wurde die Aufgabe über die Zeitabhängigkeit von zusammengesetzten monomolekularen Reaktionen erster Ordnung wesentlich erweitert.

Obwohl das Buch wenig Aufgaben im eigentlichen Sinne der modernen chemischen Technologie (chemical engineering) bringt, ist es gleichwohl für den Technologen als Grundlage für die speziellen, oft nur mit Arbeitshypothesen und Näherungsmethoden lösbaren Aufgaben sehr wertvoll. Das richtige Verständnis technologischer Zusammenhänge ergibt sich niemals aus abstrakten Formulierungen sondern nur aus der Durchrechnung konkreter Fälle.

K. SCHOENEMANN

STANLEY M. WALAN: **Reaction Kinetics for Chemical Engineers**. McGraw-Hill, New York. xiv + 338 pp. \$9.50.

This book is a welcome addition to the chemical engineer's library, since there have been relatively few previous texts on reaction kinetics as specifically applied to the design of industrial equipment. The emphasis here is on the types of equipment used to carry out chemical reactions and the methods used for their design. Very little attention is paid to those topics usually of interest to the physical chemist, such as the determination of reaction mechanism or absolute-reaction-rate theory. There is, however, a brief review of theory and an excellent bibliography.

The text has been intended for senior undergraduate or first-year graduate courses. There are a great many numerical illustrations throughout the book and about 150 problems for the student, ranging from those that are simple to some that require several hours of work.

Following an introductory chapter that serves as a review of the fundamentals of chemical kinetics, there are several chapters devoted to the various design classifications of reactions. Homogeneous reactions are treated in considerable detail, including isothermal and flow systems. Heterogeneous reactions, uncatalysed and catalysed are discussed, along with some material on the mechanism of the catalysis. A chapter on fixed and fluidized beds of particles includes a description of the transfer processes taking place and pressure drop and heat transfer considerations.

The scaling-up of test results to the design of full-size equipment is often a problem, particularly in working with chemical reactors. Some of the principles and necessary considerations in scale-up are discussed, such as the requirements of dimensional similitude.

A descriptive chapter on industrial reactors includes diagrams of various types now used in commercial practice. The book is concluded with a brief section on mathematics, intended as a review of ordinary differential equations.

R. W. SOUTHWORTH

EDWARD F. OBERT: **Concepts of Thermodynamics**. McGraw-Hill, New York 1960. 528 pp. \$11.00.

MANY books on thermodynamics have appeared in the past few years and one may well ask if another one is really justified. In this case the answer is definitely: yes. Professor OBERT's book is distinctly different from most of the books on thermodynamics and particularly those intended primarily for engineering students. The author has made an unusual effort to be as precise as possible in his treatment of definitions and basic concepts without at the same time getting so involved as to sacrifice clarity. This reviewer feels that he has succeeded to a considerable degree in presenting rather abstract concepts in a clear and logical manner. Any student who is willing to put in the necessary effort—and it does require considerable effort to grasp abstract principles—will be rewarded with a better understanding of the principles than he can get from the majority of texts in this field.

Emphasis throughout the book is on the understanding of concepts rather than on application to specific engineering problems though the latter are not entirely neglected.

There are examples worked out in every chapter and a list of problems is given at the end of each chapter.

In addition to the discussion of fundamental concepts and definitions, of temperature and its measurement, of the first, second and third laws of thermodynamics, the following subjects are treated: properties of pure substances, $p-v-T$ relationships, the ideal gas and deviations of real gases, mixtures, phase and chemical equilibrium, fluid flow and combustion. A good review of those fundamentals of the calculus which are of particular importance in the study of thermodynamics is presented in an Appendix. Several useful tables and charts are also given in Appendix B.

I recommend the book not only to all students of thermodynamics but also to all engineers who have occasion to apply thermodynamic principles and who feel that their grasp of the fundamental concepts is not as good as they would like to have it. This book, so it seems to me, offers a relatively fresh and original approach to a subject that is difficult not only for the beginning student, but also the advanced one, because of the abstract nature of its basic concepts.

BARNETT F. DODGE

I. I. BERENELUT and N. B. DOWNES: **Tables for Petroleum Gas Oxygen Flames, Combustion Products and Thermodynamic Properties.** Oxford University Press 1960. 107 pp. 30s.

DETAILED tables are calculated over the temperature range 1000–3500°K for the equilibrium composition of the combustion products, and the enthalpy, entropy, specific heats, molecular weight and density of these combustion products. The fuels considered are propane, propylene, butane, butylene and certain mixtures of these. All the flames considered are on the rich side, as this is the aspect of these high temperature flames which is normally most useful for studying heat transfer from such flames. The chemical and mathematical derivation of the results are given in a clearly written note at the beginning, and the tables have been calculated by means of an electrical digital computer. There is a very useful chart summarizing all the results for adiabatic flame temperatures as a function of oxygen fuel/volume ratio for the seven fuels considered.

M. W. THRING

Z. STERBÁČEK and P. TAUSK: **Michaní v Chemickém Průmyslu (Mixing in the Chemical Industry).** Státní Nakladatelství Techniky Literatury, Praha, 1959. 328 pp.

AS MAY be judged from the English summary, given below, this book is a comprehensive survey of the scientific and practical aspects of mixing; there seems to be no work in the English language which covers the field with comparable thoroughness.

P. V. DASCKWERTS

SUMMARY

The book on mixing in chemical industry summarizes the present state of knowledge of mixing liquids, pastes and solid loose substances. It is intended for workers in chemical industry, research and designers of chemical equipment.

The book is divided into seven sections.

The first section contains a brief introduction defining the scope of the book and the importance of mixing. This is followed by a list of more frequently used symbols.

The second section deals with theoretical fundamentals of mixing. Liquids mix either spontaneously or by forced convection. Hydrodynamic principles of mixing and turbulent diffusion required for the comprehension of mixing by forced convection are discussed. The functional theory of basic mixer types is explicated further. Formation of heterogeneous systems is treated and followed by a survey of the most important cases of rheological behaviour of pastes. The last chapter of the second section covers the statistics of mixing solid substances.

The third section recapitulates the principles of the theory of similitude and dimensions, and describes the derivation of the criterial equation required for the calculation of power input. Equations for the calculation of individual flow types respecting the influence of all geometrical members are developed further. The treatment of power input is complemented by the establishment of conditions for an optimal power input.

The fourth section summarizes available information on the influence of mixing upon the unit operations in chemical production. First of all the influence of mixing on heat transfer is dealt with. The chapter covering the effect of mixing on mass transfer contains the influence of mixing on dissolving, crystallization, extraction, electrolysis and absorption. Further is a brief note on the influence of mixing on biochemical processes and a chapter on the influence of mixing on the course of chemical reactions. The last chapter of the fourth section treats as well the design of reactors equipped with mixers.

In the fifth section methods are described by which results of mixing are observed. The arrangement of model systems and selection of experimental equipment is described afterwards. Finally conditions of scaling-up of systems with transfer of momentum, heat and mass are dealt with.

Description of various mixers is the subject of section six. The described mixers are classified according to the state of the mixed media into chapters dealing with mixing of gases and liquids. Individual chapters contain description of mixing equipment for gases, liquids, pastes, pulps and solid loose substances.

The last section presents a concise survey of notions concerning the selection and suitability of mixers, and includes several solved problems.

The book is complemented by references to the original literature and a list of producers of the equipment described.

Vacuum Technology Transactions. Proceedings of the Sixth National Symposium, edited by C. Robert Meissner. Pergamon Press, London 1960. 335 pp. £6.

THE book under review is sponsored by the American Vacuum Society, and provides a record of the 58 papers presented at the sixth annual meeting held in 1959 at Philadelphia. The subjects that are discussed cover a wide range, and are divided into eight sections.

The problems associated with the production and maintenance of a vacuum now go far beyond those that relate merely to pumping out air. Complications arise because the distinctive and peculiar properties of individual molecules become much more evident, and may exert significant effects, when they are allowed to act freely by themselves without being hindered and obscured by a blanketing cloud of atmospheric molecules. Such freedom of action may be desirable and therefore encouraged, or unwanted and preferably eliminated, and may give rise to physical, chemical, or electrical reactions. It will be understood, therefore, that many problems of vacuum technique need for their solution a knowledge of kinetic theory combined with an understanding of the interactions that may occur between different molecules, and also, in certain cases, of ionization effects and the process of electron emission. These matters are dealt with extensively in the book under review, examples both of theory and from practice being included.

It is impossible in a short synopsis to itemize all the papers contributed, but the following summary indicates the main features.

The first seven papers deal with the surface adsorption and desorption of gases, using various types of mass spectrometer for analysis; the results show how the presence of a hot tungsten filament, and also of getters, influences the composition of the residual gases. Methods of, and equipment for, achieving and maintaining very low pressures of the order of 10^{-9} mm Hg (or torr) are described in the next six papers, while a further six papers survey some procedures for vacuum measurement. Types of vacuum apparatus used for a variety of applications are described in the next twelve papers, which include a valuable presentation by B. B. DAYTON of the theoretical background applicable to sorption and outgassing effects, together with tables of constants appropriate for various materials. Included in the next thirteen papers are several that deal respectively with electron beams, sorption of gases, and the properties and formation of evaporated films. The final fourteen papers describe various kinds of vacuum equipment and components for special applications, and include particulars of the operation of some titanium-ion and getter pumps. The last ten pages provide a contents list that gives the titles of all the papers included in the six volumes of these symposia issued during the period 1954-1959, the list being followed by an author-index arranged alphabetically.

There is little criticism to offer regarding the book. It is a pity, though, that many of the authors have failed

to adopt the standard terms and units that are recommended in the Glossary approved by the American Vacuum Society. To mention one example, a gas flow rate is expressed in units of $\mu\text{l. Hg/sec}$ which, if translated literally, would represent micro-litres of mercury per second, but it is improbable that this is what the author meant.

Like most books of its kind the volume under review has a characteristic lack of systematic treatment and shows some repetition of the subject matter. But these apparent objections have the merit of enabling comparisons to be made between the ways in which different workers approach the same kind of problem. Thus a useful and unbiased guide is provided for the benefit of others exploring similar fields. The book can therefore be confidently recommended to those concerned with problems of vacuum practice who already possess some knowledge of the subject, and who wish to keep in touch with the latest developments.

G. BURROW

E. KIRSCHBAUM: Destillier- und Rektifizierteknik. (3rd Ed. revised). Springer Verlag, Berlin 1960. 415 pp., 82s. 1d.

THERE are only a few books in chemical engineering literature which deserve to be called classics. *Destillier- und Rektifizierteknik* is certainly one of them. It is one of the rare books which somehow do not age. Most of the material contained in the first edition, published in 1940, is just as relevant today. This may be due to the rather slow progress in distillation, as well as to the fact that most of the contents of the book, particularly on the experimental side, are based on the author's own work, very often of a pioneering character. The book is thus not only of factual but also of historical interest in that the development of certain ideas can be followed throughout the three editions. The mutual effects of heat and mass transfer on the mechanism of distillation may be quoted as an example. In the first edition distillation was considered to be controlled by heat exchange between the phases; in the second edition (1950) heat and mass transfer were regarded as equivalent, while any reference to heat transfer effects has disappeared completely from the third edition.

The book is first and foremost a "Kirschbaum." Contributions of other workers are mostly ignored. The same applies to some distillation topics on which the author has not carried out any research. The book loses thus the value of an up-to-date monograph; instead, it offers the English-speaking reader a stimulating and often unorthodox approach to the subject.

The changes in the third edition, as compared to the second edition, are not very substantial; in fact they are smaller than between the first two editions. The author has included his work on operation and design of bubble-cap and sieve trays and on the relation between heat and mass transfer in condensation of binary mixtures, published

Chem. Engng. Sci. Vol. 15, Nos. 1 and 2, July, 1961.

Book Reviews

over the last few years in *Chem.-Eng.-Tech.* For the first time he has also introduced the concept of the activity coefficient in the discussion of phase equilibria. The reduction in volume of the book (415 as against 459 pages) has

been achieved at the expense of equilibrium data provided in the appendix. These have been reduced from 158 to 46 binary systems and ternary systems have been eliminated completely.

H. SAWISTOWSKI

VOL.
15
1961

SELECTION OF CURRENT PAPERS OF INTEREST TO CHEMICAL ENGINEERS

- R. ASH and D. M. GROVE: Low pressure gas flow in consolidated porous media. *Trans. Faraday Soc.* 1960 **56** 1357-1371.
- J. A. SHROPSHIRE: Inhibition of acid attack on steel by heavy metal ions. *J. Electrochem. Soc.* 1960 **107** 740-744.
- O. K. RICE: The thermodynamics on non-uniform systems and the interfacial tension near a critical point. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 976-984.
- S. R. GUNN and L. G. GREEN: Heats of solution in liquid ammonia at 25°C. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1066-1069.
- A. E. PENGELLY: Apparatus for the measurement of gas velocity in furnaces and models. *J. Sci. Instrum.* 1960 **37** 339-346.
- G. W. SEARS and J. W. CAHN: Interaction of condensable gases with cold surfaces. *J. Chem. Phys.* 1960 **33** 494-499.
- J. W. FOX and A. C. H. SMITH: Viscosity of mixtures of hydrogen and water vapour at 295°K. *J. Chem. Phys.* 1960 **33** 623-624.
- K. ENDO: Oxygen transfer in gas liquid contacting mixer. *Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo* 1959 **53** 216-226.
- I. KAISER: Contribution to the investigation of distillation—3. Exchange of substance between phases (in French). *Rev. Inst. Franç. Pétrole et Ann. combustibles liquides* 1960 **15** 598-626.
- J. G. BIRAM: Measurement of slip (K_0) and viscous (B_0) coefficients of permeable solids. *Nature, Lond.* 1960 **187** 865.
- A. V. DEO, N. R. SANJANA, S. B. KULKARNI, M. K. GHARPUREY and A. B. BISWAS: New compounds for the control of water evaporation. *Nature, Lond.* 1960 **187** 870-871.
- P. C. MANGELSDORF and E. L. WASHINGTON: Packing of mixtures of hard spheres. *Nature, Lond.* 1960 **187** 930.
- A. KLINKENBERG and F. SJENITZER: Eddy diffusion in chromatography. *Nature, Lond.* 1960 **187** 1023.
- D. H. DAVIS: Monte Carlo calculation of molecular flow rates through a cylindrical elbow and pipes of other shapes. *J. Appl. Phys.* 1960 **31** 1169-1176.
- R. HEASTIE and C. LEFEBVRE: Phase equilibria in condensed mixtures of argon and xenon. *Proc. Phys. Soc.* 1960 **76** 180-184.
- L. M. HOCKING: The collision efficiency of small drops (the trajectories of two spheres falling under gravity). *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 1959 **85** 44-50.
- K. BRYAN: The instability of a two-layered system enclosed between horizontally, coaxially, rotating plates. *J. Meteorol.* 1960 **17** 446-455.
- J. E. McDONALD: A note on the aerodynamic effects of internal circulations in small raindrops. *J. Meteorol.* 1960 **17** 474-475.
- T. H. ELLISON and J. S. TURNER: Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow—I. Over-all description of flow. *J. Fluid Mech.* 1960 **8** 514-528. II. Dependence of transfer coefficients in local stability. *Ibid.* 1960 **8** 529-544.
- P. DERGARABEDIAN: Observations on bubble growths in various superheated liquids. *J. Fluid. Mech.* 1960 **9** 39-48.
- R. E. PATTLE: Diffusion from an instantaneous point source with a concentration dependent coefficient. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1959 **12** 407-409.
- K. S. KRISHNAN and R. SUNDARAM: The distribution of temperature along electrically heated tubes and coils—I. Theoretical. *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A 257** 302-315.
- H. PORITSKY and R. A. POWELL: Certain solutions of the heat conduction equation (for various forms of heat-input on a boundary). *Quart. Appl. Math.* 1960 **18** 97-106.
- J. A. MORRISON and H. L. FRISCH: Bounds on the non-linear diffusion controlled growth rate of spherical precipitates (e.g. the diffusion of solute in a crystal towards a growing precipitate). *J. Appl. Phys.* 1960 **31** 1621-1627.
- K. SPIELBERG and H. TIMAN: On three and two-dimensional disturbances of pipe flow. *J. Appl. Mech.* 1960 **27** 381-389.
- K. T. YEN: On the indeterminateness of the boundary conditions for the mixing of two parallel streams. *J. Appl. Mech.* 1960 **27** 390-392.
- W. W. SHORT, R. A. S. BROWN and B. H. SAGE: Thermal transfer in turbulent gas streams. Effect of turbulence on local transport from spheres. *J. Appl. Mech.* 1960 **27** 393-402.
- L. S. HAN: Hydrodynamic entrance lengths for incompressible laminar flow in rectangular ducts. *J. Appl. Mech.* 1960 **27** 403-409.
- S. L. KOCHANSKI: Effects of buckling and initial curvatures on the expansion stresses in pipe lines. *Fluid Handl.* 1960 **No. 128** 244-247.
- S. A. STERN, P. C. WATERMAN and T. F. SINCLAIR: Separation of gas mixtures in a supersonic jet—II. Behaviour of helium-argon mixtures and evidence of shock separation (See also *J. Chem. Phys.* 1959 **31** 405-419). *J. Chem. Phys.* 1960. **33** 805-813.

- C. C. HARRIS and D. HOWITT: A method for the routine measurement of particle-shape factors in the sieve range. *Nature, Lond.* 1960 **187** 401-403.
- K. UYAMA and H. KOBAYASHI: Perforated-plate extraction towers of the ordinary (non-pulse) type. *Bull. Univ. Osaka Prefect.* 1959 **A7** 113-132.
- K. UYAMA and A. KATAYAMA: Perforated-plate extraction towers of the alternative flow (pulse) type. *Bull. Univ. Osaka Prefect.* 1959 **A7** 133-144.
- H. HIKITA: Liquid-phase mass transfer in a disk (absorption) column. *Bull. Univ. Osaka Prefect.* 1959 **A7** 145-154.
- K. ISHIDA: An approach to adsorption processes by probability considerations. *Nippon Kagaku Zasshi* 1960 **81** 524-529.
- S. NAGATA, I. YAMAGUCHI, S. YABUTA and M. HARADA: Mass transfer in agitated liquid-solid systems. *Mem. Fac. Engng., Kyoto Univ.* 1960 **22** 86-122.
- H. UYEHARA, T. SHIGEMURA, Y. TOZAKI and A. UYEHARA: Mass transfer in falling-film molecular distillation; consideration of sperm oil as a pseudo-bicomponent system. *Kagaku Kagaku* 1960 **24** 281-288. (In Japanese).
- T. MIYAUCHI: Influence of longitudinal dispersion on tray efficiency. *Kagaku Kagaku* 1960 **24** 434-443. (In Japanese).
- K. ONDA, T. OKAMOTO and H. HONDA: Liquid-phase mass transfer coefficients in towers packed with Berl saddles. *Kagaku Kagaku* 1960 **24** 490-493. (In Japanese).
- P. SZOLCZANYI: Bubble theory of the mechanics of fluidized beds. *Magyar Kem. Folyóirat* 1958 **64** 131-136.
- H. LINDE: Kinetics of mass transfer at the interface of two liquids. *Mber. dtsh. Akad. Wiss. Berlin* 1959 **1** 699-712. (In German).
- R. A. GRANVILLE and G. BOXHALL: Measurement of convective heat transfer by means of the Reynolds analogy. *Brit. J. Appl. Phys.* 1960 **11** 471-475.
- R. C. GOODKNIGHT, W. A. KLIKOFF and I. FATT: Non-steady-state fluid flow and diffusion in porous media containing dead-end pore volume. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1162-1168.
- T. F. FORD: Viscosity-concentration and fluidity-concentration relationships for suspensions of spherical particles in Newtonian liquids. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1168-1174.
- P. BECKMANN and J. E. O. MAYNE: Inhibitors of the corrosion of iron—I. Effect of the cation. *J. Appl. Chem.* 1960 **10** 417-419.
- J. E. O. MAYNE and E. H. RAMSHAW: Inhibitors of the corrosion of iron—II. Efficiency of the sodium, calcium and lead salts of long chain fatty acids. *J. Appl. Chem.* 1960 **10** 419-422.
- H. L. TOOR: Diffusion measurements with a diaphragm cell. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1580-1582.
- J. B. CORNWALL and R. M. DAVISON: Rapid counter for small particles in suspension. *J. Sci. Instrum.* 1960 **11** 414-417.
- P. AVINUR and A. NIR: Separation factor of tritiated water in fractional distillation. *Nature, Lond.* 1960 **188** 652.
- J. L. MORRISON, B. CROSSLAND and J. S. C. PARRY: Strength of thick cylinders subjected to repeated internal pressure. *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 1960 **174** 95-118.
- A. T. BOWDEN and J. C. DRUMM: Design and testing of large gas ducts. *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 1960 **174** 119-157.
- W. SMITH: Factors affecting the design of large sea water flash distillation plants. *Fluid Handl.* 1960 No. 129 279-283.
- G. I. TAYLOR: Formation of thin flat sheets of water. *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A259** 1-17.
- A. M. BINNIE: Self-induced waves in a conduit with corrugated walls—I. Experiments with water in an open horizontal channel with vertically corrugated sides. *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A259** 18-27.
- A. OZAKI, H. TAYLOR and M. BOUDART: Kinetics and mechanism of ammonia synthesis. *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A258** 47-62.
- Y. CHIA SHUN (Appendix J. F. C. KINGHAM): Instability of a rotating liquid film with a free surface. *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A258** 63-89.
- Y. CHIA SHUN: Finite two-dimensional cavities (e.g. behind bodies in accelerating liquids). *Proc. Roy. Soc.* 1960 **A258** 90-100.
- T. MISEK and J. HANSALEK: Heat and mass transfer in a continuous gas washer. *Chim. Prum.* 1960 **10** 346-350. (In Polish).
- W. P. GRAEBEL: The stability of stratified flow (two viscous liquids between parallel plates moving under gravity). *J. Fluid Mech.* 1960 **8** 321-336.
- D. L. TURCOTTE: The melting of ice in a hot humid stream of air. *J. Fluid Mech.* 1960 **8** 123-129.
- D. W. BOYER: An experimental study of the explosion generated by a pressurized sphere. *J. Fluid Mech.* 1960 **9** 401-429.
- K. N. DODD: On the disintegration of water drops in an air stream. *J. Fluid Mech.* 1960 **9** 175-182.
- R. A. WOODING: Rayleigh instability of a thermal boundary layer in flow through a porous medium (heated liquid rising through a porous medium to a horizontal surface). *J. Fluid Mech.* 1960 **9** 183-192.
- G. I. TAYLOR: Deposition of a viscous fluid on a plane surface (e.g. by plate or roller). *J. Fluid Mech.* 1960 **8** 218-228.
- J. McNAMEE and R. E. GIBSON: Displacement functions and linear transforms applied to diffusion through a porous elastic media. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1960 **13** 98-111.

- C. B. BAXTER and D. R. DAVIES : Heat transfer by laminar flow from a rotating spherical cap at large Prandtl numbers. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1960 **13** 247-250.
- E. L. ALBASING : On the numerical solution of a cylindrical heat-conduction problem. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1960 **13** 374-384.
- D. A. HAYDON and F. H. TAYLOR : On adsorption at the oil/water interface and the calculation of electrical potentials in the aqueous surface phase—II. The effects of ionic size. (See also *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1960 **252** 225-248). *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1960 **253** 255-275.
- J. C. GIDDINGS and S. L. SEAGER : Rapid determination of gaseous diffusion coefficients by means of gas chromatography apparatus. *J. Chem. Phys.* 1960 **33** 1579-1580.
- A. FRANKEL : Flash evaporators for the distillation of seawater. *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 1960 **174** 312-324.
- R. R. MOD, F. C. MAGNE and E. L. SKAU : Freezing-point data for a portion of the ternary system : acetamide-palmitic acid-stearic acid. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1613-1616.
- M. J. VOLD : The sediment volume in dilute dispersions of spherical particles. *J. Phys. Chem.* 1960 **64** 1616-1619.
- P. I. BREWER : Liquid chromatographic separation of mixtures of polymers and mineral oil. *Nature, Lond.* 1960 **188** 934-935.
- G. F. ROUND : Determination of fluid saturation in porous media by a radio-frequency method. *Nature, Lond.* 1960 **188** 305-306.
- F. A. DULLIEN and L. W. SHERMILT : Equations for determining diffusion coefficients in liquid systems by the diaphragm cell technique. *Nature, Lond.* 1960 **187** 767-768.
- K. C. COTTON and J. C. WESTCOTT : Throat tap nozzles used for accurate flow measurements. *J. Engng. Power* 1960 **82** 247-263.
- E. M. SPARROW and J. L. GREGG : Mass transfer and heat transfer about a rotating disc. *J. Heat Transf.* 1960 **82** 294-302.
- T. K. SHERWOOD and O. TRASS : Sublimation mass transfer through a compressible boundary layer on a flat plate. *J. Heat Transf.* 1960 **82** 313-324.
- R. VISKANTA and Y. S. TOULOUKIAN : Heat transfer to liquid metals with variable (i.e. temperature-dependent) properties. *J. Heat Transf.* 1960 **82** 333-340.
- F. E. ROMIE, S. W. BROVARNEY and W. H. GIEDT : Heat transfer to boiling mercury. *J. Heat Transf.* 1960 **82** 387-388.
- A. W. MARRIS : Radial distributions of temporal-mean peripheral velocity and pressure for fully developed turbulent flow in curved channels. *J. Basic Engng.* 1960 **82** 528-538.
- S. L. SOO, H. K. IHRIG and A. F. EL KOUH : Experimental determination of statistical properties of two-phase turbulent motion (e.g. conveying of solids by gases). *J. Basic Engng.* 1960 **82** 609-621.
- S. C. LING : Heat transfer characteristics of hot-film sensing element used in flow measurement (a thin film of platinum fused onto supporting glass similar to hot-wire anemometer). *J. Basic Engng.* 1960 **82** 629-634.
- A. A. KALINSKE : The twin throat venturi : a new fluid-flow measuring device. *J. Basic Engng.* 1960 **82** 710-716.
- M. BOGEMA and P. L. MONKMEYER : The quadrant edge orifice—a fluid meter for low Reynolds numbers. *J. Basic Engng.* 1960 **82** 729-734.
- T. J. FILBAN and W. A. GRIFFIN : Small diameter-orifice metering. *J. Basic Engng.* 1960 **82** 735-740.

SELECTION OF CURRENT SOVIET PAPERS OF INTEREST TO CHEMICAL ENGINEERS*

- V. V. KAFAROV: Generalized equations for mass transfer processes. *Zh. prikl. Khim.* 1960 **33** 1495-1499.
- L. A. MOCHALOVA and M. Kh. KISHINEVSKI: Investigation of the kinetics of absorption, complicated by chemical reaction, on sieve trays. *Zh. prikl. Khim.* 1960 **33** 1500-1506.
- V. V. KAFAROV and A. S. VIGDOROV: Generalized expression for the determination of number of transfer units. *Zh. prikl. Khim.* 1960 **33** 1506-1513.
- D. P. DOBICHIN, Ts. M. KLIVANOVA and O. M. TODOS: Calculation of process kinetics in a reactor from model experiments on a single granule. *Zh. prikl. Khim.* 1960 **33** 1519-1526.
- V. G. FASTOVSKI and A. E. ROBINSKI: Adsorption of hydrocarbon gases and their mixtures. *Zh. prikl. Khim.* 1960 **33** 1641-1653.
- E. V. SERGEEV and R. F. ROMM: Continuous process for the production of DIYT and its automation. *Zh. Vses. Khim. Obshch. Mendeleeva* 1960 **5** 318-324.
- N. I. GELPERIN and N. N. ZELENETSKI: Expressions for mass transfer processes in packed vacuum-distillation columns. *Zh. Vses. Khim. Obshch. Mendeleeva* 1960 **5** 358-360.
- M. S. FURMAN, A. M. GOLDMAN, V. M. OLEVSKI and V. R. RUCHINSKI: Continuous method of catalytic oxidation of cyclohexane by air under pressure. *Khim. Prom.* 1960 (4) 265-272.
- B. G. BERGO and V. M. PLATONOV: Method of calculation of distillation processes using mass transfer equations. *Khim. Prom.* 1960 (4) 282-287.
- I. I. IOFFE and L. M. PISMEN: Statistical method of analysis of macrokinetics of processes in fluidized catalyst beds. *Khim. Prom.* 1960 (4) 287-293.
- Ya. D. ZELNEVSKI and E. N. KILARKOVSKAYA: Purification of gases from carbon dioxide by adsorption at low temperatures. *Khim. Prom.* 1960 (4) 293-302.
- V. G. FASTOVSKI and A. E. ROBINSKI: Adsorption method for separation of krypton-xenon mixtures. *Khim. Prom.* 1960 (4) 305-310.
- V. A. ZHUKHOV: Laws of filtration in separation of stratifying suspensions. *Khim. Prom.* 1960 (4) 315-323.
- I. R. KRISHNEVSKI and G. A. SORINA: Gas-liquid phase equilibria in the system cyclohexane-carbon dioxide and cyclohexane-nitrous oxide. *Zh. fiz. Khim.* 1960 **34** 1420-1424.
- L. A. NINELSON: Classification of separation processes. *Zh. fiz. Khim.* 1960 **34** 1460-1469.
- A. Yu. NAMOT: Solubility of gases in water under pressure. *Zh. fiz. Khim.* 1960 **34** 1593-1598.
- N. P. DZHORBENADZE and D. V. SHARIKADZE: Flow of a viscous conducting fluid between two porous planes. *Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R.* 1960 **133** 209-302.
- S. I. KOSTERIN and Ya. A. KOSHIMAROV: Choice of reference temperature in calculation of convective heat transfer and friction under dynamic gas conditions. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 3-9.
- P. D. LEBEDEV and S. V. SHISHKOV: Effect of heat supply by contact in radiation drying of moist materials. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 17-21.
- L. A. KOZDOBA: Application of resistance networks to the solution of non-steady heat conduction problems. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 72-79.
- T. A. KOLACH and V. B. ZENKEVICH: Generalized correlation for the viscosity of distilled fuels. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 95-97.
- A. Sh. ASATURYAN and B. A. TONKOSHIKUROV: Longitudinal flow of highly viscous fluid round a heated cylinder. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 106-111.
- U. Ts. INDRIES: Sedimentation of the solid phase in a suspension. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 124-126.
- O. Yu. POLOTNYUK: Kinetic method of quantitative determination of residence times in reaction systems with different degree of mixing of reagents. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 127-131.
- S. A. LAVRENTYEV: Approximate solution of the problem of heating of a cylinder. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 **3** (7) 135-138.
- D. V. REDOZUROV: Solution of linear heat problems with a moving boundary in a semi-infinite medium. *Zh. tekh. Fiz.* 1960 **30** 606-610.
- A. V. MINYATOV: Heating of an infinite enveloped cylinder. *Zh. tekh. Fiz.* 1960 **30** 611-615.
- O. N. OYCHINNIKOV: On laminar boundary layer on a plate in non-homogeneous flow. *Zh. tekh. Fiz.* 1960 **30** 627-638.
- S. A. REGBER: On the approximate theory of flow of viscous non-compressible liquid in tubes with porous walls. *Zh. tekh. Fiz.* 1960 **30** 639-643.

*To assist readers, translations of any article appearing in the above list can be obtained at a reasonable charge. All orders should be addressed to the Administrative Secretary of the Pergamon Institute at either Headington Hill Hall, Oxford or 122 East 55th Street, New York 22 which ever is more convenient.

- L. V. GORELIK: On connexion between viscous friction and flow potential. *Zh. tekhn. Fiz.* 1960 30 653-655.
- S. A. KAGANOVICH and V. Ya. POLPEROV: Tests on industrial ball mills for different lengths of drums. *Teploenergetika* 1960 7 (7) 44-51.
- D. A. LABUNTSOV: Generalized relationship for critical loading at boiling of liquids under conditions of free motion. *Teploenergetika* 1960 7 (7) 76-80.
- E. V. VOLKOV: On rotation of isothermal flow of gas in a cyclone chamber. *Teploenergetika* 1960 7 (8) 32-37.
- V. P. ISACHENKO and F. SALOMZODA: Influence of pipe spacing on heat transfer from pipe bundles in transverse flow of water. *Teploenergetika* 1960 7 (8) 70-82.
- M. T. BOROK: Dependence of the degree of absorption of nitrogen dioxide on its concentration in the gaseous mixture. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1761-1766.
- A. G. MORACHEVSKI and V. E. SABININ: Solubility diagrams for the ternary systems caprolactam-water-benzene, caprolactam-water-carbon tetrachloride and caprolactam-water-dichloroethane. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1775-1779.
- D. P. DOBOCHIN, L. A. KACHUR and O. M. TODES: Model studies of the thermal regime in the process of regeneration of alumina-silicate cracking catalyst. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1779-1783.
- I. Ya. TYURYAEV and A. L. TSAILINGOLD: Quantitative characteristics of suspended bed reactors with regard to mixing of solid particles. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1783-1790.
- N. M. ZHAVORONKOV, I. A. GILDENBLAT and V. M. RAMM: Investigation of mass transfer to a gas stream in packed columns. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1790-1800.
- V. P. POSTNIKOV: On heat transfer in a spray scrubber with dispersion of liquid by the gas stream flowing at high velocity. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1801-1808.
- B. N. BASARGIN: On the problem of calculation of mass transfer in rectification columns. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1809-1812.
- N. I. TAGANOV: On the theory of calculation of chemical equipment. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1813-1818.
- N. I. GELPERIN and N. N. ZELENETSKI: Vacuum rectification in the production of fragrant substances. *Zh. Vses. Khim. Obshch. Mendeleeva* 1960 5 (4) 431-437.
- M. M. DUBININ, E. G. ZHUKOVSKAYA and E. D. ZAVERINA: On adsorption properties of carbon adsorbents. 5. Peculiarities in water vapour sorption by active charcoals in the region of high relative pressures. *Izv. Akad. Nauk S.S.S.R., Old. Khim. Nauk* 1960 (6) 966-975.
- L. A. LOVACHEV: Theory of chain-thermal flame propagation. 1. Two active centres. *Izv. Akad. Nauk S.S.S.R., Old. Khim. Nauk* 1960 (6) 1022-1029. 2. Two active centres with different diffusion coefficients. *Ibid.* 1960 (7) 1191-1199. 3. Effect of the transfer coefficient on the rate of flame propagation. *Ibid.* 1960 (8) 1354-1357.
- B. A. RUDENKO, S. S. YUFIT, L. N. IVANOVA and V. F. KUCHEROV: The use of gas-liquid chromatography for the analysis of some hydro-carbon mixtures. *Izv. Akad. Nauk, Old. Khim. Nauk* 1960 (7) 1147-1152.
- M. M. DUBININ: Theory of physical adsorption of gases and vapours and the adsorption properties of some adsorbents differing in nature and having porous structure. *Izv. Akad. Nauk S.S.S.R., Old. khim. Nauk* 1960 (7) 1153-1161.
- N. I. GELPERIN, B. G. AINSHTAIN, E. N. GELPERIN and S. D. LVOVA: Hydrodynamic peculiarities of fluidization of granular materials in conical and conical-cylindrical equipment. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (8) 51-57.
- I. A. ALEKSANDROV and A. I. SKOBLO: Mechanical entrainment of liquid on plates of grid and sieve type. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (9) 42-45.
- D. A. LABUNTSOV: Heat transfer in condensation of steam on a vertical surface under conditions of turbulent flow of the condensate film. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 3-12.
- I. I. MORACHEVSKI, R. B. ANOGNITSKAYA, E. A. CHUMAKOVA and I. G. BUSHEV: New instruments and methods for studying the mechanism of drying of colloidal capillary-porous materials. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 13-18.
- E. V. VOLKOV: Rotary movement of a gas in the preaxial zone of a cyclone chamber. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 26-30.
- V. P. MOTULEVICH: Heat transfer and friction of a porous plate in a gas stream during formation of the turbulent boundary layer, with supply of a heterogeneous substance through the pores. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 31-38.
- I. L. LYUBOSHITS: Investigation of the kinetics of drying in a pneumatic grain dryer of the oscillation type. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 69-73.
- A. T. NIKITIN: Temperature distribution in an unbounded hollow cylinder in heat exchange with media of variable temperature at the boundaries. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 74-77.
- M. D. GLINCHUK, D. F. KALINOVICH, I. I. KOVENSKI and M. D. SMOLIN: Method of determining diffusion coefficients in solids. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 78-81.
- A. A. OTS: Motion of particles of variable mass but constant volume. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 102-106.
- I. I. MOROZOV: Exclusion of aeration of liquids by a turbulent jet. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 107-109.
- L. V. VOLODKO and D. S. UMREYKO: Investigation of mass transfer in colloids. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (8) 117-119.
- N. A. VASILENKO and Z. P. ROZENKNOP: Enrichment of sulphurous gas with simultaneous production of nitrogen fertilizers. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 1962-1968.

- M. L. VARLAMOV and O. M. DROBISHEVA: Investigation of mass transfer and chemisorption in apparatus of venturi type. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2020-2029.
- A. I. RODIONOV and V. F. MARCHENKO: Mass transfer on sieve plates with two types of perforations. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2029-2035.
- M. T. BOROK: Investigation of the absorption of NO_2 , present in microconcentration, by aqueous solutions of salts of aromatic amines. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2035-2042.
- A. M. KOGANOVSKI and L. A. STEMPOVSKAYA: Adsorption of dissolved substances by a suspended bed of activated charcoal and the gradient of saturation of the bed. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2042-2049.
- M. Kh. KISHINEVSKI and L. A. MOCHALOVA: Investigation of the kinetics of extraction in a propeller-stirred tank using the system *n*-heptane-toluene-diethylene glycol. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2049-2056.
- B. I. BROUNSHTEIN: Method of calculation of the height of counter-current packed and plate columns in the process of dissolution of a one-component dispersed phase. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2056-2062.
- E. V. PEROV, L. P. TOLMACHEVA and N. N. GORDEYEVA: Solubility of calcium nitrate in nitric acid. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2140-2141.
- E. R. SHENDEREI, Ya. D. ZELNEVSKI and F. P. IVANOVSKI: Solubility of carbon dioxide in methylethylketone, ethyl acetate and toluene at low temperatures under pressure. *Khim. Prom.* 1960 (5) 370-374.
- D. S. TSEKLIS, A. I. KULIKOVA and L. I. SHENDEREI: Phase equilibria in the system ethanol-ethylene-water at high temperatures and pressures. *Khim. Prom.* 1960 (5) 401-406.
- N. I. GELPERIN and V. B. KVASHA: Relationships for the process of mass transfer in rectification cooling of chemical reactors. *Khim. Prom.* 1960 (5) 406-411.
- A. SELETSKI and A. BLYUM: Enthalpy-concentration diagram for the system hydrogen-steam. *Khim. Prom.* 1960 (5) 411-413.
- I. S. RAGINSKI and A. N. SHIRSKI: Pneumatic pulsator without membrane for pulsed extraction columns. *Khim. Prom.* 1960 (5) 414-419.
- B. B. BRANDT, L. A. MATOV, A. I. ROZLOVSKI and V. S. KHAILOV: Explosion danger for mixtures of nitrogen oxides with fuel gases and vapours. *Khim. Prom.* 1960 (5) 419-425.
- G. B. NARYNSKI: Thermodynamic treatment of experimental data on vapour-liquid equilibrium in the system oxygen-argon. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 1778-1787.
- A. N. NESMEYANOV and L. P. FIRSOVA: Determination of equilibrium vapour pressure of solid carbon dioxide. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 1907-1910.
- I. A. ROGOVAYA and M. G. KAGANER: Apparatus for determination of compressibility of gases at pressures up to 200 atm. and temperatures from 0 to -200°C . *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 1933-1937.
- I. D. SOKOLOVA and V. A. SOKOLOV: Surface tension of molten salts. I. Technique of measurement. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 1987-1990.
- M. G. KAGANER: Investigation of the separation of nitrogen-helium mixtures by diffusion through porous membranes. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 2005-2012.
- M. M. DUBININ, M. M. VYSHUYAKOVA, E. G. ZHUKOVSKAYA, E. A. LEONTEV, V. M. LUKYANOVICH and A. I. SARAKHOV: Investigations of the porous structure of solids by sorption methods. V. The application of various methods to the study of the structure of intermediate and micropores of activated carbons. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 2019-2029.
- B. S. PETUKHOV, L. G. GENIN and V. L. MALTER: Forced convection heat transfer in pipes with internal heat generation within the fluid. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 3-9.
- A. P. BASKAKOV: The effect of agitation of the material in a fluidized bed on heat transfer between gas and particles. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 10-16.
- V. B. ZENKEVICH: Application of the similarity method to the study of the viscosity of liquid fuels. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 56-60.
- I. V. KRECHETOV: Development of thermodynamic T-S and H-S diagrams applicable to heat and mass transfer processes. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 61-64.
- A. B. VERZHINSKAYA and L. N. NOVICHENOK: A new universal method for the determination of thermophysical coefficients. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 65-68.
- A. P. SHUSHPANOV and P. I. SHUSHPANOV: A cylindrical heat source method for determination of thermal properties. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 74-77.
- R. S. PRASOLOV: Thermal conductivity of a medium with submicroscopic pores. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 78-82.
- G. F. MUCHNIK: The determination of heat transfer coefficient under quasi-stationary conditions. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 83-85.
- I. L. LYUBOSHITS: Determination of optimum conditions for a pneumatic gas dryer operating under variable conditions. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 91-98.

- Z. F. SLEZENKO : A method for measuring the velocity profile of a boundary layer on a non-uniformly heated horizontal flat plate. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 108-113.
- L. D. MELESHKO : The determination of the relationship between temperature and crystallization parameters of a substance. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 114-116.
- M. M. FARZTDINOV : Transmission of heat through a rotating cylinder. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (9) 117-119.
- Ya. Z. TSYPKIN : Optimal processes in automatic pulse systems. *Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R.* 1960 134 308-310.
- B. N. DEVIYATOV : General equations describing the interaction of moving media in technical equipment. *Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R.* 1960 134 639-642.
- B. N. LASKORIN and V. F. SMIRNOV : Extraction of uranium from acidic phosphate solutions. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2172-2179.
- D. G. TRABER, V. B. SARKITS and I. P. MUKHILENOV : Heat transfer from a suspended bed of granular material to the heat-exchange surface—III. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2197-2205 ; IV. 2206-2211.
- M. Kh. KISHINEVSKI and L. A. MOCHALOVA : Investigations of the kinetics of extraction of toluene by means of diethylene glycol from mixtures of toluene with *n*-heptane in packed columns. *Zh. prikl. Khim.* 1960 33 2344-2349.
- V. G. MANZHILA : Investigation of diffusion in some organic liquids of large molar volumes. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 1856-1861.
- A. G. MORACHEVSKI and N. P. LEONTEVA : Liquid-vapour equilibrium in the ternary system acetone-chloroform-ethanol. *Zh. fiz. Khim.* 1960 34 2347-2349.
- I. A. ALEKSANDROV and A. I. SKOBLO : Entrainment of liquid by gas from perforated trays. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (9) 42-45.
- P. I. LUKYANOV, I. V. GUSEV and N. I. NIKITINA : On maximum rate of discharge of granular material. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (10) 45-49.
- A. S. ERMILOV and N. K. BOLOBUEV : Continuous method of filtration with the aid of sonic vibrations. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (11) 54-57.
- A. A. ZHUKHOVITSKI, M. S. SELENKINA and N. M. TURKELTAUB : Method of chromatographic identification of components of a hydrocarbon mixture. *Khim. Tekh. Topl. Masel* 1960 5 (11) 57-64.
- I. I. MOSTINSKI : The effect of initial conditions on the formation of boiling crisis in non-uniform heating of the pipe perimeter. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 5-10.
- S. S. ZABRODSKI, D. I. SALAMONOV and V. P. BEGUIN : Drying of crumbled peat in a fluidized bed by low temperature flue gases. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 19-26.
- V. N. OLEYNIKOV and M. F. KAZANSKI : Investigation of the non-stationary hydrothermal field of a macroporous body by means of gamma rays. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 33-38.
- E. P. TROFIMOV : The non-stationary temperature field of an unlimited hollow cylinder. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 47-53.
- O. V. EMELTYANENKO : Measurement of surface temperature of bodies by a thermocouple with controlled heating. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 54-56.
- O. I. KATKHE : Certain thermodynamic characteristics of carbon dioxide in the supercritical region. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 60-62.
- B. V. DERYAGIN, N. N. ZAKHARAEVA and A. M. LOPATINA : A new method of determination of the permeability coefficient of a fluid and of the rate of capillary adsorption in powders. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 66-68.
- Y. A. KACHURINER : Determination of the velocity of water drops carried by a gas stream. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 80-84.
- A. I. LUIKOV : Molar and molecular heat and mass transfer in capillary-porous bodies. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 88-92.
- L. I. LOGINOV and P. P. YUSHKOV : Numerical integration of systems of heat and mass transfer equations by means of implicit formulae. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 93-96.
- I. N. ARABAGI and G. P. STELMAKH : Increase in effectiveness of gas scrubbing with cyclones operating under dust-chamber conditions. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 113-116.
- I. R. KRICHEVSKI, N. E. KHAZANOVA and L. R. LINSHTITS : Diffusion in gases near the critical point. *Inzh. Fiz. Zh.* 1960 3 (10) 117-118.
- Yu. V. LAPIN : Friction and heat transfer in the compressed turbulent boundary layer in presence of a chemical reaction caused by the introduction of another substance. *Zh. tekhn. Fiz.* 1960 30 1227-1237.
- E. I. NEVSTRUEVA and H. GONSALES : Distribution of steam content in surface boiling of water by means of β -rays. *Teploenergetika* 1960 7 (9) 34-39.
- P. G. PULETAVKIN : Water and steam content in surface boiling of water. *Teploenergetika* 1960 7 (9) 67-71.
- M. P. VUKALOVICH, V. N. ZUBAREV and B. V. DZAMPOV : Caloric properties of 96 per cent (by vol.) solution of ethanol in water. *Teploenergetika* 1960 7 (10) 63-67.

SELECTION OF CURRENT CZECHOSLOVAK PAPERS OF INTEREST TO CHEMICAL ENGINEERS

- G. STANDART: The theory of analogy. *Coll. Czech. Chem. Commun.* (1959) **24** 323.
- E. SLAVÍČEK: Calculations on heat exchangers—I. The 1-2 Exchanger. *Coll. Czech. Chem. Commun.* (1959) **24** 839.
- H. STEIDL: Beitrag zur Kenntnis des Rührens—IV. Auflösungsgeschwindigkeit einer polydispersen, festen, aufgewirbelten Phase in einer Flüssigkeit. Aufstellung einer Geschwindigkeitsrelation für den Fall eines isothermischen, diskontinuierlichen Ablaufs ohne Kristallzerfall. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 1757.
- M. VENDER: Minimum consumption of fresh solvent in multiple extraction. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 2089.
- V. MIKA: The application of the Higbie model to physical absorption in a disc column. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 2843.
- V. RÖD and J. MAREK: Separation sequences in multicomponent rectification. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 3240.
- V. KOLÁŘ: Studies in mixing—V. Effect of mechanical mixing on the rate of mass-transfer from granular solids in a liquid. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 3309.
- V. KOLÁŘ: Contribution to the theory of mass and heat transfer in a turbulent medium *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1959 **24** 3811.
- V. SRAIER: Extraction von Uranylinitrat mit Methylcyclohexanon in einer Füllkörperkolonne. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 427.
- H. STEIDL: Beitrag zur Kenntnis des Rührens—VI. Homogenisierung des mechanisch geführten flüssigen Mediums nach einmaligem geringem Zusatz einer in beliebigem Verhältnis mischbaren Flüssigkeit. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 515.
- H. STEIDL und J. VLČEK: Beitrag zur Kenntnis des Rührens—VII. Auflösungsgeschwindigkeit einer polydispersen, festen, aufgewirbelten Phase in einer Flüssigkeit. Experimentelle Prüfung der Geschwindigkeitsrelation für den Fall eines isothermischen, diskontinuierlichen Ablaufs ohne Kristallzerfall. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 1632.
- E. SLAVÍČEK: Calculations on heat exchangers—II. The 1-3 exchanger. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 1844.
- E. SLAVÍČEK: Calculations on heat exchangers—III. The 1-M exchanger *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 2071.
- J. BERÁNEK: Dynamic properties of fluidized beds—III. Influence of particle shape on the dynamic properties of the bed. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 2319.
- V. VANĚČEK: Reactions between granular solids and fluids in continuous reactors. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 2395.
- V. KUDRNA, H. STEIDL und J. VLČEK: Beitrag zur Kenntnis des Rührens—VIII. Isothermische, diskontinuierliche Auflösung einer polydispersen, festen, aufgewirbelten Phase in einer Flüssigkeit ohne Kristallzerfall; Zeitgesetze für treibende Kraft, Gewicht der festen Phase und Korngrößenverteilung. *Coll. Czech. Chem. Commun.* 1960 **25** 2469.

VOL.
15
1961